BIULETYN WAT Vol. LVI, Nr 1, 2007



# Dynamiczne stany naprężenia i skończonego odkształcenia w metalowym cienkim pierścieniu rozszerzanym wybuchowo

EDWARD WŁODARCZYK, JACEK JANISZEWSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki, 00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono teoretyczno-eksperymentalną analizę dynamicznych stanów naprężenia i skończonego odkształcenia oraz szybkości odkształcenia w cienkościennym pierścieniu wykonanym z metalu i napędzanym radialnie za pomocą produktów detonacji cylindrycznego ładunku materiału wybuchowego (MW). Problem rozwiązano przy następujących założeniach: pierścień podczas radialnego rozszerzania się zachowuje osiową symetrię; stan odkształcenia w pierścieniu jest płaski; ciśnienie na zewnętrznej powierzchni jest równe zeru; materiał pierścienia modelowany jest jednorodnym, izotropowym, nieściśliwym ośrodkiem idealnie plastycznym; bieżący promień elementu pierścienia *r* jest znaną, eksperymentalnie określoną funkcją czasu. Przy takich założeniach wyprowadzono analityczne wzory pozwalające określić dynamiczne stany tensorów naprężenia i skończonego odkształcenia oraz szybkości odkształcenia w pierścieniu obciążonym wybuchowo. W oparciu o te wzory można skonstruować dynamiczny wykres intensywności naprężenia w funkcji intensywności skończonego odkształcenia. W pracy przedstawiono taką zależność w postaci tabelarycznej dla stali łuskowej.

**Słowa kluczowe:** dynamiczne właściwości metali, związek naprężenie–odkształcenie, szybkość odkształcenia, metoda pierścieniowa

Symbole UKD: 669.018.2

# 1. Wprowadzenie

Jednym z doświadczalnych sposobów badania mechanicznych właściwości metali obciążonych dynamicznie jest metoda pierścieniowa. Metoda ta polega na rejestracji radialnego ruchu lub promieniowej prędkości rozszerzania się cienkościennego pierścienia, wykonanego z badanego materiału i napędzanego produktami detonacji cylindrycznego lub kulistego ładunku wysokoenergetycznego materiału wybuchowego (MW). Wybuchowe napędzanie może być realizowane bezpośrednio przez ciśnienie produktów detonacji MW [1-4] (rys. 1) lub pośrednio poprzez masywną obudowę [5, 6] (rys. 2). Pierścień może być również dynamicznie napędzany silnym impulsowym polem elektromagnetycznym [7].



Rys. 1. Schemat układu do wybuchowego napędzania pojedynczego pierścienia



Rys. 2. Schemat ładunku MW z obudową do napędzania pierścienia: a) bez szczeliny; b) ze szczeliną

Pomiar radialnego rozszerzania się w funkcji czasu napędzanego pierścienia realizuje się za pomocą precyzyjnych metod rejestracji szybkozmiennych procesów, takich jak fotografia smugowa, impulsowa fotografia rentgenowska lub

interferometria laserowa. W niniejszym opracowaniu zastosujemy wybuchowe napędzanie i rejestrację rentgenowską.

W celu zredukowania ilości eksperymentów, zamiast układu z pojedynczym pierścieniem (rys. 1), użyto wydłużonego cylindrycznego ładunku MW, na który nałożono, w określonych odstępach, kilka jednakowych pierścieni (rys. 3). Jeśli oś promiennika pokrywa się z osią ładunku MW, to z takiego układu uzyskuje się rentgenogramy w postaci koncentrycznych pierścieni znajdujących się w różnych fazach lotu po detonacji ładunku MW. W przypadku gdy oś promiennika jest prostopadła do osi ładunku MW, otrzymuje się rentgenogramy w postaci zbioru pasków o różnych długościach, które reprezentują zewnętrzne średnice rozszerzających się pierścieni. Z takich rentgenogramów, dla danej prędkości detonacji MW, można określić dyskretne wartości promienia  $r(t_i)$  rozszerzającego się pierścienia oraz dyskretne wartości prędkości  $\upsilon(t_i)$  ekspansji pierścienia.



