



## Numeryczna analiza wpływu obciążeń termicznych na stan przemieszczeń i naprężeń betonowych płyt lotniskowych

MARIAN DACKO, ROBERT BRODZIK\*

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechaniczny,  
Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, 00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2

\*Wyższa Szkoła Oficerska Sił Powietrznych, 08-530 Dęblin, ul. Dywizjonu 303

**Streszczenie.** Artykuł przedstawia analizę betonowych płyt nawierzchniowych poddanych obciążeniom termicznym. Zasadniczą część artykułu podzielono na trzy rozdziały. W pierwszym rozdziale analizą objęto pojedynczą nieważką płytę betonową obciążoną termicznie, dla której pominięto wpływ jej ciężaru własnego oraz wpływ oddziaływania podłoża. W drugim rozdziale zaprezentowano możliwości wykorzystania analiz numerycznych w doborze podstawowych parametrów płyt oraz podłoża. Rozważano wpływ zmiany wymiarów płyty w planie oraz grubości i sztywności podłoża na stan przemieszczeń i naprężeń. Dodatkowo w trzecim rozdziale przeprowadzono analizę z wykorzystaniem superpozycji obciążeń wywołanych naciskami kół samolotu oraz termicznych. Wyniki tych analiz przedstawiono w postaci rozkładów warstwicznych oraz w postaci graficznych zestawień porównawczych. Artykuł zakończono podsumowaniem.

**Słowa kluczowe:** lotnisko, lotniskowa płyta betonowa, temperatura, obciążenia termiczne

**Symbole UKD:** 625.717

### Wstęp

Gwałtowny rozwój lotnictwa cywilnego i wojskowego przypada na początek lat sześćdziesiątych ubiegłego wieku. Od tego czasu, mimo okresowych wahań, ma miejsce ciągły wzrost liczby przewozów lotniczych. Duży popyt na usługi lotnicze głównie w Azji i na Bliskim Wschodzie, wymusza konieczność rozbudowy infrastruktury lotniskowej w miejscach, które z punktu widzenia panujących tam warunków klimatycznych określane są jako uciążliwe. Dotyczy to między innymi

konsekwencji, jakie pociąga za sobą lokalizacja lotnisk w miejscach o bardzo wysokich dobowych i rocznych gradientach temperatur. W samej nawierzchni betonowej, oprócz naprężeń powstających od ciężaru samolotu przekazywanego przez koła, działają również naprężenia termiczne, wywoływane różnicą temperatur na wierzchu i spodzie płyt. O ile obciążenia zewnętrzne w bardzo małym stopniu zależą od temperatury, o tyle obciążenia termiczne w sposób bezpośredni zależą od warunków atmosferycznych, jakie panują w strefie lotniska.

Na podstawie analiz literaturowych, naprężenia wywołane obciążeniami termicznymi mogą osiągać bardzo znaczne wartości i zależą w głównej mierze od: geometrii płyt, ciężaru własnego płyt, wartości gradientu termicznego oraz wielkości sił pochodzących od więzów podłoża.

Niniejsza praca jest próbą wykazania, jaki jest wpływ tych parametrów na ocenę stopnia wytężenia płyt oraz stanowi weryfikację, z wykorzystaniem metody elementów skończonych, dotychczasowego stanu wiedzy o wpływie obciążeń termicznych na wytrzymałość nawierzchni betonowych.

## 1. Nieważka płyta betonowa obciążona termicznie

Analizę wydzielonej płyty lotniskowej obciążonej termicznie przeprowadzono, wykorzystując znany fakt, że jednorodne ciało izotropowe, podparte w sposób statycznie wyznaczalny, poddane działaniu pola temperatury będącego liniową funkcją współrzędnych kartezjańskich, deformuje się przy zerowym stanie naprężeń [1].

Rozważano wydzieloną płytę kwadratową podpartą w sposób statycznie wyznaczalny z pominięciem jej ciężaru. Pole temperatury ma stałą wartość wzdłuż osi  $x$ ,  $y$  i jest liniowo zmienne w kierunku osi  $z$ . Rozważano dwa przypadki zmienności temperatury wzdłuż osi  $z$ :

- a) wzrost temperatury — gradient dodatni;
- b) spadek temperatury — gradient ujemny.

Należy przy tym zauważyć, że temperatura średnia ma wpływ jedynie na zmianę wymiarów płyty w planie, zaś zmiana temperatury po osi  $z$  powoduje jej zginanie. Na podstawie danych literaturowych [2] przyjęto do analizy różnicę temperatury spodu i wierzchu płyty wynoszącą  $16^{\circ}\text{C}$ .

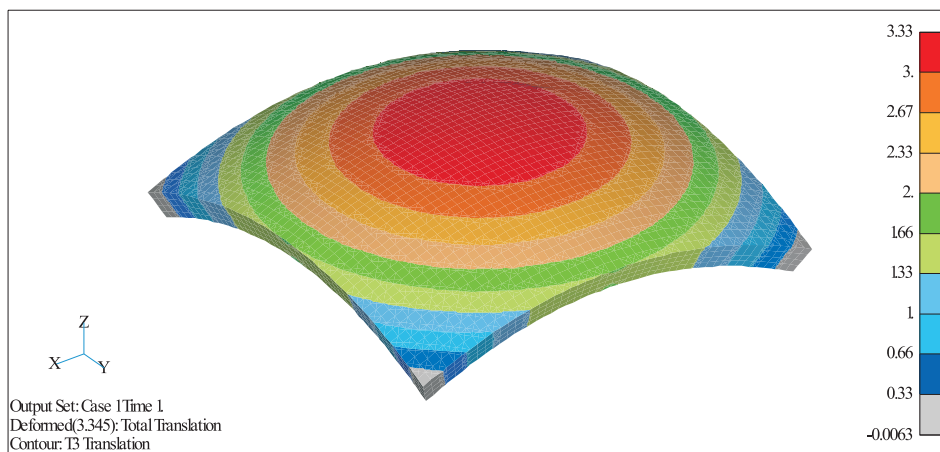
Analizę numeryczną przeprowadzono metodą elementów skończonych, wykorzystując system MSC NASTRAN.

W obliczeniach przyjęto:

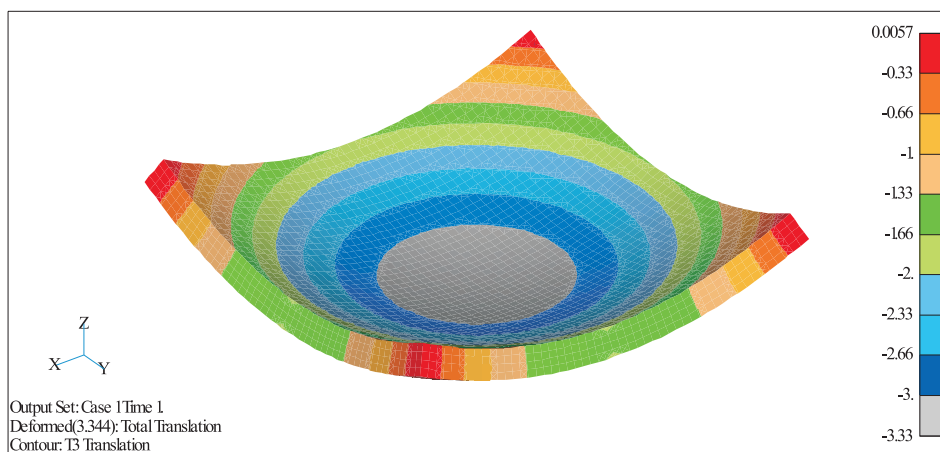
- rozmiar płyty  $5 \times 5 \times 0,3$  m;
- moduł sprężystości betonu  $E = 32\,000$  MPa;
- współczynnik Poissona  $\nu = 0,17$ ;
- współczynnik rozszerzalności termicznej betonu  $\alpha = 10^{-5}$   $1/^{\circ}\text{C}$ .

Model dyskretny płyty utworzono z ośmiowęzłowych elementów bryłowych ułożonych w pięciu warstwach przy łącznej liczbie elementów 12 500. Deformacje płyty i wartości ugięć przy dodatnim i ujemnym gradiencie temperatur pokazano odpowiednio na rysunkach 1 i 2. Otrzymane z obliczeń wartości przemieszczeń pionowych w obu wypadkach przekraczają 3 mm.

Uzyskane z obliczeń wartości naprężeń dla obydwu gradientów temperatury są rzeczywiście bardzo małe, lecz nie są ściśle zerowe. Należy bowiem pamiętać, że MES jest metodą przybliżoną i zbieżność do rozwiązania ścisłego uzyskujemy, gdy liczba węzłów dąży do nieskończoności.

