



Model wnikania pocisków uderzeniowych w metalowe przeszkody Część 1. Koncepcja modelu i przypadki szczególne

Stanisław TORECKI

*Zakład Balistyki, Instytut Techniki Uzbrojenia, Wydział Mechatroniki i Lotnictwa,
Wojskowa Akademia Techniczna
ul. Gen. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa*

Streszczenie. Celem i przedmiotem pracy jest pokazanie niektórych prawidłowości wnikania przeciwpancernych pocisków uderzeniowych w metalowe przeszkody (płyty) o dużej grubości i masie. Sposób rozwiązania problemu przedstawiono w dwu częściach. W części pierwszej pokazano przyjęty model fizyczny wnikania i podstawowe równania modelu matematycznego oraz rozwiązanie przypadków szczególnych: wnikania pocisków nieodkształcalnych w odkształcalne przeszkody i skracania się pocisków odkształcalnych po uderzeniu w przeszkodę nieodkształcalną.

Słowa kluczowe: mechanika, balistyka końcowa, pociski przeciwpancerne, wnikanie pocisków

1. WSTĘP

Wnikanie jest efektem uderzenia czoła pocisku w powierzchnię przeszkody (płyty) z odpowiednio dużą prędkością. Jedynym czynnikiem sprawczym tego efektu jest energia kinetyczna pocisku. Pod pojęciem wnikania będziemy zatem rozumieli zagłębienie się pocisku w przeszkodę (płyte) bez jej przemieszczania oraz bez widocznych śladów uszkodzeń na powierzchni przeciwległej do powierzchni uderzanej. Uderzana przeszkoda powinna mieć więc odpowiednio dużą grubość i masę.

Idealnym modelem takiej przeszkody może być (i będzie dalej) metalowy obszar półnieskończony o gęstości ρ_2 . Natomiast przyjętym modelem pocisku będzie osiowo symetryczny pręt o długości początkowej (w chwili uderzenia) L_p i polu przekroju poprzecznego $s_1 = const$, wykonany z jednorodnego materiału (metal) o gęstości ρ_1 , uderzający czołowo w powierzchnię przeszkody z prędkością W_u . Materiały (metale) przeszkody i pocisku w przyjętym modelu traktowane będą jako doskonale nieściśliwe.

Należy tu nadmienić, że próby wyjaśnienia specyfiki zderzeń wysokoprędkościowych są przedmiotem licznych prac, publikowanych od XIX w. do chwili obecnej. Ich przeglądowi (ze wskazaniem źródeł) poświęcono też wielostronicowe opracowania zbiorcze (np. [1÷4]). W wyniku dotychczasowych prac powstało wiele modeli o różnym stopniu złożoności i dokładności.

Prezentowany w niniejszej pracy model należy zatem traktować jako kolejną próbę uzupełniania wiedzy na temat specyfiki działania pocisków uderzeniowych na przeszkody metalowe.

Model fizyczny oraz podstawowe równania problemu przedstawiono w punktach 2 i 3. W kolejnych punktach 4 i 5 pokazano analityczne rozwiązanie równań problemu w odniesieniu do dwóch przypadków szczególnych (uproszczonych):

- wnikania pocisków (prętów) nieodkształcalnych w metalowe przeszkody odkształcalne;
- skracania się pocisków (prętów) odkształcalnych po czołowym uderzeniu w powierzchnię przeszkody nieodkształcalnej.

