Biuletyn WAT
Vol. LVI, Nr 4, 2007

Wpływ anizotropowości podpór na krytyczne prędkości obrotowe silnika turbośmigłowego

PIOTR DRĄŻEK*, IDZI NOWOTARSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Instytut Techniki Lotniczej,
00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2
*WSK „PZL RZESZÓW" S.A.,
35-078 Rzeszów, ul. Hetmańska 120

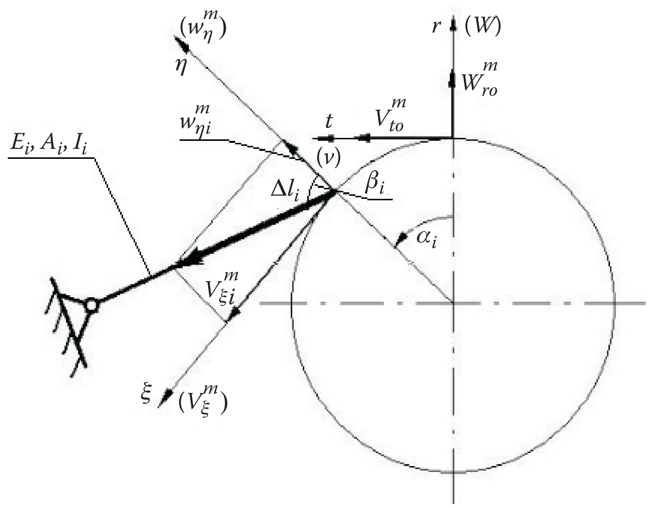
Streszczenie. W artykule zaprezentowano model matematyczny oraz wyniki obliczeń układu o symetrii obrotowej, dla którego promieniowa sztywność podparcia wzdłuż obwodu nie ma cech symetrii osiowej.
Słowa kluczowe: mechanika — dynamika, lotnictwo
Symbole UKD: 629.735.015

1. Wstęp

W dotychczasowej praktyce obliczeń inżynierskich krytycznych prędkości obrotowych, np. turbinowych silników lotniczych, przyjmowano, że przednia lub tylna podpora silnika jest nieodkształcalna lub odkształcalna (sprężysta) i ma cechy, tak jak cały obiekt, symetrii osiowej [1, 2]. Przykładem takiego podparcia mogą być cztery równomiernie rozłożone na obwodzie cięgna sprężyste o kierunku promieniowym. Sztywność modelu zastępczego podpory można było uznać jako stałą wzdłuż obwodu to znaczy, że podpora jest izotropowa. Analizując układy mocowania silnika do płyty reduktorowej na śmigłowcach (por. rysunki w tab. 3.4 i 3.5) można zauważyć, że podpora nie jest symetryczna względem układu biegunowego (oś obrotu-promień). Sztywność podpory jest zatem anizotropowa. Niżej podano propozycję metodyki matematycznego opisu tego typu podpory, a następnie omówiono wyniki analizy numerycznej.

2. Reakcje podpory anizotropowo-sprężystej

Niech jedno z cięgien anizotropowego zawieszenia silnika na śmigłowcu ma geometrię usytuowania na kadłubie silnika jak na rysunku 2.1.



Rys. 2.1. Geometria i-tej podpory

Zgodnie ze znanymi równaniami wytrzymałości materiałów, siła w i-tym cięgnie, m-tej podpory (m-tego węzła) wynosi

$$N_i^m = k_i \, \Delta l_i^m = \frac{E_i \, A_i}{l_i} \, \Delta l_i^m, \tag{2.1}$$

a przemieszczenie Δl_i^m jest równe

$$\Delta l_i^m = W_{\eta i}^m \cos \beta_i + V_{\xi i}^m \sin \beta_i. \tag{2.2}$$

Składowe siły N_i^m w cięgnie w układzie osi ξ–η wynoszą

$$\begin{aligned} N_{\xi i}^m &= N_i^m \sin \beta_i \\ N_{\eta i}^m &= N_i^m \cos \beta_i \end{aligned} \tag{2.3}$$

lub w zapisie macierzowym:

$$\begin{Bmatrix} N_{\xi i}^m \\ N_{\eta i}^m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin \beta_i \\ \cos \beta_i \end{Bmatrix} N_i^m. \tag{2.4}$$

Dalej podstawiając równania (2.1), (2.2) do (2.4) i konsekwentnie stosując zapis macierzowy, otrzymano

$$\begin{Bmatrix} N_{\xi i}^{m} \\ N_{\eta i}^{m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin\beta_i \\ \cos\beta_i \end{Bmatrix} k_i \, \Delta l_i^m = k_i \begin{Bmatrix} \sin\beta_i \\ \cos\beta_i \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\beta_i, & \cos\beta_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_{\xi i}^{m} \\ W_{\eta i}^{m} \end{Bmatrix} =$$

$$= k_i \begin{bmatrix} \sin^2\beta_i & \frac{1}{2}\sin 2\beta_i \\ \frac{1}{2}\sin 2\beta_i & \cos^2\beta_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_{\xi i}^{m} \\ W_{\eta i}^{m} \end{Bmatrix}. \tag{2.5}$$

Na podstawie wcześniejszych rozważań z uwzględnieniem stosownej dla rozpatrywanego problemu macierzy Boile'a

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

np. dla deformacji symetrycznych jest

$$\begin{Bmatrix} V_{\xi i}^{m} \\ W_{\eta i}^{m} \end{Bmatrix} = \mathbf{BS}\left\{\delta_0^m\right\}^{e} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos m\alpha & & & 0 \\ & \sin m\alpha & & \\ & & \cos m\alpha & \\ 0 & & & \cos m\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{x0}^{m} \\ V_{t0}^{m} \\ W_{r0}^{m} \\ \varphi_{t0}^{m} \end{Bmatrix} = \tag{2.7}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \sin m\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos m\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{x0}^{m} \\ V_{t0}^{m} \\ W_{r0}^{m} \\ \varphi_{t0}^{m} \end{Bmatrix} = \mathbf{B_s}\left\{\boldsymbol{\delta}_\mathbf{0}^\mathbf{m}\right\}_e .$$