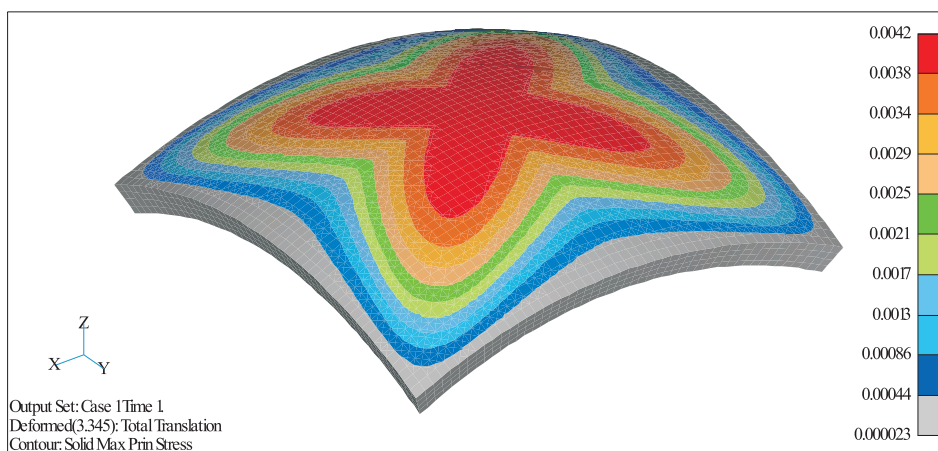


Rys. 1. Deformacja płyty nieważkiej, gradient dodatni [mm]



Rys. 2. Deformacja płyty nieważkiej, gradient ujemny [mm]

Pokazany na rysunku 3 plan warstwiczny maksymalnego naprężenia głównego na górnej powierzchni płyty wykazuje wartość 0,0042 MPa, która jest o trzy rzędy niższa od wytrzymałości betonu na rozciąganie.



Rys. 3. Rozkład max. naprężeń głównych na górnej powierzchni płyty, gradient dodatni [MPa]

## 2. Obciążenie termiczne płyty na podłożu sprężystym

### 2.1. Dane do przykładu

Do dalszej analizy wykorzystano model płyty kwadratowej o różnych rozmiarach z uwzględnieniem sprężystego podłoża. W modelu numerycznym podłoże sprężyste opisano elementami typu GAP nieprzenoszącymi rozciągania. We wszystkich przypadkach obciążeń termicznych uwzględniony był ciężar płyty. Przyjęto współczynnik sprężystości podłoża z przedziału  $25 \leq c \leq 250$  MPa/m.

Zgodnie z normą stosowaną w krajach Unii Europejskiej (wg PN-EN 206-1), do analizy przyjęto beton klasy B30 o własnościach określonych w pkt. 1 oraz przyjmując ciężar właściwy betonu  $\gamma = 24$  kN/m<sup>3</sup>.

Na podstawie tych danych zbudowano trzy modele, dla których przeanalizowano wpływ obciążeń termicznych przy różnych wymiarach płyty i różnej sztywności podłoża.

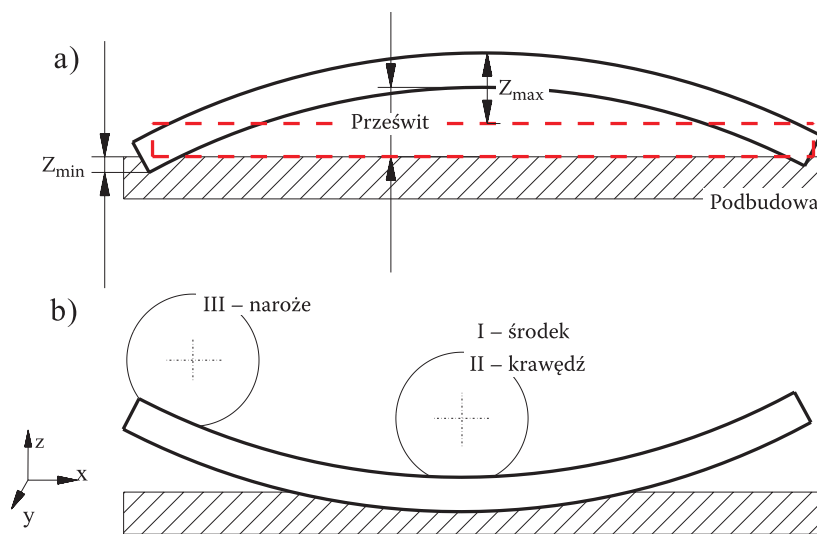
Model 1 — różne wymiary płyty — [a × b] — (Wariant 1 — 5 × 5 × 0,3 m; Wariant 2 — 7,5 × 7,5 × 0,3 m; Wariant 3 — 4 × 4 × 0,3 m).

Model 2 — różne grubości płyty — [g] — (Wariant 1 — 5 × 5 × 0,3 m; Wariant 2 — 5 × 5 × 0,27 m, Wariant 3 — 5 × 5 × 0,33 m).

Model 3 — różne sztywności podłoża — [c] — (Wariant 1 — 25 MPa/m; Wariant 2 — 50 MPa/m, Wariant 3 — 250 MPa/m).

Głównym zadaniem betonowych nawierzchni lotniskowych jest przenoszenie obciążeń od nacisków kół samolotów. Dotychczasowa analiza zamieszczona w pracach [3-5] wykazała, że zarówno maksymalne naprężenia główne, jak i maksymalne ugięcia dla pojedynczej płyty występują w przypadku obciążenia naroża. W przypadkach, gdy siły zewnętrzne przyłożone były w środku i przy krawędzi płyty, maksymalne naprężenia rozciągające powstawały na spodzie płyty, natomiast w przypadku obciążenia naroża występowały na wierzchniej warstwie płyty. W celu przeanalizowania, jaki wpływ na wielkość i miejsca występowania maksymalnych ugięć i naprężeń głównych mają obciążenia termiczne, wykonano obliczenia z wykorzystaniem superpozycji obciążeń. W modelu 4 dokonano analizy z wykorzystaniem superpozycji od obciążeń zewnętrznych i termicznych oraz ciężaru własnego płyty.

Model płyty obciążonej termicznie, spoczywającej na podłożu sprężystym o więzach jednostronnych, przedstawia rysunek 4. Gdy stosuje się więzy jednostronne, płyta ma możliwość odrywania się od podłoża, powodując powstawanie prześwitu. Wykonana symulacja pozwala także prześledzić, jak zachowa się płyta, gdy dodatkowo będziemy zmieniać miejsce przyłożenia obciążeń od sił zewnętrznych (rys. 4b).



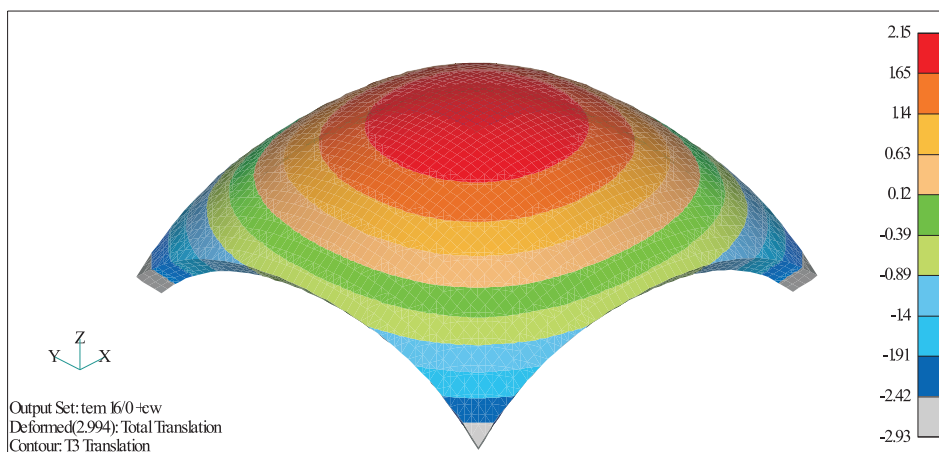
Rys. 4. Modele deformacji swobodnej płyty betonowej pod obciążeniem termicznym: a) gradient dodatni; b) gradient ujemny (I, II, III — miejsca przyłożenia obciążenia od sił zewnętrznych)

## 2.2. Wpływ wymiarów płyty — MODEL 1

Przeprowadzono obliczenia dla trzech wymiarów płyty  $5 \times 5$  m,  $7,5 \times 7,5$  m,  $4 \times 4$  m przy stałej grubości 0,3 m i sztywności podłoża 50 MPa/m. Wartości ekstremalnych przemieszczeń pionowych oraz maksymalnych naprężeń głównych przedstawiono w tabeli 1 oraz na wykresie 1.

