BIULETYN WAT Vol. LVII, Nr 2, 2008



# Numeryczna symulacja interferometru multispektralnego do pomiaru długości płytek

### MICHAŁ WENGIEROW, LESZEK SAŁBUT

Politechnika Warszawska, Wydział Mechatroniki, Instytut Mikromechaniki i Fotoniki, 02-525 Warszawa, ul. Św. A. Boboli 8

**Streszczenie.** Przedstawiony niżej tekst opisuje numeryczną symulację interferometru do pomiaru długości płytek. W artykule przedstawiono koncepcję generacji syntetycznych interferogramów oraz algorytmu automatycznej analizy obrazu, umożliwiającego uwzględnienie wpływu czynników związanych z warunkami otoczenia, szumami oraz konfiguracją układu interferometru, w celu wprowadzeniu poprawek do ostatecznego wyniku pomiaru.

**Słowa kluczowe**: pomiar długości, metoda reszt ułamkowych, interferometria multispektralna, płytki wzorcowe

Symbole UKD: 535.8

# Wstęp

Pomiary długości płytek wzorcowych wymagają odpowiednio wysokich dokładności pomiarowych. Dokładności te mogą być zapewnione dzięki użyciu optycznych multispektralnych technik interferencyjnych. W celu automatyzacji pomiaru istnieje potrzeba opracowania algorytmu automatycznej analizy obrazu, uwzględniającego specyficzne dla danej metody problemy.

Głównym problemem jest analiza dużych skoków fazowych, przekraczających ½ długości fali. W celu odpowiedniej interpretacji wyników używa się metody reszt fazowych, umożliwiającej wydłużenie zakresu pomiarowego.

Model interferometru multispektralnego wymaga uwzględnienia bezpośredniego wpływu warunków zewnętrznych zarówno na wyniki pomiarów, jak i na sam układ pomiarowy. Ponadto istotne jest uwzględnienie charakterystyki konfiguracji, w jakiej pracuje układ oraz jego elementów. Poniższy artykuł przedstawia numeryczny model interferometru multispektralnego, algorytmu automatycznej analizy obrazów oraz opis możliwości implementacji poprawek związanych z warunkami otoczenia oraz konfiguracją układu.

# Konfiguracja układu

Opisany model pracuje w układzie klasycznego interferometru Twymana--Greena. Składa się on ze źródła promieniowania koherentnego, elementu światłodzielącego, zwierciadła odniesienia oraz z badanej płytki wzorcowej, przywartej do powierzchni odniesienia [1].

Zakładana długość płytek wzorcowych wynosi do jednego metra. Wynika stąd istotny wpływ sposobu zamocowania płytki na końcowy wynik pomiaru. Przy braku zachowania prostopadłości powierzchni w stosunku do biegu wiązki oświetlającej na interferogramach otrzymamy niepożądane zagęszczenie prążków interferencyjnych. W celu zachowania równoległości obydwu powierzchni krańcowych, płytkę ustawia się w pozycji horyzontalnej i podpiera dwoma podporami nożowymi w punktach Airy [2].

Płytka wzorcowa jest przywierana do powierzchni odniesienia z wykorzystaniem zjawiska adhezji. Wpływ dodatkowego obciążenia płytki, wywołanego powierzchnią odniesienia, kompensowany jest przez układ obciążenia kompensującego.

### Generacja interferogramów

Pierwszym etapem stworzenia syntetycznych interferogramów jest generacja dyskretnej, topograficznej mapy powierzchni zawierającej profil badanej płytki oraz powierzchni odniesienia. Taka mapa powinna uwzględniać możliwość pochylenia powierzchni między sobą, a także w stosunku do wiązki oświetlającej.

Zakładając interferencje fal płaskich i pomijając wyższe harmoniczne, intensywność na wyjściu możemy zapisać w postaci:

$$I = a(x, y) + b(x, y)\cos[\phi(x, y)].$$

$$\tag{1}$$

Parametry a(x, y) i b(x, y), tła i modulacji kontrastu, umożliwiają wprowadzenie do modelu różnych wartości kontrastu w symulowanym interferogramie. Wartość fazy  $\Phi(x, y)$  jest określana w następujący sposób:

$$\phi(x,y) = \frac{2\pi}{\lambda} OPD(x,y).$$
(2)



Rys. 1. Schemat układu pomiarowego

*OPD*(*x*, *y*) odpowiada różnicy dróg optycznych, przebytych przez wiązkę przedmiotową i odniesienia, równej:

$$OPD_{i}(x, y) = 2[B_{i}(x, y) - A(x, y)],$$
(3)

gdzie: wartości  $B_i(x, y)$  i A(x, y) określamy zgodnie z rysunkiem 1.