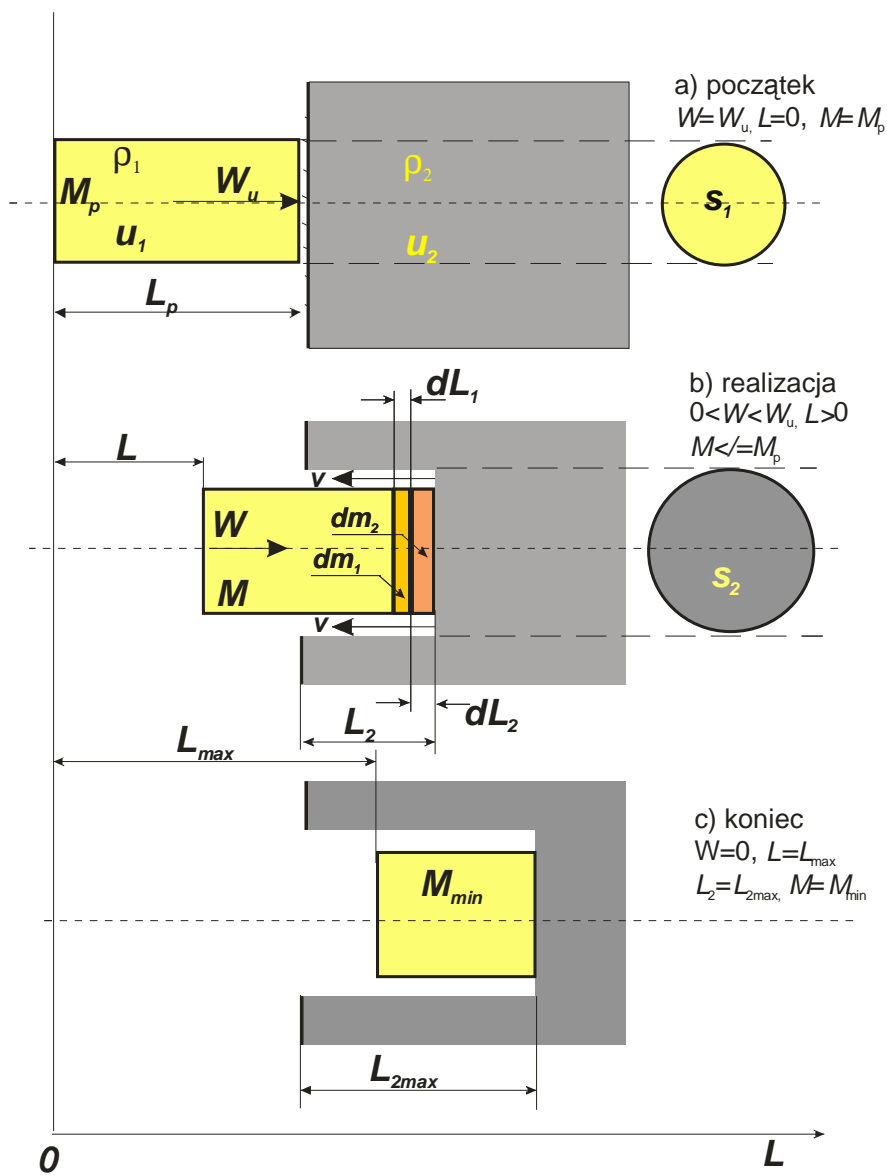
Wnikanie pocisków odkształcalnych w odkształcalne przeszkody według przyjętej koncepcji ogólnej modelu, przedstawionej poniżej, będzie przedmiotem drugiej części pracy.

2. MODEL FIZYCZNY WNIKANIA

Schemat przyjętego modelu wnikania przedstawiono na rys. 1. W chwili początkowej (rys. 1a) pocisk (pręt) o masie M_p uderza czołowo w powierzchnię przeszkody (płyty) z prędkością uderzenia W_u prostopadle do powierzchni uderzanej.

Po uderzeniu (rys. 1b) następuje drażenie w przeszkodzie krateru (kanału) o polu przekroju poprzecznego $s_2 > s_1$ z jednoczesnym zmniejszaniem się prędkości W i energii kinetycznej pocisku oraz jego długości i masy. W przyjętym modelu wnikanie polega na zgniataniu kolejnych mikrowarstw przeszkody i pocisku (o masach dm_2 i dm_1 odpowiednio) przy powierzchni styku czoła pocisku z dnem drażonego krateru z jednoczesnym przetłaczaniem zgniatanych materiałów (przeszkody i pocisku) w kierunku przeciwnym do ruchu pocisku kanałem pierścieniowym o polu przekroju poprzecznego $s_2 - s_1$ z prędkością v .

Wnikanie kończy się, gdy prędkość W pocisku osiągnie wartość zerową (rys. 1c). Głębokość L_2 wydrążonego krateru będzie wówczas maksymalna ($L_2 = L_{2max}$). Natomiast masa i długość pozostałej w kraterze części pocisku będą minimalne.



Rys. 1. Schemat modelu wnikania
 Fig. 1. Schematic model of penetration

Istotną cechą omawianego modelu jest nieściśliwość materiałów (metali), biorących udział w zderzeniu, a w konsekwencji różnica średnic ($s_2 - s_1 > 0$) pocisku (pręta) i drążonego w przeszkodzie krateru. Za takim modelem przemawiają m.in. widoczne na zdjęciach intensywne strumienie (płomienia) wsteczne, wypływające z kraterów oraz to, że wydrążone w przeszkodach krateru mają z reguły większe średnice od średnic pocisków. Dzięki temu okazało się możliwe uzyskanie logicznego fizycznie wyjaśnienia lub potwierdzenia niektórych przynajmniej prawidłowości działania przeciwpancernych pocisków uderzeniowych za pomocą elementarnych metod mechaniki, bez nadmiernych uproszczeń oraz nadużywania tzw. współczynników zgodności.