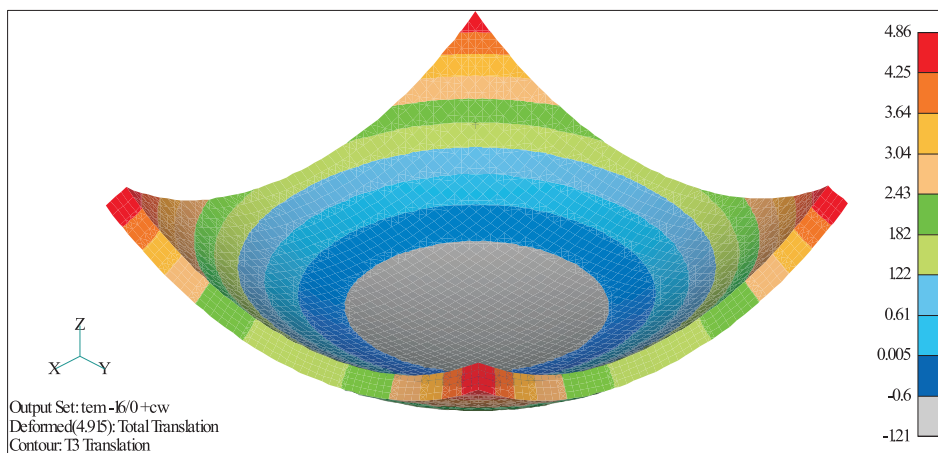
Ze względu na nieliniowy charakter zadania, analizę przeprowadzono dla dwóch wartości gradientów temperatury 16 i 8 stopni, zarówno dla dodatnich, jak i ujemnych. W oznaczeniach obciążeń termicznych przyjęto następujące zasady: znak „+” lub „-” oznacza gradient temperatury dodani lub ujemny, pierwsza liczba w oznaczeniu np. 16/0 określa temperaturę na górnej powierzchni płyty „16”, a druga temperaturę na spodzie płyty „0”.

Przykłady deformacji i rozkładów maksymalnych naprężeń głównych płyty o wymiarach  $7,5 \times 7,5$  m dla dodatniego i ujemnego gradientu  $16^\circ\text{C}$  przedstawiono na rysunkach 5-8. W płycie o tych rozmiarach przemieszczenia i naprężenia osiągają wartości ekstremalne. Analizując ugięcia płyty, należy zwrócić uwagę, że kontakt płyty z podłożem zachodzi jedynie w strefach ujemnych wartości przemieszczenia pionowego, a zatem w obszarze naroży dla gradientu dodatniego (rys. 5) i w obszarze środkowym płyty dla gradientu ujemnego (rys. 6). Widoczne jest, że przy gradiencie dodatnim naroża płyty zagłębiają się w podłoże na blisko 3 mm, zaś zagłębienie części środkowej płyty przy gradiencie ujemnym ma wartość 1,2 mm.



Rys. 5. Model 1. Rozkład ugięć płyty o wymiarach  $7,5 \times 7,5$  dla gradientu  $+16/0$  mm

W analizie maksymalnych ugięć płyty widoczny jest znaczny wpływ jej wymiarów. Porównując otrzymane wyniki, obserwujemy, że dla największej płyty maksymalne ugięcia wynoszące 4,86 mm występują dla gradientu ujemnego. W każdym



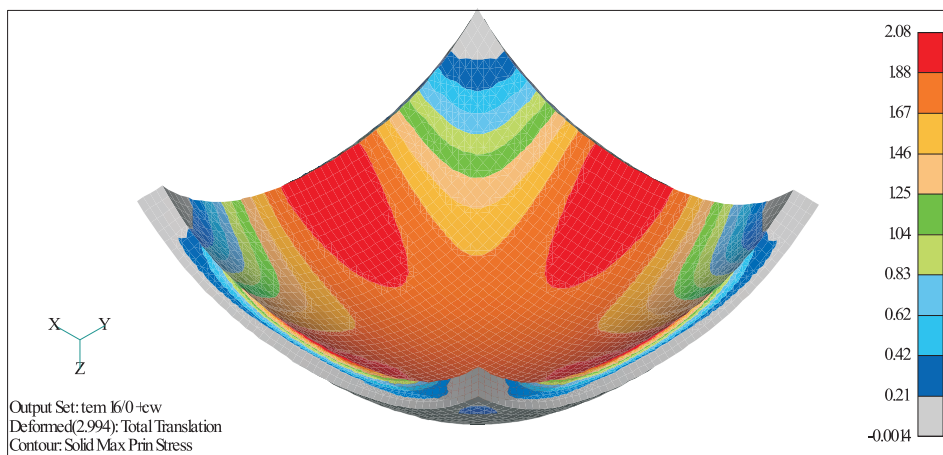
Rys. 6. Model 1. Rozkład ugięć płyty o wymiarach  $7,5 \times 7,5$  dla gradientu  $-16/0$  mm

z analizowanych wariantów, gradient ujemny powoduje znacznie większe ugięcia niż gradient dodatni. Dodatkowo, wraz ze wzrostem wymiarów płyty obserwujemy, że maksymalne ugięcia od gradientów ujemnych narastają znacznie szybciej niż od gradientów dodatnich. W przypadku największej płyty  $z_{\max}$  dla gradientu  $(-16/0)$  wynosi 4,86 mm i jest około 2,2 razy większe od  $z_{\max}$  dla gradientu  $(+16/0)$ , które wynosi 2,15 mm (rys. 5 i 6). Dla gradientów o połowę mniejszych  $(\pm 8/0)$  różnica ta jest już trzykrotna.

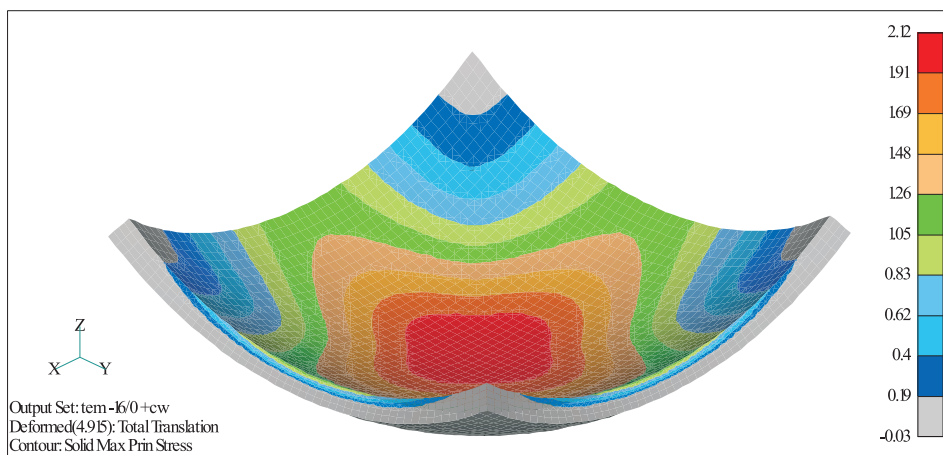
W analizie naprężeń ograniczono się do podawania wartości maksymalnych naprężeń głównych (rozciągających). Maksymalne naprężenia główne dla gradientów dodatnich zawsze występują na spodzie płyty w okolicach środków krawędzi, natomiast dla gradientów ujemnych — na górnej powierzchni płyty w jej części środkowej (rys. 7 i 8). Naprężenia te, jak wykazały analizy, mogą osiągać znaczne wartości i są tym większe, im większa jest rozpiętość płyt. Gdy zwiększono wymiary płyty o 50%, maksymalne naprężenia rozciągające zwiększyły się dwukrotnie i osiągnęły wartości przekraczające 2 MPa.

W celu zobrazowania maksymalnej deformacji płyty wprowadzono wielkość  $\Delta z$  — tzw. stopień deformacji, który stanowi sumę przemieszczeń płyty w kierunku osi  $z$ ,  $\Delta z = z_{\max} + |z_{\min}|$ . Analiza wyników zamieszczonych w tabeli 1 potwierdza, że wartości ekstremalne przemieszczeń pionowych oraz maksymalnych naprężeń występują dla wariantu II, czyli płyty o największych wymiarach. Wykres 1 w sposób graficzny ilustruje, że dla płyty o wymiarach  $7,5 \times 7,5$  m stopień deformacji zarówno dla gradientu dodatniego, jak i ujemnego przekracza 5 mm, a maksymalne naprężenia główne przekraczają 2 MPa.