Tak zdefiniowane interferogramy generujemy dla różnych długości fali (dwie do pięciu różnych długości fali). Dla każdej z nich tworzone są interferogramy uwzględniające przesunięcie fazowe zgodnie ze wzorem:

$$I = a(x, y) + b(x, y)\cos[\phi(x, y) + ps].$$
 (4)

Dla idealnego przesunięcia fazowego *ps* przyjmuje wartości 0,  $\frac{1}{2}$   $\pi$ ,  $\pi$ ,  $\frac{3}{4}$   $\pi$ ,  $2\pi$ . Daje nam to możliwość analizy obrazu 5-ramkowym algorytmem DZF (dyskretnej zmiany fazy).

## Analiza obrazu

Analizę obrazu należy rozpocząć od stworzenia map fazowych z interferogramów uzyskanych dla poszczególnych długości fali. W celu minimalizacji błędów wynikających z niedokładności odczytania fazy, do zapisu interferogramów używa się 16-bitowego przetwornika o wysokiej rozdzielczości. Ponadto użycie 5-ramkowego algorytmu DZF pozwala na skompensowanie błędów wynikających z niedokładności przesunięcia fazowego [3].

Używając algorytmu DZF, otrzymujemy mapę fazową określoną modulo  $2\pi$ . Chcąc określić różnicę poziomów pomiędzy punktem na płytce ( $x_1$ ,  $y_1$ ) a punktem na powierzchni odniesienia ( $x_2$ ,  $y_2$ ), na podstawie wzorów 2 i 3 otrzymujemy:

$$\frac{2\pi}{\lambda}2(B_2 - B_1) = 2\pi N + (\varphi_2 - \varphi_1), \tag{5}$$

gdzie:  $B_1, B_2$  — odległości określone w punktach  $(x_1, y_1)$  i  $(x_2, y_2)$ ;  $\varphi_1, \varphi_2$  — faza określona modulo  $2\pi$  w punktach  $(x_1, y_1)$  i  $(x_2, y_2)$ ; N = 0, 1, 2, ...n — liczba całkowitych wielokrotności fali mieszczących się w mierzonej odległości  $B_{22}$ -  $B_1$ 



Rys. 2. Zakres pomiarowy dla trzech długości fali

Celem jest określenie długości środkowej płytki. Jest ona definiowana jako odległość w kierunku prostopadłym pomiędzy punktem środkowym powierzchni pomiarowej nieprzywartej a powierzchnią płaską płytki odniesienia, do której została przywarta druga powierzchnia pomiarowa płytki wzorcowej [4]. Wartość fazy w punkcie środkowym jest określana jako średnia wartość z otoczenia tego punktu (np.  $3 \times 3$  lub  $5 \times 5$  pikseli). Natomiast wyznaczenie fazy punktu na płytce odniesienia wymaga dopasowania płaszczyzny do powierzchni tej płytki, a następnie na jej podstawie określenia fazy tego punktu.

Po ustaleniu wartości fazy dla obydwu punktów, na podstawie wzoru 5, możemy obliczyć różnicę  $l = B_2 - B_1$  odpowiadającą poszukiwanej długości płytki. Jednak różnica ta nie może być wyznaczona jednoznacznie, w zakresie większym niż pół długości fali, ze względu na nieznajomość wartości parametru *N*.

# Algorytm reszt fazowych

Dla jednoznacznego wyznaczenia długości płytki wzorcowej możemy posłużyć się kilkoma długościami fali. Zgodnie ze wzorem 5, dla różnych długości możemy zapisać:

$$l = \left(N_1 + \Delta\varphi_1\right)\frac{\lambda_1}{2} = \left(N_2 + \Delta\varphi_2\right)\frac{\lambda_2}{2} = \dots = \left(N_i + \Delta\varphi_i\right)\frac{\lambda_i}{2},\tag{6}$$

gdzie: *l* — poszukiwana długość płytki wzorcowej;

 $l_i$  — długość fali;

 $\Delta \varphi_i$  — różnica fazy pomiędzy punktami określającymi długość środkową płytki podzielona przez 2 $\pi$ ;

 $N_i$ — nieznana liczba naturalna określająca całkowitą liczbę długości fali.