Przez analogię do (2.7) wektor sił w przekroju α_i wynosi

$$\begin{Bmatrix} N_{\xi i}^{m} \\ N_{\eta i}^{m} \end{Bmatrix} = \mathbf{B_s} \begin{Bmatrix} N_{xo}^{m} \\ N_{to}^{m} \\ N_{ro}^{m} \\ M_{to}^{m} \end{Bmatrix}. \tag{2.8}$$

Podstawiając do (2.5) zależności (2.7) i (2.8), otrzymano

$$
\begin{aligned}
\mathbf{B_S}\begin{Bmatrix} N_{x0}^m \\ N_{t0}^m \\ N_{r0}^m \\ M_{t0}^m \end{Bmatrix} &= k_i \begin{bmatrix} \sin^2\beta_i & \frac{1}{2}\sin 2\beta_i \\ \frac{1}{2}\sin 2\beta_i & \cos^2\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \sin m\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos m\alpha & 0 \end{bmatrix} \left\{\delta_\mathbf{0}^\mathbf{m}\right\}_e = \\
&= k_i \begin{bmatrix} 0 & \sin^2\beta_i \sin m\alpha & \frac{1}{2}\sin 2\beta\cos m\alpha & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\sin 2\beta \sin m\alpha & \cos^2\beta_i \cos m\alpha & 0 \end{bmatrix} \left\{\delta_\mathbf{0}^\mathbf{m}\right\}_e
\end{aligned}
\tag{2.9}
$$

lub inaczej

$$\mathbf{B_S}\,\mathbf{N} = \mathbf{b}. \tag{2.10}$$

Ponieważ $\mathbf{B_S}$ nie jest macierzą kwadratową, do wyznaczenia wektora $\mathbf{N}$ zastosowano tzw. pseudoinwersję, tj.

$$\mathbf{N} = \left(\mathbf{B_S^{\mathit{T}}}\,\mathbf{B_s}\right)^{-1}\mathbf{B_S^{\mathit{T}}}\,\mathbf{b},$$

gdzie

$$
\begin{aligned}
\mathbf{N} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin^2 m\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos^2 m\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{B_S^{\mathit{T}}}\,\mathbf{b} = \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sin^2 m\beta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\cos^2 m\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \sin m\alpha & 0 \\ 0 & \cos m\alpha \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{b} = \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{\sin m\alpha} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\cos m\alpha} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{b} = k_i \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin^2\beta_i & \frac{1}{2}\sin 2\beta_i \operatorname{ctg} m\alpha & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\sin 2\beta_i \operatorname{tg} m\alpha & \cos^2\beta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left\{\delta_0^m\right\}_e .
\end{aligned}
\tag{2.11}
$$

Ostatecznie zgodnie z konwencją zapisu właściwą dla MES mamy

$$\mathbf{N} = \begin{Bmatrix} 0 \\ N_{t0}^{m} \\ N_{r0}^{m} \\ 0 \end{Bmatrix} = \left[\mathbf{K}_i\right]_e \left\{\delta_0^m\right\}_e , \tag{2.12}$$

gdzie $[\mathbf{K}_i]_e$ jest niesymetryczną macierzą sztywności cięgna, daną zależnością (2.11).

Analizując strukturę macierzy (2.11), należy zauważyć, że macierz cięgna $[\mathbf{K}_i]_e$ jest symetryczna tylko dla $\beta_i = 0$, a dla $0 < \beta_i \leq \pi/2$ jest macierzą niesymetryczną. Komplikuje to rozwiązanie układu równań algebraicznych MES i wymaga innych bardziej złożonych procedur. Całkowanie macierzy (2.11) po obwodzie, tj. po $d\alpha$ należy wykonać z wykorzystaniem pseudofunkcji Diraca $\delta(t)$ o znanych własnościach

$$\begin{aligned} &\delta(t) = 0 \quad \text{dla} \quad t \neq 0 \\ &\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t)\delta(t)dt = \psi(0). \end{aligned} \tag{2.13}$$

Po tych uwagach dla N cięgien na obwodzie napisać można

$$\left[\mathbf{K}_i\right] = \sum_{i=1}^{N} \int_{0}^{2\pi} \delta(\alpha - \alpha_i)\left[\mathbf{K}_i(\alpha)\right]_e d\alpha. \tag{2.14}$$

W następnym punkcie przedstawiono i omówiono wyniki testów numerycznych.

3. Analiza numeryczna

Wpływ anizotropowości podpór na widmo częstości i postaci drgań zbadamy na dwóch przykładach. Pierwszy to prosty przykład testowy w postaci hipotetycznego wału o różnych konfiguracjach podparcia, wirujący lub nie z uwzględnieniem precesji prostej lub bez precesji. Analiza rezultatów pozwoli na ocenę zaproponowanej metodyki oraz ocenę ilościowego i jakościowego charakteru zmian badanych parametrów ruchu.

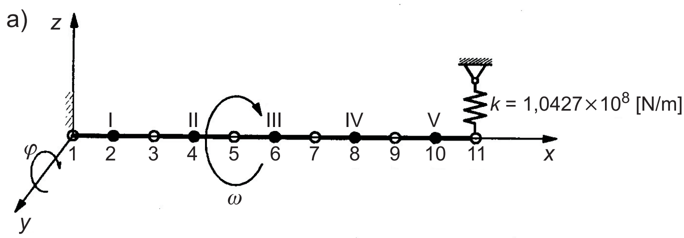
Drugim przykładem będzie rzeczywista konstrukcja silnika PZL-10W.