Rys. 3. Schemat wydłużonego ładunku MW do napędzania zbioru pierścieni

Wyniki rejestracji połączone z danymi otrzymanymi z analitycznego modelowania procesu miotania pierścienia stanowią podstawę do szacowania mechanicznych właściwości metali obciążonych w sposób impulsowy.

# 2. Model teoretyczny

### 2.1. Sformułowanie problemu

Rozpatruje się proces radialnego napędzania cienkościennego, wąskiego pierścienia produktami detonacji, propagującej się wzdłuż cylindrycznego ładunku MW ze stałą prędkością *D* (rys. 3).

Zagadnienie rozważane jest w układzie współrzędnych walcowych r,  $\varphi$ , z.

Problem rozwiązano przy następujących założeniach:

- 1. Pierścień w czasie napędzania zachowuje osiową symetrię.
- 2. Stan odkształcenia pierścienia jest płaski.
- 3. Ciśnienie na zewnętrznej powierzchni pierścienia jest równe zeru.
- 4. Materiał pierścienia modeluje się jednorodnym, izotropowym, nieściśliwym ośrodkiem idealnie plastycznym.
- 5. Bieżący promień elementu pierścienia *r* jest znaną, eksperymentalnie określoną funkcją czasu.

Ze względu na przyjęte założenia, problem nie zależy od zmiennych  $\varphi$  i z. W związku z tym równania ruchu pierścienia i ciągłości jego materii, zapisane w opisie Lagrange'a, mają postać:

$$\rho_0 \frac{R}{r} \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial R} + \frac{\partial r}{\partial R} \frac{\sigma_r - \sigma_{\varphi}}{r}, \qquad (2.1)$$

$$\frac{\partial r}{\partial R} = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{R}{r},$$

$$r = r(R,t) = R + u(R,t),$$
(2.2)

gdzie poszczególne symbole odpowiednio oznaczają:

R — promień początkowego położenia cząstki pierścienia (współrzędna Lagrange'a); r = r(R,t) = R + u(R,t), — promień bieżący cząstki pierścienia podczas napędzania (współrzędna Eulera); u = u(R,t) — radialne przemieszczenie cząstki pierścienia; t -czas;  $\rho_0$  i  $\rho = \rho(R,t)$  — gęstości: początkową i bieżącą materiału pierścienia;  $\sigma_r$  i  $\sigma_{\varphi}$  — składowe: promieniową i obwodową tensora naprężenia.

### 2.2. Analityczne rozwiązanie równania ciągłości

Zgodnie z założeniem 4, tj.  $\rho(R,t) = \rho_0 = \text{const}$ , po wykorzystaniu (2.2)<sub>2</sub>, równanie (2.2)<sub>1</sub> można przekształcić do postaci:

$$\frac{\partial u(R,t)}{\partial R} = -\frac{u(R,t)}{R+u(R,t)} = -\frac{u/R}{1+u/R}.$$
(2.3)

W celu scałkowania tego równania wprowadzono następującą zamianę zmiennych:

$$\frac{u(R,t)}{R} = x(R), \tag{2.4}$$

gdzie czas t traktuje się jako parametr.

Z wyrażenia (2.4), po zróżniczkowaniu względem R, otrzymuje się:

$$\frac{\partial u}{\partial R} = x(R) + R \frac{dx(R)}{dR}.$$
(2.5)

Z kolei, po podstawieniu wyrażeń (2.4) i (2.5) do równania (2.3) i rozdzieleniu zmiennych, mamy:

$$\frac{1+x}{x^2+2x}dx = -\frac{dR}{R}.$$
(2.6)

Aby krzywa całkowa, reprezentująca rozwiązanie równania (2.6), przechodziła na przykład przez punkt  $x(R_w) = u(R_w,t)/R_w$ , leżący na ruchomej wewnętrznej powierzchni cylindra  $r = r(R_w,t)$ , należy scałkować równanie (2.6) odpowiednio: lewą stronę w granicach od  $x_w = u(R_w,t)/R_w$  do x = u(R,t)/R, a prawą — od  $R_w$ do R. Współrzędna  $R_w$  jest promieniem wewnętrznej powierzchni pierścienia w chwili początkowej t = 0, natomiast  $u(R_w,t)$  oznacza jej prze mieszczenie w chwili  $t \neq 0$ .