Rys. 7. Model 1. Rozkład maksymalnych naprężeń głównych na spodzie płyty o wymiarach  $7,5 \times 7,5$  dla gradientu  $+16/0$  MPa



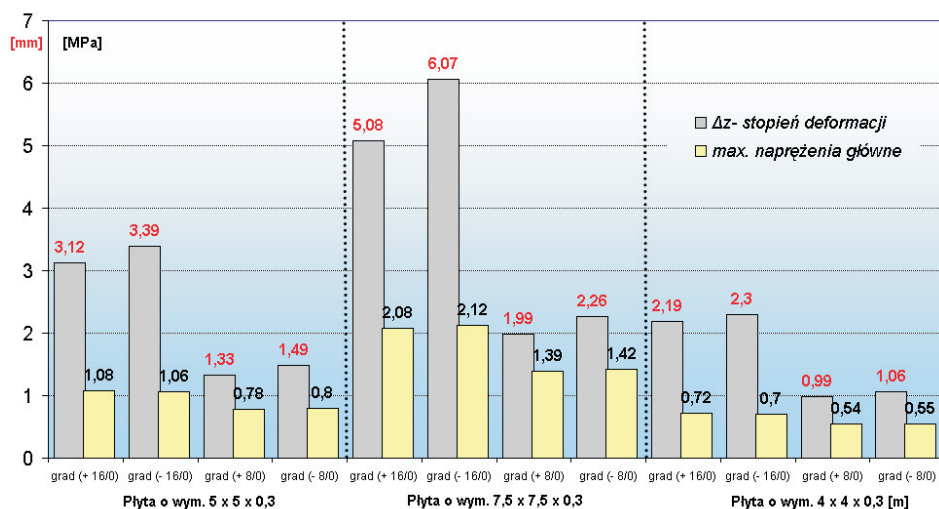
Rys. 8. Model 1. Rozkład maksymalnych naprężeń głównych na górnej powierzchni płyty o wymiarach  $7,5 \times 7,5$  dla gradientu  $-16/0$  MPa



TABELA 1

Zestawienie wyników dla różnych wymiarów płyty; \*) przykłady ugięć i naprężeń (rys. 5-8)

Wariant	Obciążenie termiczne Gradient dodatni (+) Gradient ujemny (-)	Rozmiar płyty (długość/szerokość/grubość) $a \times b \times g$ [m]	Klasa betonu — B 30; $c = 50$ MPa/m		
			$z_{\max} / z_{\min}$ [mm]	$\Delta z$ [mm]	$\sigma_{\max}$ [MPa]
I	grad (+16/0)	$5 \times 5 \times 0,3$	1,48/-1,64	3,12	1,08
	grad (-16/0)		2,73/-0,66	3,39	1,06
	grad (+8/0)		0,44/-0,89	1,33	0,78
	grad (-8/0)		1,06/-0,43	1,49	0,8
II	grad (+16/0)	$7,5 \times 7,5 \times 0,3$	2,15/-2,93	5,08	2,08 <sup>*)</sup>
	grad (-16/0)		4,86/-1,21	6,07	2,12 <sup>*)</sup>
	grad (+8/0)		0,53/-1,46	1,99	1,39
	grad (-8/0)		1,55/-0,71	2,26	1,42
III	grad (+16/0)	$4 \times 4 \times 0,3$	1,06/-1,13	2,19	0,72
	grad (-16/0)		1,86/-0,44	2,3	0,7
	grad (+8/0)		0,36/-0,63	0,99	0,54
	grad (-8/0)		0,76/-0,3	1,06	0,55



Wykres 1. Porównanie wyników dla różnych wymiarów płyty

### 2.3. Wpływ grubości płyty — MODEL 2

Podstawowym problemem nawierzchni betonowych jest uzyskanie nawierzchni betonowej, charakteryzującej się jak największą wytrzymałością. Jedną z metod zwiększenia wytrzymałość nawierzchni sztywnych jest zwiększanie ich grubości. Jak ważne jest uzyskanie optymalnej grubości płyty, może świadczyć fakt, że dla średniego lotniska każde zwiększenie grubości o jeden centymetr powoduje wzrost zużycia betonu o około 1600 ton.

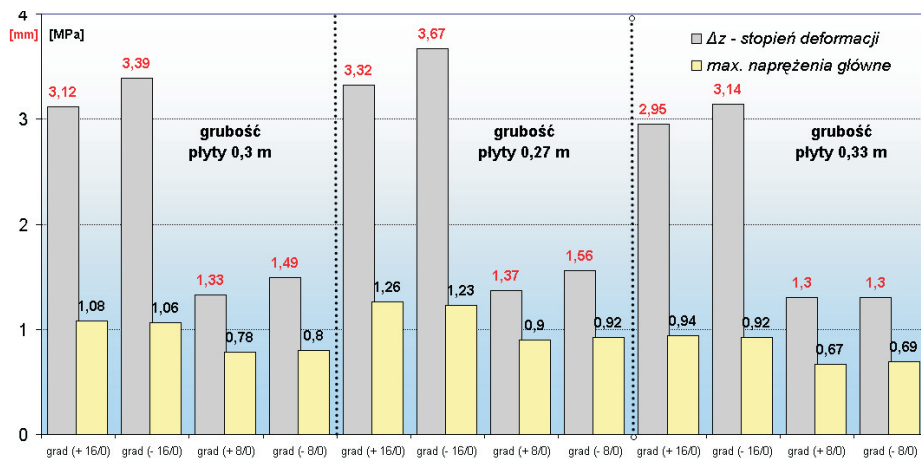
W kolejnym modelu wykonane obliczenia pozwoliły prześledzić stany wyęźnienia swobodnej płyty w przypadku zastosowania różnych grubości płyt. Wyniki tych analiz w zakresie ekstremalnych przemieszczeń pionowych i maksymalnych naprężeń głównych przedstawiono w tabeli 2 oraz w postaci wykresu 2.

TABELA 2

Zestawienie wyników dla różnych grubości płyt; \*) przykłady ugięć i naprężeń (rys. 9-11)

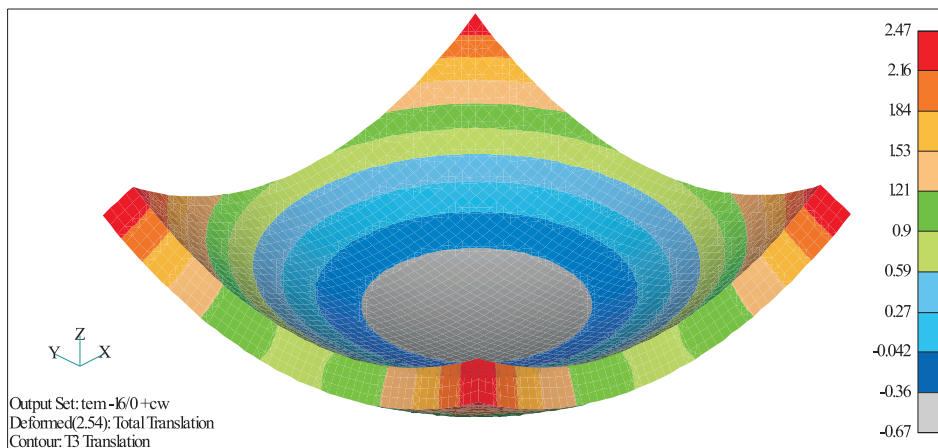
Wariant	Obciążenie termiczne Gradient dodatni (+) Gradient ujemny (-)	Rozmiar płyty (długość/szerokość/ grubość) a × b × g [m]	Klasa betonu — B 30; c = 50 MPa/m		
			$z_{\max}/z_{\min}$ [mm]	$\Delta z$ [mm]	$\sigma_{\max}$ [MPa]
I	grad (+16/0)	5 × 5 × 0,3	1,48/-1,64	3,12	1,08
	grad (-16/0)		2,73/-0,66	3,39	1,06
	grad (+8/0)		0,44/-0,89	1,33	0,78
	grad (-8/0)		1,06/-0,43	1,49	0,8
II	grad (+16/0)	5 × 5 × 0,27	1,65/-1,67	3,32	1,26 <sup>*)</sup>
	grad (-16/0)		3,03/-0,64	3,67	1,23 <sup>*)</sup>
	grad (+8/0)		0,49/-0,88	1,37	0,9
	grad (-8/0)		1,16/-0,4	1,56	0,92
III	grad (+16/0)	5 × 5 × 0,33	1,33/-1,62	2,95	0,94
	grad (-16/0)		2,47/-0,67 <sup>*)</sup>	3,14	0,92
	grad (+8/0)		0,4/-0,9	1,3	0,67
	grad (-8/0)		0,96/-0,44	1,3	0,69

Analiza otrzymanych wyników potwierdza wcześniejsze spostrzeżenia dotyczące obszarów płyt, w których występują zarówno maksymalne naprężenia, jak i ekstremalne przemieszczenia pionowe.