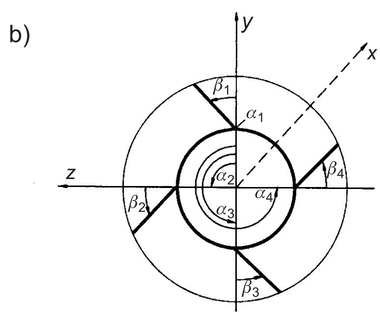
3.1. Hipotetyczny wał

Rozpatrzono wał, który jest lewostronnie sztywno podparty, a prawostronnie podparty jest na podporze podatnej o różnym stopniu anizotropowości. Szkic analizowanej hipotetycznej konstrukcji przedstawiono na rysunku 3.1a. Wyniki zestawiono w postaci wykresów i tabel, w których błąd względny $\Delta\Omega$ zdefiniowano jako

$$\Delta\Omega_i = \frac{\Omega_{i(x-z)} - \Omega_{i(x-y)}}{\Omega_{i(x-z)}} \cdot 100\left[\%\right]. \tag{3.1}$$

W celu ustalenia uwagi Czytelnika na rysunku 3.1b pokazano geometrię i sposób kątowego zwymiarowania położenia cięgien sprężystych.





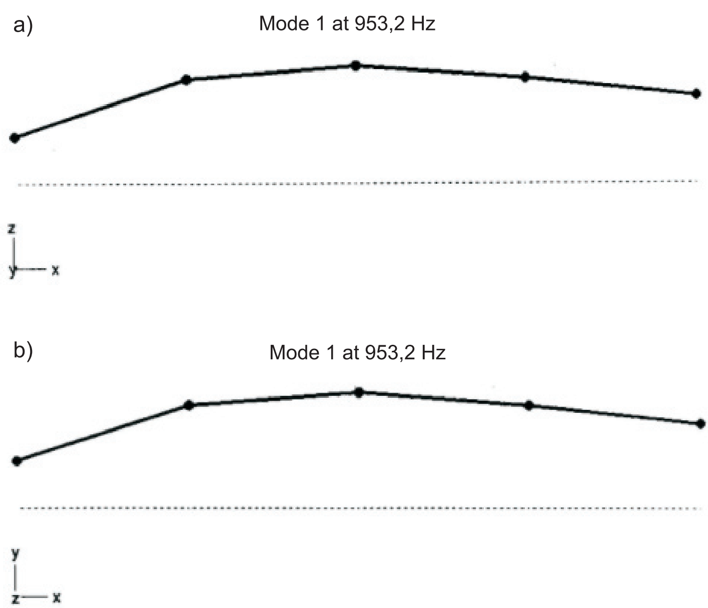
Rys. 3.1. Szkic hipotetycznego wału (a) oraz sposób zwymiarowania cięgien (b)

Pierwszy przypadek obliczeniowy (tab. 3.1) dotyczy podpory o sztywności stałej wzdłuż obwodu (podpora izotropowa). Wyniki zestawiono w dziewięciu kolumnach. Pierwsze trzy dotyczą drgań własnych, pozostałe obrotów krytycznych. Rozwiązania wykazują symetrię względem dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyzn *x-z* i *x-y*, co potwierdza także otrzymana wartość błędu względnego (0%).

Kolejny test numeryczny dotyczy podpory o czterech równomiernie rozłożonych na obwodzie cięgnach, lecz nachylonych w stosunku do promienia pod kątem 45°. Ta nieznaczna asymetria sztywności podpory uwidacznia się w otrzymanych wartościach częstości drgań i obrotów krytycznych odnotowanych dla ruchu obiektu we wzajemnie prostopadłych płaszczyznach. Największe różnice odnotowuje się dla drugiej i czwartej postaci drgań (tab. 3.2).

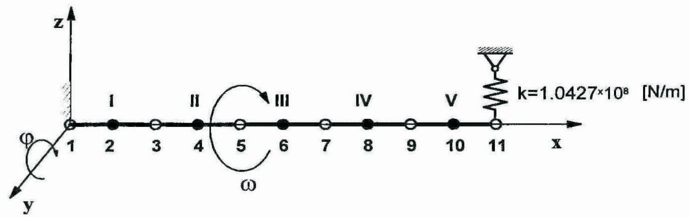
Ostatni test numeryczny hipotetycznej konstrukcji dotyczy dużej asymetrii geometrycznej i sztywnościowej analizowanej podpory. W tym przypadku cztery cięgna są rozłożone nierównomiernie na obwodzie i usytuowane pod różnymi kątami w stosunku do promienia. Również ich sztywności są różne. Podpora ta konstrukcyjnie odpowiada rzeczywistemu podparciu silnika PZL-10W, które omówimy szczegółowo w następnym punkcie. Rozwiązanie zamieszczone w tabeli 3.3 charakteryzuje się także asymetrią parametrów ruchu, tj. częstości własnych i prędkości krytycznych.

Na rysunkach 3.2-3.5 zilustrowano postaci drgań dla początkowej fazy ruchu $t_0 = 0$. Szczegółowy opis znajduje się pod rysunkami i nie wymaga dalszego komentarza, poza stwierdzeniem zauważalnych różnic w postaciach drgań dla podpory anizotropowej w stosunku do izotropowej. Reasumując, należy stwierdzić, że łatwy w analizie hipotetyczny przykład testowy potwierdza poprawną koncepcję sformułowania modelu matematycznego anizotropowej podpory oraz zgodność otrzymanych rozwiązań z przyjętym modelem fizycznym analizowanej podpory.