Po wykonaniu całkowania równania (2.6) w wymienionych wyżej granicach, otrzymuje się:

$$\ln \frac{\frac{u(R,t)}{R} \left[ \frac{u(R,t)}{R} + 2 \right]}{\frac{u_w(t)}{R_w} \left[ \frac{u_w(t)}{R_w} + 2 \right]} = \ln \left( \frac{R_w}{R} \right)^2, \qquad (2.7)$$

gdzie

$$u_{w}(R_{w},t) = r(R_{w},t) - R_{w}.$$
 (2.8)

Równość (2.7) można zredukować do postaci:

$$u^{2}(R,t) + 2R u(R,t) - \left[u_{w}^{2}(t) + 2R_{w}u_{w}(t)\right] = 0.$$
(2.9)

Rozwiązanie równania algebraicznego (2.9), spełniające warunek  $u(R,t) \ge 0$  ma postać:

$$u(R,t) = -R + \sqrt{R^2 - R_w^2 + r_w^2(t)}, \qquad (2.10)$$

lub

$$r(R,t) = \sqrt{R^2 - R_w^2 + r_w^2(t)},$$
 (2.11)

gdzie funkcja

$$r_w(t) = r(R_w, t) = R_w + u_w(t).$$

W ten sposób uzyskaliśmy zamknięte, analityczne rozwiązanie równania ciągłości  $(2.2)_1$  dla ośrodka nieściśliwego.

Zwróćmy uwagę na fakt, że wyrażenie (2.10) można przekształcić do postaci:

$$\left[R + u(R,t)\right]^{2} - \left[R_{w} + u_{w}(R_{w},t)\right]^{2} = R^{2} - R_{w}^{2}, \qquad (2.12)$$

z której bezpośrednio wynika, że jest to zapis w formie skończonej prawa zachowania masy dla segmentu nieściśliwego pierścienia o grubości początkowej  $\Delta R = R - R_w$ .

Zgodnie z analitycznym wyrażeniem (2.10), przemieszczenie elementu nieściśliwego pierścienia o współrzędnej początkowej R w chwili t jest określone, jeśli znany jest ruch jego wewnętrznej powierzchni, tj.  $r_w(t) = R_w + u_w(t)$ . W eksperymentach w niektórych przypadkach bardziej dostępna do obserwacji jest powierzchnia zewnętrzna, określona początkową współrzędną  $R_z$ . Aktualne położenie tej powierzchni w chwili t określa funkcja:

$$r_{z}(t) = r(R_{z}, t) = R_{z} + u_{z}(t),$$
 (2.13)

gdzie

$$u_z(t) = u(R_z, t). \tag{2.14}$$

Z nieściśliwości pierścienia wynika następująca relacja:

$$r_{z}^{2}(t)-r_{w}^{2}(t)=R_{z}^{2}-R_{w}^{2},$$

z której otrzymuje się:

$$r_{w}(t) = \sqrt{r_{z}^{2}(t) - \left(R_{z}^{2} - R_{w}^{2}\right)}$$
(2.15)

lub odwrotnie

$$r_{z}(t) = \sqrt{r_{w}^{2}(t) + \left(R_{z}^{2} - R_{w}^{2}\right)}.$$
(2.16)

Znajomość ruchu powierzchni zewnętrznej  $r_z(t)$  pozwala zatem jednoznacznie identyfikować funkcję  $r_w(t)$  (2.15) i odwrotnie — gdy mamy określoną wielkość  $r_w(t)$ ze wzoru (2.16) obliczamy wartości funkcji  $r_z(t)$ . Funkcje  $r_w(t)$  i/lub  $r_z(t)$  określa się eksperymentalnie za pomocą metod rejestracji szybkozmiennych procesów, takich jak fotografia smugowa, interferometria laserowa lub impulsowa fotografia rentgenowska.