Wykres 2. Porównanie wyników dla różnych grubości płyt

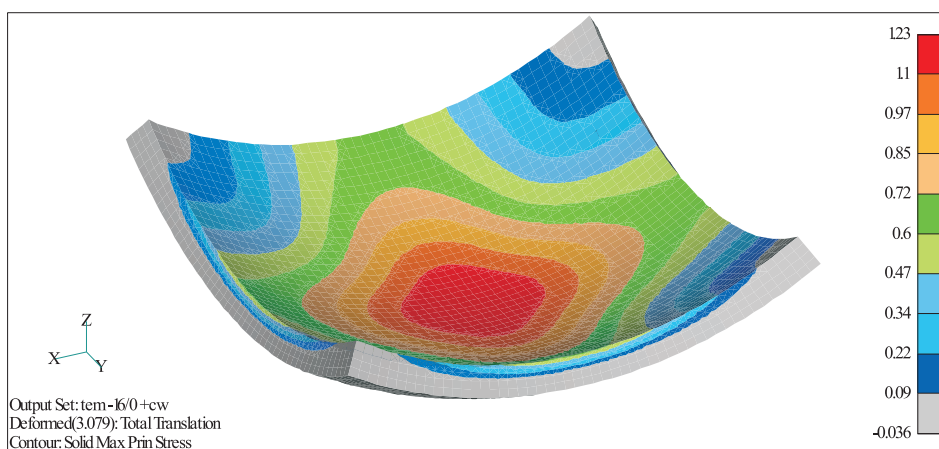
Porównując wyniki z tabeli 2 i wykresu 2, można zauważyć, że zwiększanie grubości płyty o 10%, tj. 0,03 m powoduje zmniejszanie maksymalnych ugięć również o około 10%, zarówno dla gradientu ujemnego, jak i dodatniego. Dla płyty o największej grubości, stopień deformacji zarówno dla gradientu ujemnego  $\Delta z = 3,14$  mm (rys. 9), jak i dodatniego  $\Delta z = 2,95$  mm, zmalał także o około 10%. Świadczy to o stosunkowo niewielkim liniowym wpływie grubości płyty na ich deformację. Zmniejszenie przyjętego gradientu o połowę ( $\pm 8/0$ ) także potwierdza tę zależność.



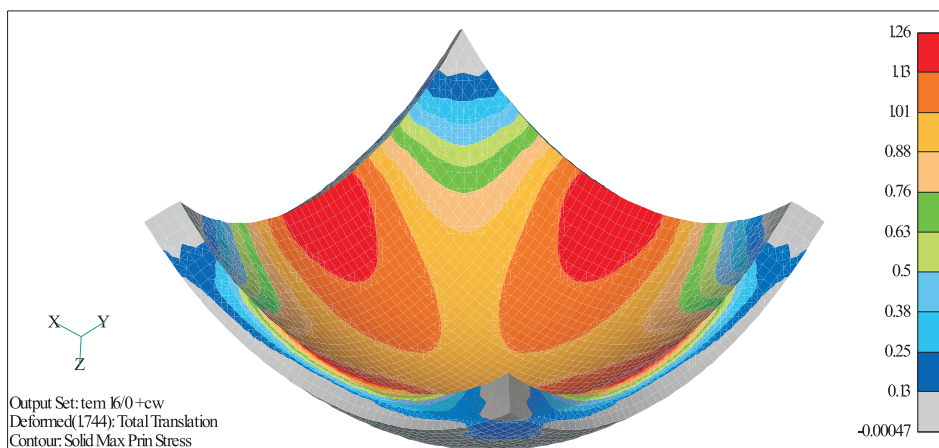
Rys. 9. Model 2. Rozkład ugięć płyty o wymiarach  $5 \times 5 \times 0,33$  dla gradientu  $-16/0$  mm

Wraz ze wzrostem grubości płyty zwiększa się jej ciężar, który zmniejszając maksymalne ugięcia jednocześnie zmniejsza prześwit pomiędzy płytą a podłożem (w przypadku stosowania jednostronnych więzów podłoża) oraz zmniejsza powierzchnię płyty, która traci kontakt z podłożem.

Wzorem przeprowadzonych wcześniejszych analiz rozpatrywano maksymalne naprężenia główne, jakie występują na wierzchu oraz spodzie płyty spoczywającej na podłożu sprężystym. Wartości tych naprężeń są tym mniejsze im większa jest grubość płyt i zmieniają się od około 0,93 MPa dla grubości 0,33 m do około 1,25 MPa dla grubości 0,27 m (rys. 10 i 11).



Rys. 10. Model 2. Rozkład maksymalnych naprężeń głównych na górnej powierzchni płyty o wym.  $5 \times 5 \times 0,27$  dla gradientu  $-16/0$  MPa



Rys. 11. Model 2. Rozkład maksymalnych naprężeń głównych na spodzie płyty o wymiarach  $5 \times 5 \times 0,27$  dla gradientu  $+16/0$  MPa

Należy w tym miejscu podkreślić, że dla przedziału od 0,27 m do 0,33 m, wzrost grubości o kolejne 0,03 m powoduje zmniejszanie naprężeń o około 14% (tab. 2). Dalsze zwiększanie grubości powoduje, że stosunek ten stopniowo maleje do około 9%, i dla płyt o grubości 0,39 m  $\sigma_{\max}$  zmniejsza się jedynie do 0,75 MPa.

Wykres 2 w sposób graficzny przedstawia wyniki oraz obrazuje stosunkowo niewielki wpływ grubości płyty zarówno na maksymalne naprężenia główne, jak i stopień deformacji.

#### 2.4. Analiza wpływu sztywności podłoża — MODEL 3

O trwałości konstrukcji lotniska, obok nawierzchni, decyduje również podbudowa, dlatego przy analizie wytrzymałościowej nawierzchni sztywnych z wykorzystaniem MES, ważnym problemem jest przyjęcie odpowiedniego modelu obliczeniowego nawierzchnia betonowa-podłoże. Dalsza analiza to próba optymalizacji wielkości parametru nazywanego modułem podatności podłoża [c] (współczynnikiem sztywności podłoża) pod kątem wytrzymałościowym.

Analiza pojedynczej płyty obciążonej termicznie spoczywającej na różnych podłożach wykazuje, że niezależnie od przyjętego współczynnika, płyta nadal przyjmuje charakterystyczny kształt. Otrzymane wyniki potwierdzają istotny wpływ sztywności podłoża na wartości  $\sigma_{\max}$  i  $z_{\max}$ .

Pięciokrotne zwiększenie sztywności podłoża powoduje, że maksymalne przemieszczenia dla gradientu (+16/0) zwiększyły się o 0,39 mm (około 21%), natomiast dla gradientu (-16/0) jedynie o 0,27 mm (około 9%). Zmiana sztywności podłoża powoduje natomiast znaczne zmiany wartości ujemnych przemieszczeń pionowych (tab. 3) odpowiadających zagłębieniu naroży płyty przy dodatnim gradiencie temperatury oraz zagłębieniu części środkowej płyty przy gradiencie ujemnym. Analizując otrzymane wyniki oraz rozkłady sił w GAP, dochodzimy do wniosku, że gdy zwiększa się sztywność podłoża, zmniejsza się powierzchnia płyty, która ma kontakt z podłożem.

Dla sztywności  $c = 50$  MPa/m znacznie większy obszar płyty jest w kontakcie z podłożem, niż dla sztywności  $c = 250$  MPa/m. Widoczne jest także, że dla największej sztywności podłoża, przy gradiencie dodatnim naroża płyty zagłębiają się w podłoże na niespełna 1 mm (rys. 12), natomiast zagłębienie części środkowej płyty przy gradiencie ujemnym ma wartość 0,27 mm (rys. 13).

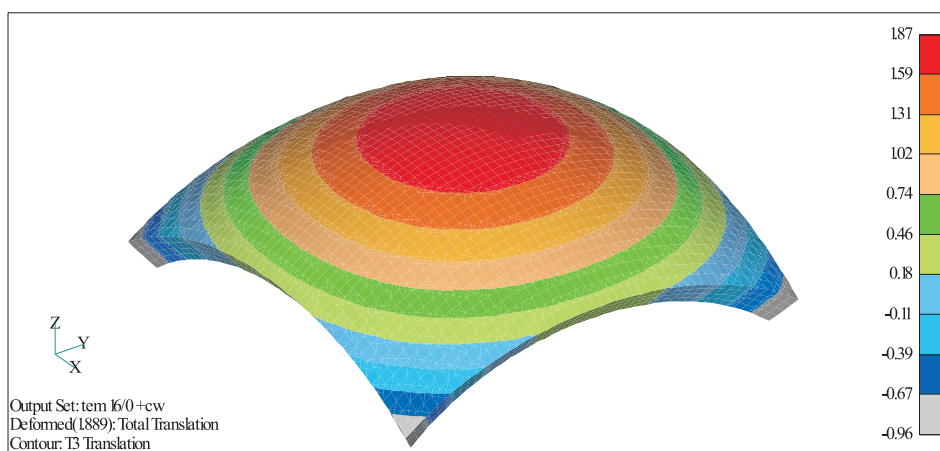
Ocena stopnia wpływu sztywności podłoża na wartości maksymalnych naprężeń głównych pokrywa się z wcześniejszymi spostrzeżeniami dotyczącymi zarówno miejsca ich występowania, jak i rozkładów.