Rys. 3.2. Podpora izotropowa, $\omega = 3000$ rad/s, $k = +1$. Pierwsza postać drgań w płaszczyźnie *x-y-z* (a) oraz *x-z-y* (b)

TABELA 3.1



$\alpha_1=0^{\circ}$ $\beta_1=0^{\circ}$

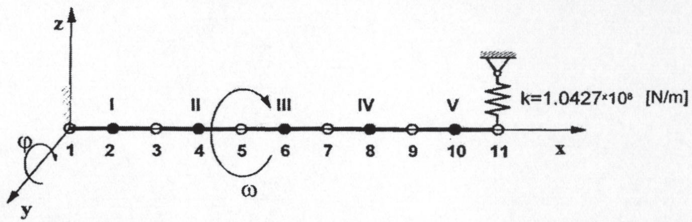
$\alpha_2=90^{\circ}$ $\beta_2=0^{\circ}$

$\alpha_3=180^{\circ}$ $\beta_3=0^{\circ}$

$\alpha_4=270^{\circ}$ $\beta_4=0^{\circ}$

Ω_ι	Częstość drgań własnych [Hz]			Obroty krytyczne [Hz]					
	$\omega = 0$			ω = 3000 [rad/s]					
				k=0			k=+1		
	Płaszczyzna (x-z)	Płaszczyzna (x-y)	Błąd względny [%]	Płaszczyzna (x-z)	Płaszczyzna (x-y)	Błąd względny [%]	Płaszczyzna (x-z)	Płaszczyzna (x-y)	Błąd względny [%]
Ω_1	658,6	658,6	0,00%	935,8	935,8	0,00%	954,7	954,7	0,00%
Ω_2	1489,6	1489,6	0,00%	1606,9	1606,9	0,00%	1862,8	1862,8	0,00%
Ω_3	2861,3	2861,3	0,00%	2924,8	2924,8	0,00%	3206,6	3206,6	0,00%
Ω_4	3471,4	3471,4	0,00%	3505,7	3505,7	0,00%	3438,8	3438,8	0,00%
Ω_5	4208,9	4208,9	0,00%	4267,0	4267,0	0,00%	4242,7	4242,7	0,00%

TABELA 3.2



$\alpha_1=0^{\circ}$ $\beta_1=45^{\circ}$

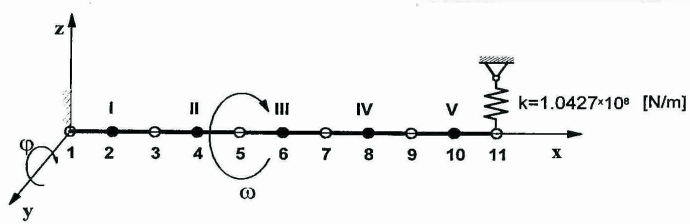
$\alpha_2=90^{\circ}$ $\beta_2=45^{\circ}$

$\alpha_3=180^{\circ}$ $\beta_3=45^{\circ}$

$\alpha_4=270^{\circ}$ $\beta_4=45^{\circ}$

Ω_i	Częstość drgań własnych [Hz]			Obroty krytyczne [Hz]					
	$\omega = 0$			ω = 3000 [rad/s]					
				k=0			k=+1		
	Płaszczyzna (x-z)	Płaszczyzna (x-y)	Błąd względny [%]	Płaszczyzna (x-z)	Płaszczyzna (x-y)	Błąd względny [%]	Płaszczyzna (x-z)	Płaszczyzna (x-y)	Błąd względny [%]
Ω_1	865,6	824,7	4,73%	1084,4	1057,1	2,52%	1092,1	1047,7	4,07%
Ω_2	1642,7	2370,9	-44,33%	1735,8	2476,0	-42,64%	1987,8	2386,5	-20,06%
Ω_3	2892,4	3677,3	-27,14%	2949,8	3753,7	-27,25%	3252,1	3600,4	-10,71%
Ω_4	3477,3	4556,5	-31,04%	3514,9	4635,6	-31,88%	3508,7	4458,0	-27,06%
Ω_5	4222,9	4258,1	-0,83%	4280,9	4206,8	1,73%	4257,8	4849,1	-13,89%

TABELA 3.3



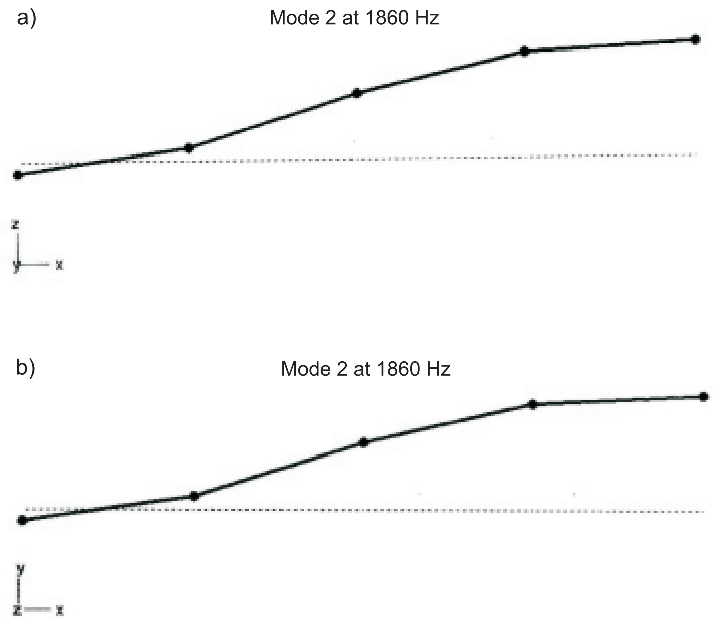
$\alpha_1=+105^{\circ}$ $\beta_1=+40^{\circ}$