### 2.3. Dynamiczny stan naprężenia w pierścieniu podczas napędzania

Równanie ruchu pierścienia (2.1), po uwzględnieniu wyrażenia (2.2)<sub>1</sub>, można przekształcić do postaci:

$$\rho_0 r \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = \frac{r^2}{R} \frac{\partial \sigma_r}{\partial R} + \sigma_r - \sigma_{\varphi}.$$
(2.17)

Do opisu stanu naprężenia w uplastycznionym pierścieniu zastosujemy warunek Treski, który w rozpatrywanym przypadku ma postać [8]:

$$\sigma_{\varphi} - \sigma_r = \sigma_0, \qquad (2.18)$$

gdzie $\sigma_{_{0}}$ jest wartością dynamicznej granicy plastyczności materiału pierścienia.

Rozpatrywany jest pierścień wąski i cienkościenny  $\left[ (R_z - R_w) / R_w << 1 \right]$ . Ponadto podczas napędzania pierścienia jego grubość maleje. Z tych faktów wynika wniosek, że funkcja

$$r(R,t) \approx r(R_w,t) \approx r(R_z,t) \approx r(R_m,t) = r_m(t), \qquad (2.19)$$

gdzie  $r_m(t)$  oznacza średni promień bieżący rozszerzającego się pierścienia określany eksperymentalnie.

Po wykorzystaniu zależności (2.18) i (2.19), z (2.17) otrzymuje się:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial R} = \frac{R}{r_m^2} \left[ \sigma_0 + \rho_0 r_m \frac{d^2 r_m}{d t^2} \right],$$

a po scałkowaniu względem zmiennej R mamy:

$$\sigma_r(R,t) = \frac{1}{2} \left[ \sigma_0 + \rho_0 r_m \frac{d^2 r_m}{d t^2} \right] \frac{R^2}{r_m^2} + C(t).$$
(2.20)

Po podstawieniu (2.20) do warunku brzegowego  $\sigma_r(R_z, t) \equiv 0$  (założenie 3) funkcja C(t) ma postać:

$$C(t) = -\frac{1}{2} \left[ \sigma_0 + \rho_0 r_m \frac{d^2 r_m}{d t^2} \right] \frac{R_z^2}{r_m^2}$$
(2.21)

i składowa radialna naprężenia określona jest wzorem:

$$\sigma_r(R,t) = -\frac{1}{2} \left[ \sigma_0 + \rho_0 r_m(t) \frac{d^2 r_m(t)}{d t^2} \right] \frac{R_z^2 - R^2}{r_m^2(t)}.$$
 (2.22)

Dalej, z warunku Treski (2.18) i ze wzoru (2.22) wynika, że:

$$\sigma_{\varphi}(R,t) = \sigma_0 - \frac{1}{2} \left[ \sigma_0 + \rho_0 r_m(t) \frac{d^2 r_m(t)}{d t^2} \right] \frac{R_z^2 - R^2}{r_m^2(t)}.$$
 (2.23)

Dla określenia składowej osiowej tensora naprężenia ( $\sigma_z$ ) zakładamy, że pierścień podczas radialnego napędzania jest obustronnie ściskany w kierunku osiowym przez opływające go produkty detonacji. Przy takim założeniu naprężenie  $\sigma_z$  można określić w przybliżeniu wzorem:

$$\sigma_{zm} = \pi \sigma_{rm} = -\frac{\pi}{2} \left[ \sigma_0 + \rho_0 r_m(t) \frac{d^2 r_m(t)}{dt^2} \right] \frac{R_z^2 - R_m^2}{r_m^2(t)}, \quad (2.24)$$

gdzie  $\sigma_{rm} = \sigma_r (R_m, t)$ .

Współczynnik  $\pi$  przyjmuje wartości z przedziału  $0 < \pi < 1$ . Oszacowaniem wartości współczynnika  $\pi$  zajmiemy się w oddzielnym opracowaniu.