Porównując wartości  $\sigma_{\max}$  dla trzech różnych sztywności podłoża, dostajemy rozrzut wartości dla gradientu  $\pm 16/0$  od około 0,86 MPa dla wariantu II do około 1,48 MPa dla wariantu III (rys. 15 i 16), natomiast dla gradientu o połowę mniejszego  $\pm 8/0$  od 0,61 MPa dla wariantu II do 1,18 MPa dla wariantu III. Analiza otrzymanych

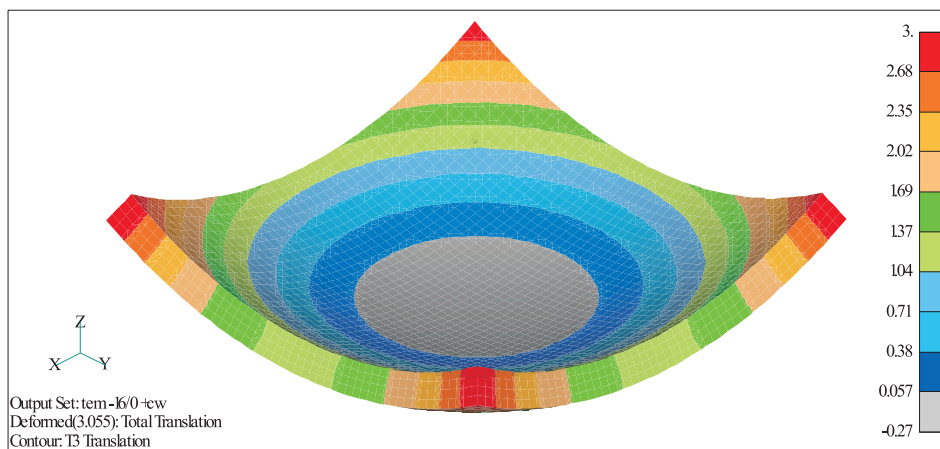
TABELA 3

Zestawienie wyników dla różnych sztywności podłoża; \*) przykłady ugięć i naprężeń (rys. 12-15)

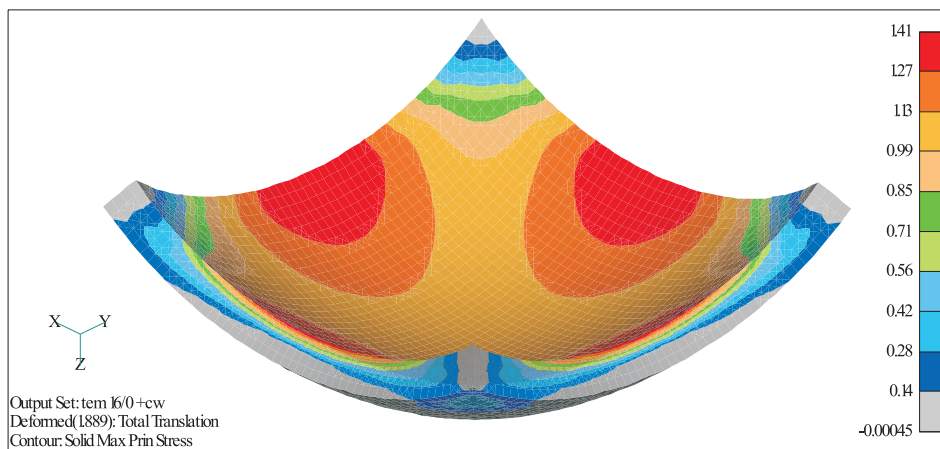
Wariant	Obciążenie termiczne Gradient dodatni (+) Gradient ujemny (-)	Sztywność podłoża [MPa/m]	Klasa betonu — B 30; Rozmiar płyty 5 × 5 × 0,3		
			$z_{\max} / -z_{\max}$ [mm]	$\Delta z$ [mm]	$\sigma_{\max}$ [MPa]
I	grad (+16/0)	50	1,48/-1,64	3,12	1,08
	grad (-16/0)		2,73/-0,66	3,39	1,06
	grad (+8/0)		0,44/-0,89	1,33	0,78
	grad (-8/0)		1,06/-0,43	1,49	0,8
II	grad (+16/0)	25	1,22/-2,05	3,27	0,86
	grad (-16/0)		2,5/-0,95	3,45	0,87
	grad (+8/0)		0,3/-0,95	1,25	0,61
	grad (-8/0)		0,92/-0,64	1,56	0,62
III	grad (+16/0)	250	1,87/-0,97 <sup>*)</sup>	2,84	1,41 <sup>*)</sup>
	grad (-16/0)		3,0/-0,27 <sup>*)</sup>	3,27	1,48 <sup>*)</sup>
	grad (+8/0)		0,6/-0,47	1,07	1,17
	grad (-8/0)		1,18/-0,16	1,34	1,18



Rys. 12. Model 3. Rozkład ugięć płyty o wymiarach 5 × 5 × 0,3 i sztywności podłoża 250 MPa/m dla gradientu +16/0 mm



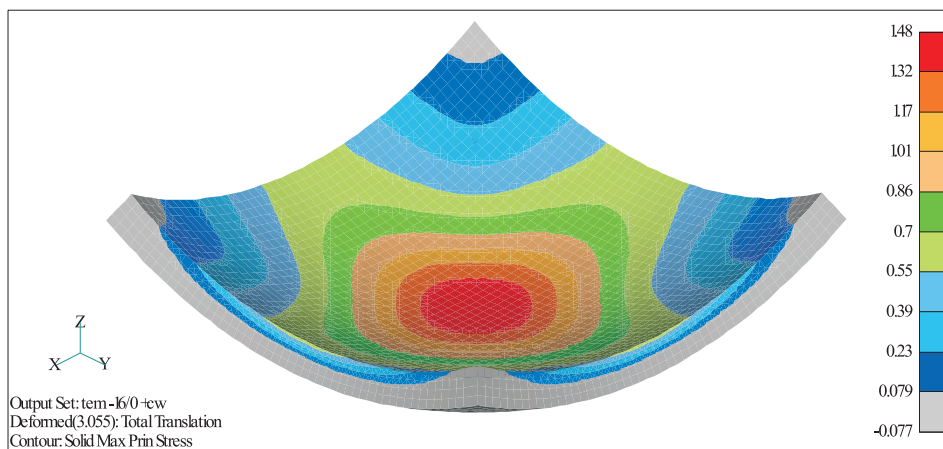
Rys. 13. Model 3. Rozkład ugięć płyty o wymiarach  $5 \times 5 \times 0,3$  i sztywności podłoża  $250 \text{ MPa/m}$  dla gradientu  $-16/0 \text{ mm}$



Rys. 14. Model 3. Rozkład maksymalnych naprężeń głównych na spodzie płyty o wymiarach  $5 \times 5 \times 0,3$  i sztywności podłoża  $250 \text{ MPa/m}$  dla gradientu  $+16/0 \text{ MPa}$

wyników (tab. 3, wykres 3) świadczy o tym, że dwukrotne zwiększenie sztywności podłoża (wariant II i I) powoduje wzrost  $\sigma_{\max}$  średnio o 20%, dalsze pięciokrotne zwiększenie sztywności (wariant I i III) powoduje wzrost  $\sigma_{\max}$  o kolejne 25%. W przypadku stopnia deformacji płyt proporcje są odmiennie i każde zwiększenie sztywności powoduje, że  $\Delta z$  nieznacznie maleje o średnio 5%.