$\alpha_2=+170^{\circ}$ $\beta_2=-60^{\circ}$

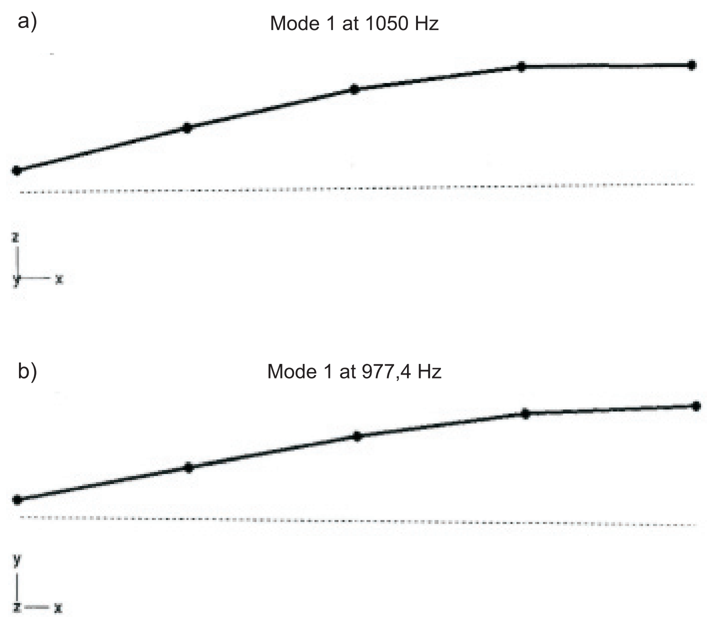
$\alpha_3=-175^{\circ}$ $\beta_3=0^{\circ}$

$\alpha_4=-105^{\circ}$ $\beta_4=-90^{\circ}$

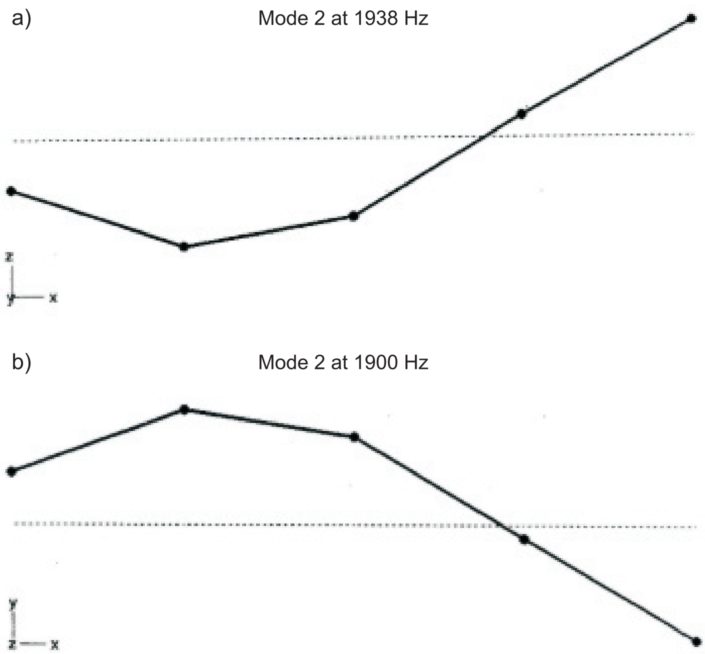
Ω_i	Częstość drgań własnych [Hz]			Obroty krytyczne [Hz]					
	$\omega = 0$			ω = 3000 [rad/s]					
				k=0			k=+1		
	Płaszczyzna (x-z)	Płaszczyzna (x-y)	Błąd względny [%]	Płaszczyzna (x-z)	Płaszczyzna (x-y)	Błąd względny [%]	Płaszczyzna (x-z)	Płaszczyzna (x-y)	Błąd względny [%]
Ω_1	797,3	699,7	12,24%	1041,7	967,4	7,13%	1051,9	979,2	6,91%
Ω_2	1573,7	1556,3	1,11%	1684,3	1671,5	0,76%	1941,0	1904,5	1,88%
Ω_3	2878,1	2888,8	-0,37%	2939,4	2950,8	-0,39%	3233,5	3219,4	0,44%
Ω_4	3474,5	3463,6	0,31%	3510,5	3497,3	0,38%	3483,7	3523,6	-1,15%
Ω_5	4216,5	4207,8	0,21%	4274,9	4266,6	0,19%	4251,3	4246,3	0,12%



Rys. 3.3. Podpora izotropowa, $\omega = 3000$ rad/s, $k = +1$. Druga postać drgań w płaszczyźnie *x-y-z* (a) oraz *x-z-y* (b)



Rys. 3.4. Podpora anizotropowa, $\omega = 3000$ rad/s, $k = +1$. Pierwsza postać drgań w płaszczyźnie *x-y-z* (a) oraz *x-z-y* (b)



Rys. 3.5. Podpora anizotropowa, ω = 3000 rad/s, k = +1. Druga postać drgań w płaszczyźnie x-y-z (a) oraz x-z-y (b)

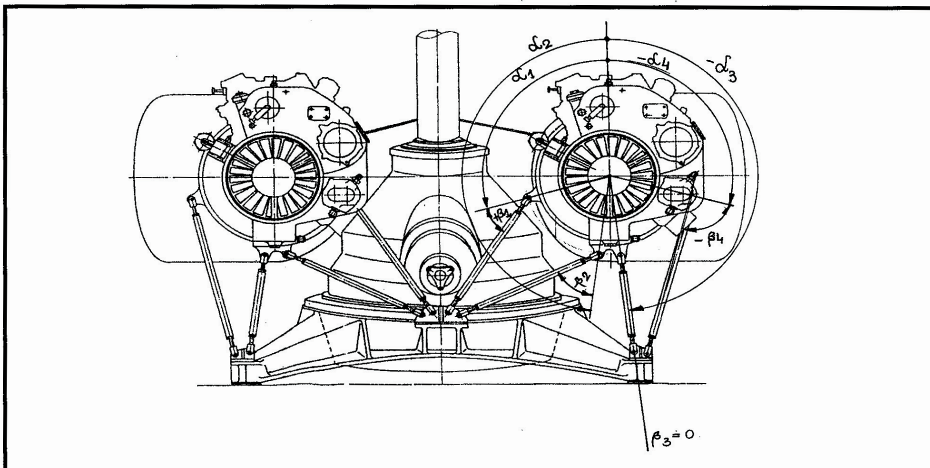
3.2. Silnik PZL-10W

Mocowanie silników do płyty reduktorowej zilustrowano na szkicu zamieszczonym w tabeli 3.5, natomiast rozmieszczenie poszczególnych cięgien przedniej podpory silnika przedstawiono na szczegółowym rysunku zamieszczonym w tabeli 3.4, w której zestawiono także niezbędne do obliczeń szczegółowe dane techniczne położenia poszczególnych cięgien oraz ich sztywności.