Z wyprowadzonych wzorów wynika wniosek, że ruch radialny badanego pierścienia, określony przez funkcję  $r_m(t)$  i jej drugą pochodną  $d^2r_m/dt^2$  jednoznacznie identyfikuje składowe naprężenia  $\sigma_r$  i  $\sigma_{\phi}$  oraz  $\sigma_z$ , które spełniają równanie ruchu (2.17) i warunek uplastycznienia Treski (2.18). Na zakończenie tego punktu określimy intensywność naprężeń na średniej powierzchni pierścienia ( $r = r_m$ ), która wyrażona za pomocą głównych składowych tensora naprężenia dla rozpatrywanego przypadku ma postać [8]:

$$\sigma_{im} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\sigma_{\varphi m} - \sigma_{rm}\right)^2 + \left(\sigma_{rm} - \sigma_{zm}\right)^2 + \left(\sigma_{zm} - \sigma_{\varphi m}\right)^2}, \qquad (2.25)$$

gdzie

$$\sigma_{rm} = -\frac{1}{2} \left[ \sigma_0 + \rho_0 r_m(t) \frac{d^2 r_m(t)}{dt^2} \right] \frac{R_z^2 - R_m^2}{r_m^2(t)}.$$
 (2.26)

Po podstawieniu wyrażenia (2.24) do wzoru (2.25) i algebraicznych przekształceniach, otrzymuje się:

$$\sigma_{im} = \sqrt{\sigma_{\varphi m}^2 + \left(1 - \pi + \pi^2\right)\sigma_{rm}^2 - \left(1 + \pi\right)\sigma_{rm}\sigma_{\varphi m}}.$$
(2.27)

Statyczne wartości składowych intensywności naprężeń  $(\sigma_{\varphi s}, \sigma_{rs}, \sigma_{zs}, \sigma_{ls})$  określa się za pomocą wyprowadzonych wyżej wzorów przez podstawienie w nich zamiast  $\sigma_0$  — statycznej wartości granicy plastyczności  $R_{0,2}$  oraz  $(d^2 r_m/dt^2) \equiv 0$ .

Obecnie przejdziemy do określenia stanu odkształcenia w napędzanym pierścieniu.

## 2.4. Dynamiczny stan skończonych odkształceń w napędzanym pierścieniu

Zgodnie z nieliniową teorią sprężystości, skończone odkształcenie obwodowe w układzie walcowym dla osiowej symetrii wyraża się wzorem [9, 10]:

$$\varepsilon_{\varphi} = \frac{u}{R} + \frac{1}{2} \left(\frac{u}{R}\right)^2 = \frac{u}{R} \left(1 + \frac{1}{2}\frac{u}{R}\right). \tag{2.28}$$

Ponieważ u = r - R, to ze wzoru (2.28), po przekształceniach otrzymuje się:

$$\varepsilon_{\varphi} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{r}{R} \right)^2 - 1 \right] \tag{2.29}$$

lub

$$\frac{r}{R} = \sqrt{2\varepsilon_{\varphi} + 1}.$$
(2.30)

Skończone odkształcenie radialne, w rozpatrywanym przypadku, określone jest wzorem:

$$\varepsilon_r(R,t) = \frac{\partial u(R,t)}{\partial R} + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u(R,t)}{\partial R} \right]^2 = \frac{\partial u(R,t)}{\partial R} \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{\partial u(R,t)}{\partial R} \right]. \quad (2.31)$$

Po zróżniczkowaniu wyrażenia (2.10) lub (2.12) względem zmiennej *R* i przekształceniach otrzymuje się:

$$\frac{\partial u}{\partial R} = -\frac{u}{R+u} = \frac{R}{r} - 1.$$
(2.32)

Ze wzorów (2.31) i (2.32) wynika, że:

$$\varepsilon_r(R,t) = -\frac{1}{2} \left[ 1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2 \right].$$
(2.33)

Odkształcenie osiowe  $\varepsilon_z$  w przypadku symetrycznego opływu pierścienia produktami detonacji dla materiału nieściśliwego jest równe zeru. Wówczas wzór na intensywność odkształcenia redukuje się do następującej postaci:

$$\varepsilon_{i} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\left(\varepsilon_{\varphi} - \varepsilon_{r}\right)^{2} + \left(\varepsilon_{r} - \varepsilon_{z}\right)^{2} + \left(\varepsilon_{\varphi} - \varepsilon_{z}\right)^{2}} = \frac{2}{3} \sqrt{\varepsilon_{\varphi}^{2} + \varepsilon_{r}^{2} - \varepsilon_{r} \varepsilon_{\varphi}}.$$
(2.34)