Rys. 15. Model 3. Rozkład maksymalnych naprężeń głównych na górnej powierzchni płyty o wymiarach  $5 \times 5 \times 0,3$  i sztywności podłoża  $250 \text{ MPa/m}$  dla gradientu  $-16/0 \text{ MPa}$

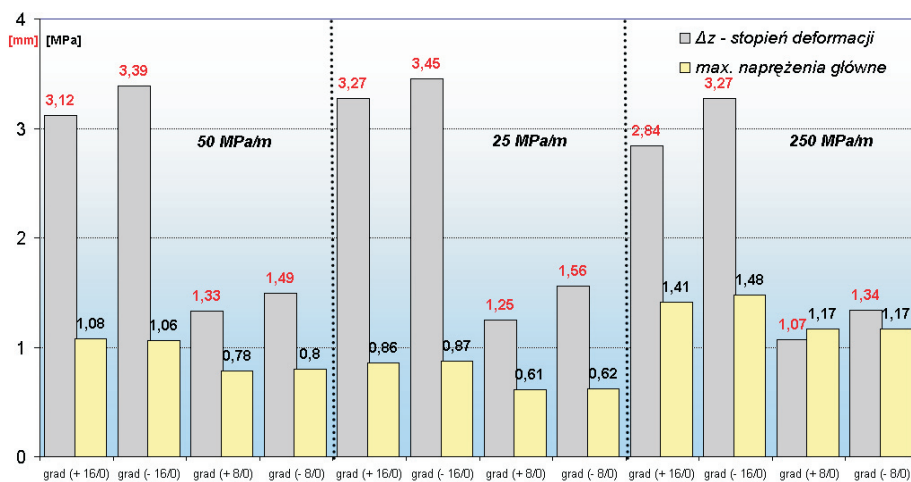
### 3. Superpozycja obciążeń

W dalszej części przeanalizowano dwa przykłady, w których wykorzystano zasadę superpozycji od obciążeń zewnętrznych, termicznych oraz ciężaru własnego płyty:

- dla obciążeń zewnętrznych przyjęto zastępcze koło samolotu MiG-29. Siłę  $79,4 \text{ kN}$  zastąpiono ciśnieniem działającym na prostokąt płyty o rozmiarach  $20 \times 40 \text{ cm}$  ( $2 \times 4$  elementy płyty); zgodnie z założeniami Westergaarda przyjęto trzy przypadki przyłożenia obciążenia — środek płyty, naroże i środek krawędzi płyty,
- dla obciążeń termicznych zgodnie z wcześniejszymi przykładami przyjęto dwa liniowe rozkłady temperatur o gradiencie dodatnim i gradiencie ujemnym.

Dotychczasowa analiza dotyczyła wzajemnych relacji pomiędzy wpływem obciążeń termicznych i ciężaru własnego na wielkość i miejsce powstawania naprężeń i ugięć płyty. W analizie naprężeń ograniczono się do podania maksymalnych wartości naprężeń głównych (rozciągających) oraz stwierdzono, że niezależnie od geometrii płyt oraz sztywności podłoża przy obciążeniach termicznych uzyskano rozkłady, w których to dla gradientów dodatnich  $\sigma_{\max}$  zawsze występuje na spodzie płyty, natomiast dla gradientów ujemnych  $\sigma_{\max}$  zawsze występuje na górnej powierzchni płyty.

Dla porównania przytoczono zaczerpnięte z pracy [3] wartości maksymalnych ugięć i naprężeń dla przypadku obciążenia pojedynczej płyty wyłącznie siłami zewnętrznymi od samolotu MiG-29 (tab. 4, wiersze 1, 4).



Wykres 3. Porównanie wyników dla różnych sztywności podłoża

TABELA 4

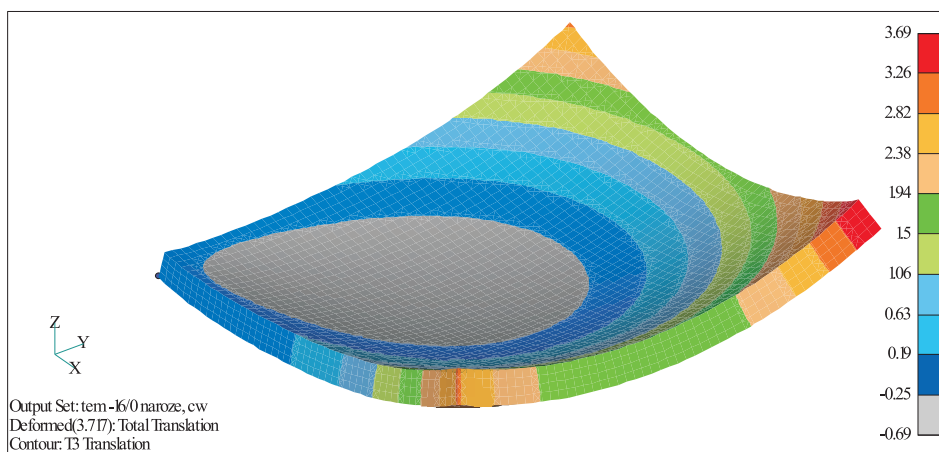
Zestawienie wyników dla Modelu 4 ( $\sigma_{\max}$  — dla spodu płyty,  $\sigma_{\max}$  — dla górnej powierzchni płyty) \*)  
— wybrane rozkłady (rys. 16-19)

Lp.	Rodzaj obciążenia		Wielkość	Klasa betonu B 30; c = 50 MPa/m, 5 × 5 × 0,3 m		
				Miejsce przyłożenia obciążenia		
				ŚRODEK	KRAWĘDŹ	NAROŻE
1	Siłami zewnętrznymi		$\sigma_{\max}$ [MPa]	1,23	2,17	2,35
2	Termiczne i zewnętrzne	Gradient dodatni	$z_{\max}$ [mm]	2,49 *)	3,59	1,49 *)
3		Gradient ujemny		0,77	1,7	2,34
4	Siłami zewnętrznymi			0,33	0,75	1,55
5	Termiczne i zewnętrzne	Gradient dodatni		1,14 *)	1,31	1,5
6		Gradient ujemny		2,69	3,43	3,69 *)

Przykłady deformacji i rozkłady izolinii maksymalnych naprężeń głównych płyty przedstawiono na rysunkach 16-19. Spośród rozpatrywanych wariantów obciążeń ekstremalne przemieszczenia występują, gdy płyta obciążona jest gradientem ujemnym a obciążenie zewnętrzne w postaci zastępczego pola nacisku jednego koła samolotu jest przyłożone w narożu płyty (rys. 16). Dla rozpatrywanych wariantów otrzymaliśmy rozrzut od 1,14 mm (rys. 17) do maksymalnej wartości 3,69 mm, gdzie maksymalne ugięcie występuje tylko w narożu przeciwległym przyłożonemu obciążeniu zewnętrznemu (rys. 16).

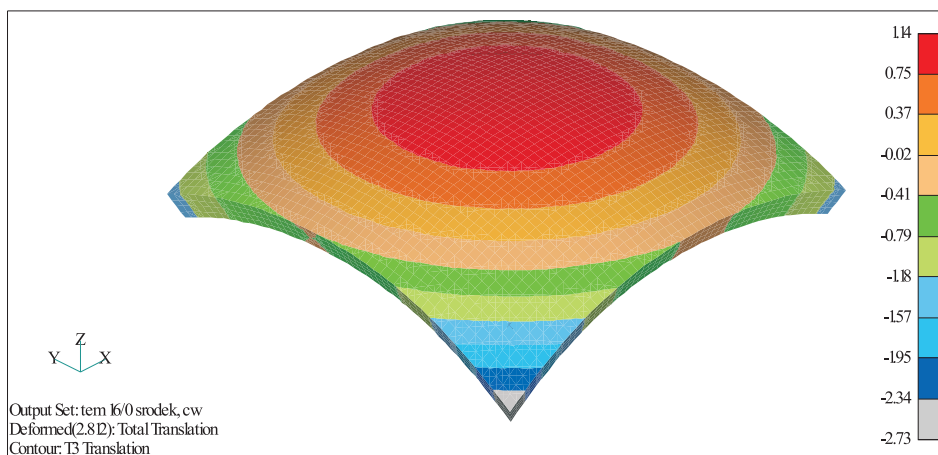
Na podstawie porównania wcześniejszych wyników wyłącznie od obciążeń termicznych (tab. 1, 2, 3) z otrzymanymi w wyniku superpozycji (tab. 4) można zaobserwować, że dla gradientu dodatniego przyłożone obciążenie zewnętrzne zmniejsza wartości  $z_{\max}$  dla wariantu „środek” i „krawędź” oraz nieznacznie zwiększa dla wariantu „naroże”. Całkowicie odmienna sytuacja występuje dla obciążenia gradientem ujemnym, gdzie bez względu na miejsce przyłożenia obciążenia zewnętrznego, maksymalne ugięcia osiągają znaczne wartości.

Porównując maksymalne wartości naprężeń rozciągających (tab. 4) dla gradientu dodatniego i ujemnego otrzymujemy bardzo duży rozrzut od 0,77 MPa (obciążenie środka — gradient ujemny) do 3,59 MPa (obciążenie krawędzi — gradient dodatni). Przy gradientie dodatnim oraz obciążeniu „środką” (rys. 18) i „krawędzi” maksymalne naprężenia powstają na spodzie płyty, dla obciążenia „naroża” na górnej powierzchni płyty (rys. 19). Dla gradientu dodatniego i obciążenia „naroża” maksymalne naprężenia wynoszą 1,49 MPa i są znacznie mniejsze od naprężeń dla wariantu obciążenia „środką” i „krawędzi” (tab. 4).