Dla odpowiednio małego zakresu wartości *l*, określonego jako  $l \pm x$  istnieje tylko jedna kombinacja  $N_1, N_2, ..., N_i$  spełniająca równanie 6. Ilustruje to rysunek 2. W zależności od liczby oraz wartości dobranych długości fali otrzymamy różne zakresy pomiarowe, dla których istnieje jednoznaczne rozwiązanie.

W celu znalezienia poszukiwanej długości najpierw określamy jej przewidywaną wartość, wraz z przedziałem tolerancji, który musi być dopasowany do użytych przez nas długości fali. Następnie szukamy wszystkich kombinacji parametrów  $N_1, N_2, ..., N_n$ , dla których spełniona jest nierówność:

$$l - x \le (N_i + \Delta \varphi_i) \frac{\lambda_i}{2} \le l + x.$$
(7)

Kombinacje te można znaleźć iteracyjnie, przeszukując przedział  $\langle l - x, l + x \rangle$ .

Dla każdej kombinacji  $[N_1, N_2, ..., N_n]$  spełniającej równanie 7 obliczamy  $l_{sr}$ 

$$l_{sr} = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{n},$$
(8)

gdzie:

$$l_i = (N_i + \Delta \varphi_i) \frac{\lambda_i}{2}.$$
(9)

Następnie zostaje obliczona wartość odchylenia poszczególnych składników od wartości średniej  $l_{sr}$  jako średnia geometryczna.

$$\Delta l = \sqrt{\left(l_{sr} - l_{1}\right)^{2} + \left(l_{sr} - l_{2}\right)^{2} + \dots + \left(l_{sr} - l_{n}\right)^{2}}.$$
(10)

W przypadku idealnym poszukiwana długość płytki wzorcowej będzie równa  $l_{śr}$ , wyliczonemu przy pomocy kombinacji  $[N_1, N_2, ..., N_n]$ , dla której wartość  $\Delta l$  będzie równa 0. W warunkach rzeczywistych poszukujemy kombinacji, dla której funkcja  $\Delta l$  osiąga swoje minimum.

Warto zwrócić uwagę, że w podanej metodzie wyznaczana jest bezpośrednio długość mierzonej płytki, a nie odchyłka od długości nominalnej. Opisana w normie [4], odchyłka długości względem długości nominalnej wyliczana jest według wzoru:

$$t_e = l_p - l_n, \tag{11}$$

gdzie:  $t_e$  — odchyłka od długości;

 $l_p$  — wyliczona długość płytki;

 $\hat{l_n}$  — nominalna długość płytki.

# Wpływ warunków zewnętrznych i konfiguracji układu

W rzeczywistości istnieje szereg czynników dodatkowo wpływających na wynik pomiaru i wymagających uwzględnienia w modelu numerycznym.

Podczas pomiaru płytki o długości 1 m, przy użyciu źródła światła o długości fali  $\lambda = 500$  nm, parametr *N*, określający całkowitą liczbę długości fali mieszczącą się w mierzonej odległości, osiągnie wartość 4 × 10<sup>6</sup>. Zgodnie ze wzorem 9, aby zapewnić odpowiednią dokładność przy obliczaniu przewidywanej długości płytki, należy zapewnić odpowiednią stabilizację źródła światła. Wystarczająca jest stabilizacja na poziomie 10<sup>-8</sup> nm. Błąd wyliczenia poszukiwanej długości, związany ze stabilizacją źródła, opisujemy wzorem:

$$\Delta L = N \Delta \lambda, \tag{12}$$

gdzie:  $\Delta L$  — błąd wyznaczenia długości;  $\Delta \lambda$  — poziom stabilizacji źródła. Jednocześnie istotne jest monitorowanie zmian warunków zewnętrznych, takich jak temperatura, wilgotność, ciśnienie oraz stężenie dwutlenku węgla. Posiadają one istotny wpływ na rzeczywistą długość fali i uwzględniamy je jako poprawki w stosunku do parametrów podanych dla warunków normalnych [5, 6].