Po zróżniczkowaniu wyrażeń (2.29) i (2.33) względem czasu, otrzymuje się wzory na szybkość odkształceń w następującej postaci:

$$\dot{\varepsilon}_{\varphi} = \frac{\partial \varepsilon_{\varphi}}{\partial t} = \frac{r}{R^2} \frac{\partial r}{\partial t} = \frac{r}{R^2} v, \qquad (2.35)$$
$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} = -\frac{R^2}{r^3} \frac{\partial r}{\partial t} = -\frac{R^2}{r^3} v$$

Szybkość intensywności odkształcenia zdeterminowana jest wzorem:

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{2}{3} \sqrt{\dot{\varepsilon}_{\varphi}^2 + \dot{\varepsilon}_r^2 - \dot{\varepsilon}_r \dot{\varepsilon}_{\varphi}}.$$
(2.36)

Obecnie przejdziemy do opisu części eksperymentalnej pracy.

# 3. Badania doświadczalne

### 3.1. Opis układu doświadczalnego

Schemat układu zastosowanego w badaniach przedstawiono na rysunku 4. Użyty do badań rentgenogram impulsowy firmy SCANDIFLASH XR 450 z pojedynczym promiennikiem umożliwia zarejestrowanie kształtu napędzanego pierścienia tylko w wybranej chwili procesu napędzania. Z tego powodu cały proces radialnego rozszerzania się pierścienia aż do momentu fragmentacji należy skadrować. Każdy kadr wymaga oddzielnej próby z ładunkiem pokazanym na rysunku 1 i odpowiednim czasem rejestracji [2]. Jest to metoda pracochłonna, kosztowna i mało dokładna. Każda próba obarczona jest pewnymi błędami, które mają wpływ na wynik końcowy.



Rys. 4. Schemat stanowiska badawczego: 1— wielopierścieniowy układ badawczy; 2 — lampa rentgenowska (promiennik); 3 — kaseta z filmem; 4 — osłona lampy; 5 — osłona kasety

Okazuje się, że poszczególne kadry rozszerzającego się pierścienia w ustalonych chwilach czasu można uzyskać z detonacji jednego ładunku. W tym celu, zamiast układu z pojedynczym pierścieniem (rys. 1), zastosowano wydłużony cylindryczny ładunek MW, wykonany z prasowanego trotylu o gęstości  $\rho_e = 1610 \text{ kg/m}^3$  i prędkości detonacji D = 6900 m/s. Na ładunek ten nałożono w określonych odstępach kilka jednakowych pierścieni (rys. 5), wykonanych z możliwie dużą dokładnością ze stali łuskowej (Bw 35HGNWV). Parametry określające mechaniczne właściwości tej stali podano w tabeli 1.



Rys. 5. Cylindryczny ładunek MW z nałożonymi pierścieniami

TABELA 1

Parametry określające właściwości mechaniczne stali Bw 35HGNWV

Statyczna granica plastyczności R <sub>0,2</sub> [MPa]	1205
Dynamiczna granica plastyczności $\sigma_0$ [MPa]	2230
Wytrzymałość na rozciąganie $R_m$ [MPa]	1270
Wydłużenie względne A <sub>5</sub> [%]	14,8

Do badań użyto pierścieni o następujących wymiarach:  $R_w = 12,525 \cdot 10^{-3} \text{ m}, R_z = 14,025 \cdot 10^{-3} \text{ m}, R_m = (R_z - R_w)/2 + R_w = 13,275 \cdot 10^{-3} \text{ m},$   $R_z - R_w = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$  Promiennik aparatu ustawiony był w przybliżeniu współosiowo z ładunkiem.

Po inicjacji detonacji takiego ładunku z jednego końca, poszczególne pierścienie napędzane są kolejno produktami detonacji z pewnym opóźnieniem czasowym względem siebie, zdeterminowanym przez odległość między nimi i prędkość detonacji. Rejestrując przebieg zjawiska w odpowiednim czasie, uzyskuje się rentgenogram w postaci koncentrycznych ciemnych pasków (rys. 6), które obrazują różne fazy rozszerzania się nałożonych na ładunek pierścieni aż do momentu fragmentacji.