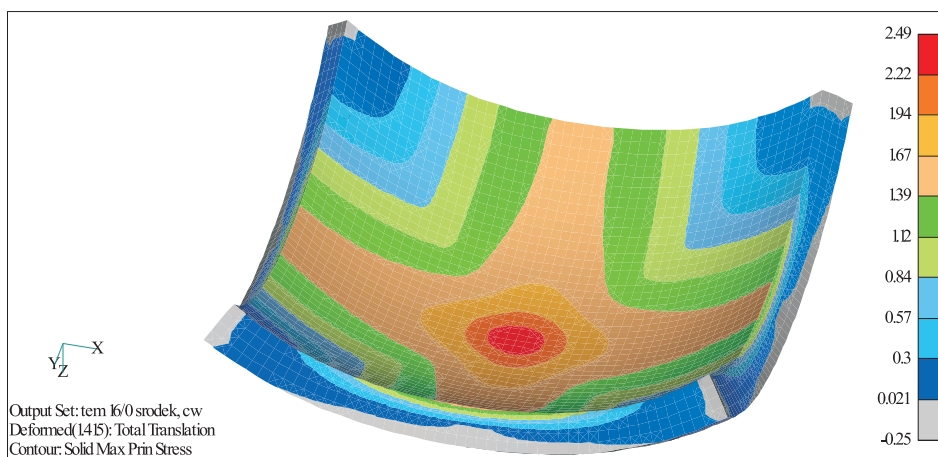


Rys. 16. Model 4. Rozkład ugięć płyty dla gradientu ujemnego i obciążenia zewnętrznego w narożu płyty [mm]

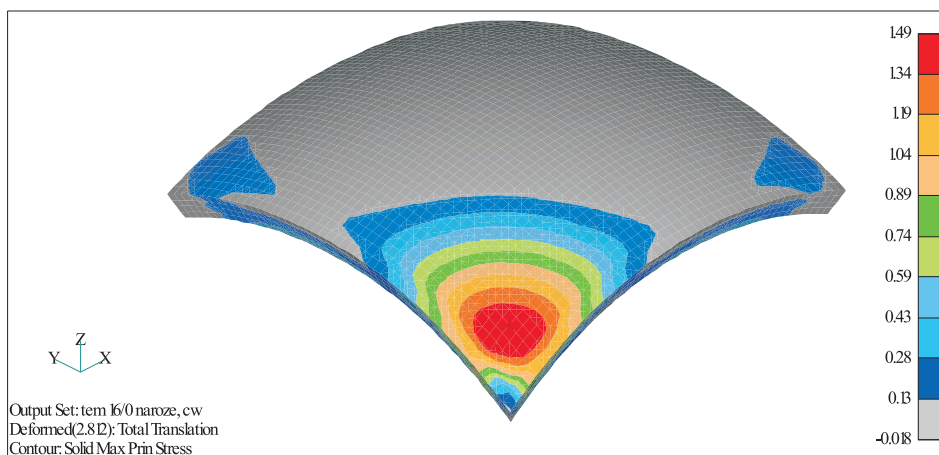
Przeprowadzona analiza otrzymanych wyników świadczy o tym, że w przypadku zastosowania superpozycji w sposób jednoznaczny możemy określić tzw. przypadki niekorzystne, dla których naprężenia rozciągające osiągają ekstremum. Należy jednak podkreślić, że dotyczy to wyłącznie szczególnych przypadków obciążeń (jednokołowe podwozie główne i liniowy gradient temperatury).



Rys. 17. Model 4. Rozkład ugięć płyty dla gradientu dodatniego i obciążenia zewnętrznego w środku płyty [mm]



Rys. 18. Model 4. Rozkład maksymalnych naprężeń głównych na dolnej powierzchni dla gradientu dodatniego i obciążenia zewnętrznego na środku płyty [MPa]



Rys. 19. Model 4. Rozkład maksymalnych naprężeń głównych na górnej powierzchni dla gradientu dodatniego i obciążenia zewnętrznego w narożu płyty [MPa]

#### 4. Wnioski

Przeprowadzona numeryczna analiza przy wykorzystaniu metody elementów skończonych wykazała, że obciążenia termiczne w znaczący sposób wpływają zarówno na deformacje płyt, jak i wielkości powstających naprężeń. Podsumowując dotychczasowe badania, można stwierdzić, że w przypadku wyłącznie obciążeń termicznych decydujący wpływ na wartości przemieszczeń i naprężeń odgrywa wielkość płyt. Spośród wszystkich analizowanych wariantów w płytach o rozmiarach  $7,5 \times 7,5$  m przemieszczenia i naprężenia osiągają wartości ekstremalne.

Superpozycja obciążeń powoduje znaczący wzrost maksymalnych naprężeń głównych, a w szczególności dla gradientu dodatniego, gdzie ekstrema występują na spodzie płyty i osiągają wartości przekraczające 3 MPa.

Uzyskane z obliczeń wartości naprężeń dla obydwu gradientów temperatury świadczą o tym, że niezależnie od miejsca przyłożenia obciążenia, gradient dodatni wywołuje znacznie większe wartości naprężeń rozciągających niż gradient ujemny.

Wykonana symulacja komputerowa potwierdza przydatność MES do szybkiego szukania optymalnych rozwiązań przy zadanych obciążeniach w zależności od podstawowych danych konstrukcyjnych, tj. rozpiętości i grubości płyt oraz sztywności podłoża.

Przeprowadzone analizy pozwoliły wykazać, że w płytowych nawierzchniach betonowych obciążenia termiczne mają znaczny wpływ na deformację płyt oraz rozkład naprężeń.

Artykuł wpłynął do redakcji 22.04.2008 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w maju 2008 r.

## LITERATURA

- [1] M. BIJAK-ŻOCHOWSKI (red.), *Wytrzymałość konstrukcji*, t. 2, OWPW, Warszawa, 2004.
- [2] P. NITA, *Betonowe nawierzchnie lotniskowe — teoria i wymiarowanie konstrukcyjne*, ITWL, Warszawa, 2005.
- [3] M. DACKO, J. MARSZAŁEK, *Zastosowanie programów NASTRAN do analizy nośności lotniskowych nawierzchni betonowych*, Biul. WAT, Warszawa. 53, 8, 2004.
- [4] M. DACKO, R. BRODZIK, *Zeszyty naukowe*, 1(9), WSOSP, Dęblin, 2006.
- [5] M. DACKO, R. BRODZIK, *Zeszyty naukowe*, 1(10), WSOSP, Dęblin, 2007.
- [6] M. DACKO, R. BRODZIK, *Drogownictwo*, 6, Warszawa, 2007.
- [7] W. PALECZEK, *Drogownictwo*, 3, Warszawa, 2001.
- [8] S. DREWNOWSKI, W. PALECZEK, *Drogownictwo*, 3, Warszawa, 2004.
- [9] W. PALECZEK, *Wpływ temperatury na wytrzymałość płyt betonowych na podłożu gruntowym*, praca doktorska, Politechnika Świętokrzyska, 2002.
- [10] W. ARASZKIEWICZ, *Budowa lotnisk*, t. I, PWN, Warszawa, 1970.
- [11] W. CZYCUŁA, G. SZCZEPANIAK-KRUPOWSKI, *Drogownictwo*, 1, Warszawa, 2006.
- [12] Y. DERE, A. ASGARI, E. SOTELINO, G. ARCHER, *Failure prediction of skewed jointed plain concrete pavements using 3 D FE analysis*, [www.elsevier.com](http://www.elsevier.com).
- [13] PN-S-96015 *Drogowe i lotniskowe nawierzchnie z betonu cementowego*.

M. DACKO, R. BRODZIK

**Numerical analysis of thermal load effect on displacement  
and stress conditions of concrete aprons**

**Abstract.** The article presents an analysis of concrete aprons subjected to thermal load. Main part of the article is divided into three chapters. First chapter includes the analysis of a single weightless concrete apron, subjected to thermal load, where deadweight and base interaction effect is omitted. Second chapter presents the possibilities of the use of numerical analysis for selecting basic parameters of apron and base. Influence of apron dimensions and thickness, base rigidity and displacement and stress conditions were considered. Third chapter includes the analysis, using superposition method for loads caused by thrust of aircraft wheels and thermal loads. Results of the analysis are presented in form of a contour plan and graphical comparison. Article is concluded with a summary.

**Keywords:** airfield, concrete apron, temperature, thermal load

**Universal Decimal Classification:** 625.717