Obliczenia wykonano w dwóch wariantach. Pierwszy hipotetyczny — cięgna rozłożone równomiernie (α_1 = 0°,α_2 = 90°, α_3 = 180°, α_4 = 270°) zgodnie z kierunkiem promieniowym (β_i = 0°, i = 1,...,4), a sztywność ich $\boldsymbol{k_i}$ jest stała i równa wartości średniej $\boldsymbol{k}_{\text{śr}} = 2{,}2801\times10^8$ [N/m]. Rozwiązania zestawiono w tabeli 3.5.

Przypadek pierwszy wyników obliczeń zapisano w kolumnach 4 i 5, a dla porównania obliczenia wykonano także dla silnika bez przedniej podpory kolumny 2 i 3. Analiza rozwiązań potwierdza ich fizyczną poprawność. Po pierwsze rozwiązania są symetryczne względem wzajemnie prostopadłych płaszczyzn (x-z) i (x-y) oraz obroty krytyczne rosną, gdy istnieje przednia podpora, bowiem wzrasta sztywność zamocowania badanego obiektu. Wpływ ten jest największy dla pierwszej postaci drgań (porównaj tab. 3.5, kolumny 6 i 7). Jest to zrozumiałe, bowiem pierwsza częstość drgań własnych, jak wykazała szczegółowa analiza numeryczna, której

TABELA 3.4



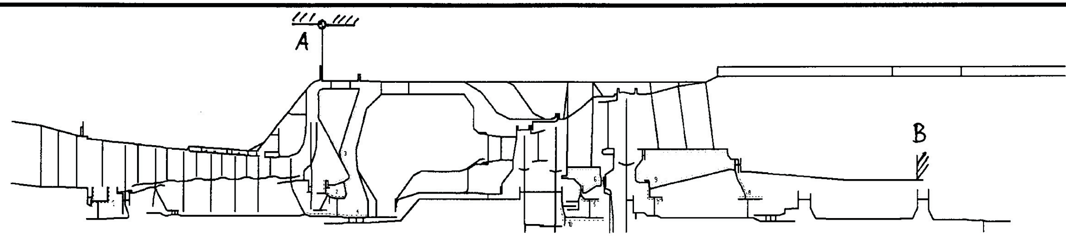
Lp	i	l_i	α_i	β_i	L_i	EA_i	$k_i=EA_i/L_i$
----	----	[m]	[deg]	[deg]	[m]	[N]	[N/m]
1	1	0,058	105	40	0,35344	7,4692E+07	2,1133E+08
2	2	0,058	170	-60	0,35344	7,4692E+07	2,1133E+08
3	3	0,04	-175	0	0,24375	7,4692E+07	3,0643E+08
4	4	0,067	-105	-90	0,40828	7,4692E+07	1,8294E+08
						$k_{śred}$	2,2801E+08

wyniki zamieszczono w pracy [3] jest „pierwszą giętną postacią drgań całego silnika". Pozostałe częstości odpowiadają jego głównym zespołom.

Podsumowaniem analizy numerycznej są obliczenia dynamiczne całego silnika na anizotropowych podporach. Wyniki zapisano także w tabeli 3.5, kolumna 8 i 9, a błąd względny w procentach w stosunku do wyników obliczeń dla podpory osiowosymetrycznej (izotropowej) zawierają kolumny 10 i 11. W przypadku tym obserwuje się nieznaczne zróżnicowanie otrzymanych częstości drgań w obu wzajemnie prostopadłych płaszczyznach (desymetria rozwiązania). Wielkość tego zróżnicowania zależy od numeru postaci drgań, których cztery pierwsze przebiegi zilustrowano na rysunkach 3.6-3.9.

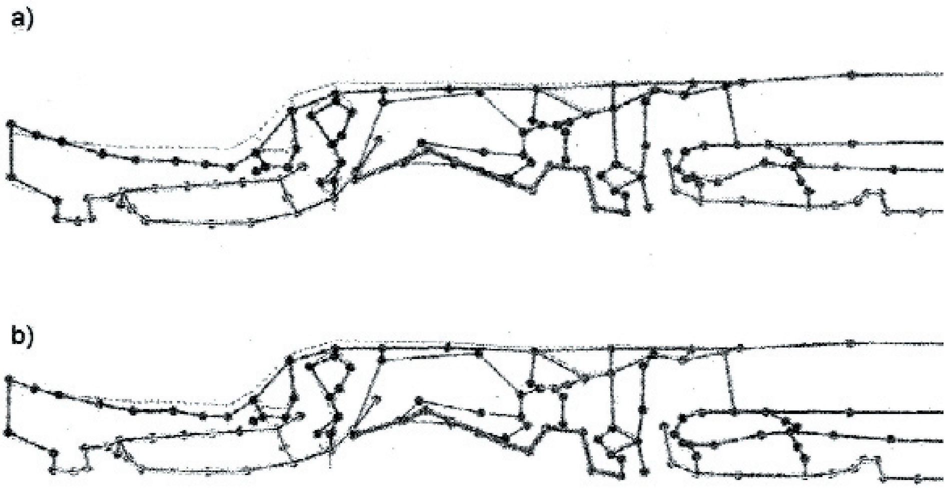
Jeżeli za miarę sztywności kierunkowej podpory anizotropowej przyjmiemy wartość energii odkształcenia sprężystego odniesioną do jej maksymalnej wartości, to na wykresie biegunowym (polarnym) obserwuje się dla danych z tabeli 3.4 i obciążenia konstrukcji jednostkowym przemieszczeniem symetrycznym charakter zmiany tej wielkości jak na rysunku 3.10. Z wykresu tego można odczytać, że główne centralne osie bezwładności są obrócone o około 38° w kierunku przeciwnym do