Za pomocą komputerowej obróbki przedstawionego na rysunku 6 rentgenogramu, uzyskano dyskretne wartości średniego promienia  $r_m$  (rys. 7) i średniej prędkości v (rys. 8) w funkcji czasu. Występujące we wzorach wartości pochodnych  $d r_m/d t$  i  $d^2 r_m/d t^2$  określono za pomocą przyrostów skończonych:

$$\frac{d r_m}{d t} = \frac{\Delta r_m}{\Delta t} = v_m, \quad \frac{d^2 r_m}{d t} = \frac{\Delta v_m}{\Delta t}.$$
(3.1)



Rys. 6. Rentgenogram poszczególnych faz radialnego ruchu pierścieni



Rys. 7. Zmiana średniego promienia  $r_m$ w funkcji czasu t



Rys. 8. Zmiana prędkości radialnej pierścienia V w funkcji czasu

Wyniki obliczeń uzyskane za pomocą wyprowadzonych wzorów i danych eksperymentalnych zamieszczone są w tabeli 2.

Z analizy uzyskanych wyników można wyciągnąć następujące wnioski:

- Z rentgenogramu (rys. 6) wynika, że pierścień ze stali łuskowej B<sub>w</sub> 35HGNWV napędzony produktami detonacji cylindrycznego ładunku z prasowanego trotylu po upływie około 5 μs ulega fragmentacji.
- 2. Dynamiczna intensywność naprężenia w pierścieniu rośnie podczas procesu bardzo szybkiego odkształcania (rzędu 10<sup>5</sup> 1/s) od wartości  $\sigma_{im} = 2044$  MPa w momencie przyłożenia obciążenia do  $\sigma_{im} = 2151$  MPa w otoczeniu chwili fragmentacji pierścienia.
- 3. Intensywność odkształcenia pierścienia  $\varepsilon_{im}$  rośnie od 0 do 0,423. W otoczeniu tej wartości intensywności odkształcenia następuje fragmentacja pierścienia.
- 4. Szybkość intensywności odkształcenia w procesie rozszerzania się napędzanego pierścienia zmienia się w granicach od  $\dot{\varepsilon}_{im} = 7,1761 \cdot 10^4 \ 1/s$  do  $\dot{\varepsilon}_{im} = 8,7134 \cdot 10^4 \ 1/s$ . Jak widać, wzrost szybkości intensywności odkształcenia jest stosunkowo niewielki. Można przyjąć, że proces odkształcania wybuchowo napędzanego pierścienia w przedstawionym eksperymenci odbywa się ze średnią szybkością intensywności odkształcenia około  $7,8 \cdot 10^4 \ 1/s$ .

5. Występuje istotny wzrost dynamicznej intensywności naprężenia  $\sigma_{im}$  w odniesieniu do statycznej granicy plastyczności R<sub>0.2</sub> o około 1,7 raza.

TABELA 2

t [µs]	0	1,01	3,11	5,22
$\Delta t \ [\mu s]$	0	1,01	2,10	2,11
$r_m [mm]$	13,275	14,175	16,295	18,56
$v_m [m/s]$	825	891	1009	1073
$\Delta \upsilon_m [m/s]$	66	66	118	64
$\sigma_{rm}$ [MPa]	-523	-482	-361	-197
$\sigma_{\varphi m}$ [MPa]	1707	1748	1869	2033
$\sigma_{im}$ [MPa]	2044	2056	2094	2151
$\varepsilon_{r m}$	0	-0,061	-0,168	-0,244
$\mathcal{E}_{\varphi m}$	0	0,070	0,253	0,477
$arepsilon_{im}$	0	0,075	0,245	0,423
έ <sub>rm</sub> [1/s]	$-6,2147 \cdot 10^4$	$-5,5129 \cdot 10^4$	$-4,1096 \cdot 10^4$	$-2,9658 \cdot 10^4$
$\dot{\varepsilon}_{\varphi m} [1/s]$	6,2147·10 <sup>4</sup>	$7,1669 \cdot 10^4$	$9,3299\cdot 10^4$	$11,3324\cdot 10^4$
<sub>Ė im</sub> [1/s]	$7,1761 \cdot 10^4$	$7,3414 \cdot 10^4$	$7,\!9520\cdot 10^4$	$8,7134 \cdot 10^4$

Zestawienie danych eksperymentalnych z badań dynamicznych właściwości stali łuskowej B<sub>w</sub>35HGNWV metodą zmodyfikowanego testu pierścieniowego