W opisywanym układzie mogą wystąpić trzy główne źródła szumów, wypływające na wygląd uzyskanych interferogramów, szumy związane z fluktuacją wiązki, szumy koherentne (pojawienie się zjawiska plamkowania) oraz szumy termiczne detektora. Wymagają one uwzględnienia w naszym modelu, przy czym szumy termiczne oraz ewentualna nieliniowość detektora wymagają wyznaczenia eksperymentalnego. Powyższe czynniki w jednoznaczny sposób wpływają na niedokładność wyznaczenia fazy przy użyciu algorytmu DZF, tak samo jak niedokładność przesunięcia fazowego wprowadzająca niesinusoidalny charakter fazy. Błędy wyznaczenia fazy należy uwzględnić przy wyznaczaniu końcowej niepewności pomiaru.

Jeżeli zwierciadło odniesienia zostanie pochylone tak, aby wprowadzić do interferogramu pole prążkowe zmierzona długość płytki będzie się nieznacznie różniła od rzeczywistej długości. Ilustruje to rysunek 3. Przykładowo dla zmierzonej odległości h' = 1 m, długości fali  $\lambda = 500$  nm oraz 20 prążków w 10 cm pola widzenia, rzeczywista długość płytki będzie o około 2 nm krótsza. Jest to niewiele, ale wymaga uwzględnienia w pełnym bilansie niepewności.



Rys. 3. Błąd wprowadzany przez pole prążkowe

Jak wspomniano wcześniej, mierzona płytka jest podpierana w punktach Airy, co zapewnia równoległość jej obydwu powierzchni. Jednocześnie jej profil ulega wygięciu, przez co sama płytka ulega skróceniu. Skrócenie powinno być uwzględnione jako poprawka do końcowego wyniku pomiaru. Odrębnej analizy wymaga przypadek powstania gradientów temperatury w samej płytce. Powodują one zmianę charakterystyki mechanicznej płytki, przez co powierzchnie płytki, podpartej w punktach Airy, przestają być równoległe i zmienia się wartość skrócenia płytki.

### Oprogramowanie i wynik symulacji

Zaproponowany model algorytmu posiada budowę modułową z podziałem na bloki algorytmów i wprowadzania danych. Jednocześnie zapewnia on możliwość wprowadzenia parametrów związanych z warunkami otoczenia i konfiguracji układu.

Najpierw wprowadzane są dane związane z konfiguracją układu i otoczenia. Geometryczny kształt powierzchni płytki wzorcowej i płytki odniesienia, długości ramion interferometru, pochylnie zwierciadła odniesienia, wymiar płytki wraz z tolerancjami, błąd przesunięcia fazy, liczba oraz rodzaj użytych długości fali, temperatura, ciśnienie, wilgotność, stężenie  $CO_2$  oraz informacja o charakterze i wielkości uwzględnianych szumów.

Na podstawie powyższych informacji, moduł generacji interferogramów, po uwzględnieniu poprawek Edlena [5, 6], wylicza rzeczywiste długości fali, a następnie tworzy interferogramy dla 5 wartości przesunięcia fazowego.

Działanie powyższego algorytmu może być zastąpione przez użycie interferogramów uzyskanych z układu rzeczywistego. W takim wypadku pomijane są informacje potrzebne jedynie do generacji, a wprowadzamy dane dotyczące wymiarów płytki oraz te, które wpływają na wyliczenie późniejszych.



Rys. 4. Schemat blokowy programu

Z interferogramów moduł analizy obrazu wylicza mapy fazowe naszego obiektu, z ewentualnym uwzględnieniem błędu przesunięcia fazowego. Z map fazowych wyliczana jest poszukiwana przez nas różnica faz pomiędzy płytką wzorcową a powierzchnią odniesienia.

Na podstawie wyliczonych różnic faz, algorytm reszt fazowych wyszukuje odpowiadające im kombinacje i na końcu podaje poszukiwaną długość płytki wzorcowej.

Długość ta jest modyfikowana przez poprawki ustalone na podstawie wprowadzonych danych i wyliczana jest niepewność przeprowadzonego pomiaru.