TABELA 3.5

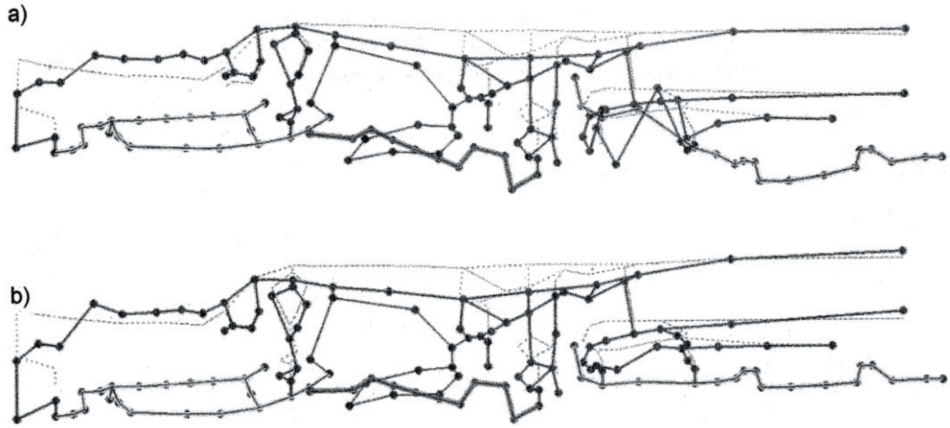


Obroty krytyczne [Hz] (Ω=3000[rad/s] k=+1)	Położenie przedniej podpory na silniku									
	bez podpory		$\alpha_1=0^0$ $\beta_1=0^0$ $\alpha_2=90^0$ $\beta_2=0^0$ $\alpha_3=180^0$ $\beta_3=0^0$ $\alpha_4=270^0$ $\beta_4=0^0$		Błąd w [%]		$\alpha_1=+105^0$ $\beta_1=+40^0$ $\alpha_2=+170^0$ $\beta_2=-60^0$ $\alpha_3=-175^0$ $\beta_3=0^0$ $\alpha_4=-105^0$ $\beta_4=-90^0$		Błąd w [%]	
	Płaszczyzna		Płaszczyzna		(kol. 4 - kol. 2) / kol. 4	(kol. 5 - kol. 3) / kol. 5	Płaszczyzna		(kol. 8 - kol. 4) / kol. 8	(kol. 9 - kol. 5) / kol. 9
	(x-z)	(x-y)	(x-z)	(x-y)	(x-z)	(x-y)	(x-z)	(x-y)	(x-z)	(x-y)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ω_1	79,19	79,21	84,48	84,49	6,26%	6,25%	87,21	79,44	3,13%	-6,36%
ω_2	212,27	212,22	234,73	234,54	9,57%	9,52%	243,65	246,64	3,66%	4,91%
ω_3	268,99	269,07	316,60	316,75	15,04%	15,05%	442,68	461,96	28,48%	31,43%
ω_4	498,18	498,14	499,51	499,52	0,27%	0,28%	500,98	501,03	0,29%	0,30%
ω_5	509,91	509,88	522,60	522,56	2,43%	2,43%	642,02	641,44	18,60%	18,53%
ω_6	641,49	641,51	641,72	641,83	0,04%	0,05%	656,71	658,20	2,28%	2,49%
ω_7	699,96	700,07	698,75	698,93	-0,17%	-0,16%	704,65	715,63	0,84%	2,33%
ω_8	778,67	778,67	778,71	778,71	0,01%	0,01%	778,73	778,75	0,00%	0,01%
ω_9	790,47	790,46	800,10	800,09	1,20%	1,20%	801,83	802,16	0,22%	0,26%
ω_{10}	803,16	803,19	812,12	812,10	1,10%	1,10%	898,27	874,47	9,59%	7,13%

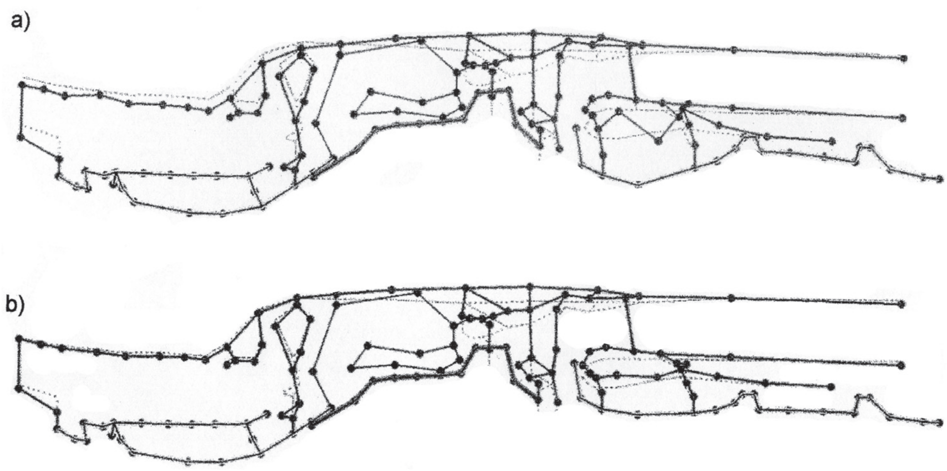
Rys. 3.6. Pierwsza postać drgań silnika PZL-10W na anizotropowej przedniej podporze: a) drgania w płaszczyźnie (Oxz), Ω_1 = 465,4 Hz; b) drgania w płaszczyźnie (Oxy), Ω_1 = 459,2 Hz