# 4. Zakończenie

Z analizy otrzymanych rezultatów wynika, że test pierścieniowy jest konkurencyjną metodą badania dynamicznych właściwości materiałów obciążonych impulsowo. Przede wszystkim wybuchowe radialne napędzanie pierścieni pozwala realizować szerokie spektrum szybkości odkształcenia. Używa się do tego celu różnych konstrukcji ładunków cylindrycznych. Siłę oddziaływania produktów detonacji można regulować rodzajem materiału wybuchowego, średnicą ładunku i masą inercyjną umieszczoną między pierścieniem i ładunkiem. Za pomocą wysokoenergetycznych materiałów wybuchowych można uzyskać szybkość odkształcenia rzędu 10<sup>5</sup> 1/s i więcej.

Artykuł wpłynął do redakcji 10.10.2006 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w styczniu 2007 r.

#### LITERATURA

- [1] В. М. Кузнецов, *О разрушении металлических колец в пластическом состоянии*, ФГВ, 9, 4, 1973.
- [2] E. WŁODARCZYK, J. JANISZEWSKI, Static and dynamic ductility of copper and its sinters, J. Tech. Phys., 45, 4, 2004.
- [3] E. WŁODARCZYK, J. JANISZEWSKI, Z. GŁODOWSKKI, Dynamiczny stan naprężenia i odkształcenia w cienkim, rozszerzanym wybuchowo metalowym pierścieniu, Biul. WAT, LIV, 2-3, 2005.
- [4] E. WŁODARCZYK, J. JANISZEWSKI, Dynamiczny jednoosiowy stan naprężenia i skończonego odkształcenia w cienkościennym pierścieniu napędzanym wybuchowo, Biul. WAT, LIV, 2-3, 2005
- [5] C. R. HOGGATT and R. F. RECHT, Stress-strain data obtained at high rates using an expanding ring, Exp. Mech., 9, 10, 1969.
- [6] В. А. Рыжанский, В. Н. Минеев, В. И. Цыпкин, А. Г. Иванов, О. А. Клещевников, Эксперименталное исследование взрывного росширения тонких колец из отожженного алюминиевого сплава, ФГВ, 12, 1, 1976.
- [7] W. H. GOURDIN, Analysis and assessment of electromagnetic ring expansion as a high-strain-rate test, J. Appl. Phys., 65, 2, 1989.
- [8] W. OLSZAK, P. PERZYNA, A. SAWCZUK, Teoria plastyczności, PWN, Warszawa, 1965.
- [9] Z. WESOŁOWSKI, Zagadnienia dynamiczne nieliniowej teorii sprężystości, PWN, Warszawa, 1974.
- [10] D. R. BLAND, Nonlinear dynamic elasticity, Waltham, Mass. 1969.
- [11] E. WŁODARCZYK, A. STARCZEWSKA, J. MATERNIAK, J. JANISZEWSKI, W. KOPERSKI, Oszacowanie dynamicznej granicy plastyczności wybranych stali łuskowych za pomocą uderzeniowego testu Taylora, Biul. WAT, LVI, 1, 2007.

#### E. WŁODARCZYK, J. JANISZEWSKI

#### Dynamic state of stress and large strain in explosively expanded thin-walled ring

**Abstract.** Theoretical-experimental analysis of stress and large strain state, and strain rate in a metallic thin walled ring, radially driven by detonation products of cylindrical explosive, is presented in this paper. The problem was solved with the following assumptions: ring expansion is of axis symmetry, there is plane strain of state into the ring, pressure equals zero on the outer ring surface, ring material is homogeneous, isotropic, incompressible and ideally plastic, current radius of the ring elements is known as a time function. With such assumptions, analytical formulae were developed, which determine dynamic tensors state of stress and large strain, as well as strain rate into explosively loaded ring. On the basis of the developed formulae we can build a plot of stress intensity vs. large strain at high-strain-rate condition. As an example, the stress intensity–large strain relation for selected cartridge case steel was presented in the work.

Keywords: high-strain-rate material properties, stress-strain relations, strain rate, freely expanding ring test Universal Decimal Classification: 669.018.2