Rys. 5. Przykładowe interferogramy syntetyczne dla  $\lambda_1 = 471$  nm,  $\lambda_2 = 587$  nm,  $\lambda_3 = 645$  nm  $\lambda_4 = 467$  nm oraz  $\lambda_5 = 598$  nm

Błąd samego algorytmu, wynikający głównie z poziomów dyskretyzacji intensywności, może zostać pominięty. Przykładowo dla płytki o długości l = 500 nm i długości fal  $\lambda_1 = 471$  nm,  $\lambda_2 = 587$  nm,  $\lambda_3 = 645$  nm, i 8-bitowego przetwornika, dla warunków idealnych otrzymujemy błąd wyznaczenia długości płytki +0,06 nm. Przy użyciu czwartej długości fali  $\lambda_4 = 467$  nm oraz piątej  $\lambda_5 = 598$  nm, błąd pozostaje ciągle na tym samym poziomie, +0,04 i +0,07 nm, co potwierdza, że jest on wywołany tylko dyskretyzacją poziomów intensywności.

Oczywiście należy pamiętać, że podanie odpowiednich przedziałów, w jakich poszukiwana jest dana długość, ma bezpośredni wpływ na poprawność wyników. Jeżeli chcąc zmierzyć płytkę o długości 1 m, przy użyciu 3 długości fali, podamy że znajduje się ona w przedziale 0,9-1,1 m, otrzymamy wiele kombinacji  $[N_1, N_2, ..., N_n]$ , dla których wartości  $\Delta l$  będą minimalne i równe sobie. Nie pozwoli to jednoznacznie określić poszukiwanej długości.

### Podsumowanie

Pomiary płytek wzorcowych, przy użyciu metod interferometrii multispektralnej, ze względu na wysokie wymagania dokładności, są zagadnieniem wymagającym analizy wielu zjawisk. Opisany powyżej model umożliwia symulację pomiaru oraz wspomaganie badań eksperymentalnych.

Pełna automatyzacja pomiaru wymaga dokładnej analizy zagadnień opisanych powyżej, a następnie stworzenia pełnego budżetu błędu pomiarowego. Staje się to możliwe dopiero w momencie uwzględnienia danych eksperymentalnych pochodzących z układu rzeczywistego w celu modyfikacji samego modelu.

Praca zrealizowana w ramach projektu rozwojowego MNSiSW 0503/T02/2007/02.

Artykuł wpłynął do redakcji 14.04.2008 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w kwietniu 2008 r.

#### LITERATURA

- [1] A. PAKUŁA, D. ŁUKASZEWSKI, M. WENGIEROW, L. SAŁBUT, *Interferometr multispektralny do pomiaru długości płytek wzorcowych klasy K*, Metrologia wspomagana komputerowo, Waplewo, 2008.
- [2] F. BAYER-HELMS, *Ugięcie płytek wzorcowych przy poziomym ich ułożeniu na podporach nożowych*, PTB Mitteilungen, 1-2, 1967.
- [3] K. PATORSKI, M. KUJAWIŃSKA, L. SAŁBUT, Interferometria laserowa z automatyczną analizą obrazu, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2005.
- [4] Polska Norma PN-EN ISO 3650:2000, *Specyfikacja geometrii wyrobów (GPS). Wzorce długości. Płytki wzorcowe*, Polski Komitet Normalizacyjny, sierpień 2000.
- [5] K. P. BIRCH, M. J. DOWNS [NPL], Letter to the Editor: Correction to the Updated Edlén Equation for the Refractive Index of Air Metrologia, 31, no. 4, 1994, 315-316.
- [6] K. P. BIRCH, M. J. DOWNS [NPL], An Updated Edlén Equation for the Refractive Index of Air Metrologia, 30, no. 3, 1993, 155-162.

#### M. WENGIEROW, L. SAŁBUT

#### Numerical simulation of multispectral interferometer for measurement of gauge blocks length

**Abstract.** The paper describes numerical simulation of a multispectral interferometer for gauge blocks length measurement. In the article we show a concept of synthetic interferograms generation and automatic fringe pattern analysis algorithm. This algorithm takes into account the influence of environmental conditions, noises and interferometer configuration itself. It allows us to add correction to final measurement results.

Keywords: length measurement, residual fraction method, multispectral interferometry gauge blocks

Universal Decimal Classification: 535.8