Rys. 3.7. Druga postać drgań silnika PZL-10W na anizotropowej przedniej podporze: a) drgania w płaszczyźnie (Oxz), Ω_2 = 509,5 Hz; b) drgania w płaszczyźnie (Oxy), Ω_2 = 513,2 Hz

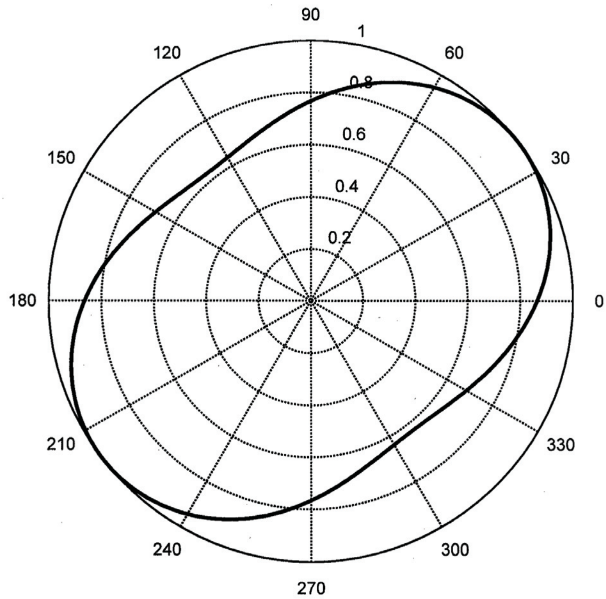


Rys. 3.8. Trzecia postać drgań silnika PZL-10W na anizotropowej przedniej podporze: a) drgania w płaszczyźnie (Oxz), $\Omega_3 = 574,9$ Hz; b) drgania w płaszczyźnie (Oxy), $\Omega_3 = 581,9$ Hz



Rys. 3.9. Czwarta postać drgań silnika PZL-10W na anizotropowej przedniej podporze: a) drgania w płaszczyźnie (Oxz), $\Omega_4 = 622,8$ Hz; b) drgania w płaszczyźnie (Oxy), $\Omega_4 = 632,0$ Hz

ruchu wskazówek zegara, co uzasadnia od strony jakościowej poprawność otrzymanych rozwiązań.



Rys. 3.10. Zmiana wzdłuż obwodu bezwymiarowej energii odkształcenia sprężystego podpory anizotropowej

Podsumowanie

Analiza otrzymanych rozwiązań potwierdza poprawność koncepcji i matematycznego opisu podparcia, które nie wykazuje cech symetrii osiowej. Zawieszenie silników turbośmigłowych na śmigłowcach w przypadku przedniej podpory charakteryzuje się prawie zawsze tego typu sposobem podparcia (por. węzeł A na szkicu w tabeli 3.5 oraz jej realizację praktyczną zilustrowaną na szkicu w tabeli 3.4). Podpora tylna B na rysunku w tabeli 3.5 to typowe wielośrubowe połączenie kołnierzowe do masywnej obudowy reduktora. Stąd wiele testów numerycznych, których wyniki zamieszczono w tabeli 3.5, pozwala na sformułowanie następujących wniosków przydatnych w procesie konstrukcyjno-obliczeniowym:

1. Wpływ przedniego podparcia nieznacznie zwiększa podstawowe częstości drgań własnych badanego obiektu (por. tab. 3.5, kolumny [2-3] z [4-5]), lecz jego istnienie jest niezbędne ze względu na wielkość przemieszczeń promieniowych w płaszczyźnie węzła A.
2. Anizotropowość przedniego podparcia ma nieznaczny wpływ na asymetrię rozwiązania, co wynika z bardzo sztywnego podparcia węzła B, a szczegółowo zostało opisane wyżej.

3. Wielkość asymetrii rozwiązania uzależniona jest od postaci drgań, co zilustrowano w kolumnach [10-11] tabeli 4.5, a także na rysunkach 3.6-3.9.

W ostatecznej konkluzji nie należy jednak stwierdzić, że w każdym przypadku obliczeń inżynierskich można pominąć anizotropowość podparcia i zastąpić go jego prostszym modelem — podparciem izotropowym, które nie desymetryzuje macierzy sztywności podporowej, co upraszcza schematy numerycznego rozwiązywania. Gdyby podpora B była mniej sztywna i jednocześnie charakteryzowała się anizotropowym sposobem podparcia, to nawet w ramach przybliżonych obliczeń inżynierskich fakt ten nie mógłby zostać pominięty bez szkody dla dokładności obliczeń.

Artykuł wpłynął do redakcji 16.11.2007 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w styczniu 2008 r.

LITERATURA

[1] Z. Dżygadło, M. Łyżwiński, J. Otyś, S. Szczeciński, R. Wiatrek, *Zespoły wirnikowe silników turbinowych*, WKiŁ, Warszawa, 1982.

[2] I. Nowotarski, *Obliczenia statyczne i dynamiczne turbinowych silników lotniczych metodą elementów skończonych*, Biblioteka Naukowa Instytutu Lotnictwa, Warszawa, 2001.

[3] P. Drążek, *Badanie wpływu parametrów konstrukcyjnych silnika turbinowego PZL-10W na charakterystyki dynamiczne z wykorzystaniem różnych modeli matematycznych*, rozprawa doktorska, WAT, Warszawa, 2005.

P. DRĄŻEK, I. NOWOTARSKI

Influence of anisotropy of supports on critical rotational speeds of a propeller turbine engine

Abstract. The paper presents mathematical model and calculation results for a rotational symmetry system, the support radial stiffness of which, along the circuit, has no axial symmetry.

Keywords: mechanics — dynamics, aviation

Universal Decimal Classification: 629.735.015