3. PODSTAWOWE RÓWNANIA PROBLEMU

Podstawą modelu matematycznego rozpatrywanego wnikania będą równania bilansu energii, pędu i masy, sformułowane przy założeniu izentropowości procesu. W celu sformułowania odnośnych równań przyjmujemy następujące oznaczenia:

- M – chwilowa masa wnikającego pręta,
- W – chwilowa prędkość nieodkształconej części pręta,
- W_1 i W_2 – prędkości odkształcania (zgniatania) materiałów pręta i przeszkody odpowiednio,
- u_1 i u_2 – prace odkształcania (zgniatania) statycznego jednostek masy materiałów pocisku i przeszkody odpowiednio,
- dm_1 i dm_2 – masy elementarne odkształczanych mikrowarstw pocisku i przeszkody (rys. 1.1b),
- v – chwilowa prędkość przetłaczania masy $dm = dm_1 + dm_2$ kanałem pierścieniowym o polu przekroju $s_2 - s_1$,
- s_1 i s_2 – pola przekrojów poprzecznych pocisku i drążonego kanału (krateru) odpowiednio,
- M_p i W_u – wartości początkowe M i W ,
- L_p – początkowa długość pręta (pocisku).

Zgodnie z przyjętą koncepcją modelu fizycznego wnikania (punkt 1, rys. 1) w wyniku zmiany energii kinetycznej pocisku (pręta) o dE wykonana zostanie praca dU odkształcania mikrowarstw przeszkody i pocisku, a odkształcone i przetłaczane kanałem pierścieniowym elementy (masy dm_2 i dm_1) uzyskają energię kinetyczną de , co można symbolicznie zapisać następująco:

$$dE = -(dU + de)$$

jako ogólne równania bilansu energii wnikania.

Podstawiając (zgodnie z przyjętymi oznaczeniami):

$$dE = M W dW + \frac{1}{2} W^2 dM$$

$$dU = u_1 dm_1 + u_2 dm_2$$

$$de = \frac{v^2}{2} dm$$

otrzymamy równanie energii w postaci

$$M W dW + \frac{W^2}{2} dM = -(u_1 dm_1 + u_2 dm_2) - \frac{v^2}{2} dm \quad (1)$$

Biorąc pod uwagę to, że praca dU wykonywana jest na odcinku drogi dL pocisku, równanie pędu napiszemy następująco:

$$M W dW + W dM = - \left(\frac{u_1 dm_1 + u_2 dm_2}{dL} \right) dt - v dm \quad (2)$$

W odniesieniu do rozpatrywanego modelu wnikania spełnieniem zasady zachowania masy będzie chwilowa równość masowej prędkości odkształceń przeszkody i pocisku oraz przetłaczania sumy odkształconych mas kanałem pierścieniowym, czyli

$$s_1 \rho_1 W_1 + s_2 \rho_2 W_2 = \rho_s (s_2 - s_1) v$$

gdzie $\rho_s = \frac{s_1 \rho_1 W_1 + s_2 \rho_2 W_2}{s_1 W_1 + s_2 W_2}$ – gęstość średnia przetłaczanych mas.

Ostatecznie zatem równanie bilansu masy przyjmuje postać

$$v = \frac{s_1 W_1 + s_2 W_2}{s_2 - s_1} \quad (3)$$

Równania (1), (2) i (3) są wystarczające do pokazanego poniżej (w punktach 4 i 5) rozwiązania przypadków szczególnych (uproszczonych), w których z założenia jeden z elementów biorących udział w zderzeniu (pocisk lub przeszkoda) jest ciałem doskonale nieodkształcalnym. Natomiast w odniesieniu do wnikania pocisków odkształcalnych w odkształcalne przeszkody podstawowe równania modelu matematycznego wymagają stosownego uzupełnienia.

4. WNIKANIE POCISKU NIEODKSZTAŁCALNEGO W ODKSZTAŁCALNĄ PRZESZKODĘ

Zgodnie z przyjętymi w punkcie 3 oznaczeniami warunkiem (wystarczającym) nieodkształcalności pocisku (pręta), uderzającego w przeszkodę jest

$$M = M_p = \text{const} \quad \text{lub} \quad dM = dm_1 = 0$$

W odniesieniu do takiego przypadku równania energii i pędu uproszczą się do postaci

$$M_p W dW = -u_2 dm_2 - \frac{v^2}{2} dm_2 \quad (1a)$$

$$M_p dW = -u_2 \frac{dm_2}{dL} dt - v dm_2 \quad (2a)$$

Z porównania zależności (1a) i (2a) wynika, że

$$v = 2W \quad (4)$$

Po podstawieniu zależności (4) do (1a) lub (2a) otrzymamy równanie problemu w postaci bezwymiarowej

$$\frac{dm_2}{M_p} = -\frac{\bar{W} d\bar{W}}{1 + 2\bar{W}^2} \quad (5)$$

gdzie oznaczono

$$\bar{W}^2 = \frac{W^2}{u_2}$$

Wielkość u_2 jest tu właściwością (podatnością na odkształcenia) materiału przeszkody.

Całkowanie równania (5) stronami z uwzględnieniem warunku początkowego

$$m_2 = 0, \quad W = W_u$$

daje

$$\bar{m}_2 = \frac{m_2}{M_p} = 0,25 \ln \left(\frac{1 + 2\bar{W}_u^2}{1 + 2\bar{W}^2} \right) \quad (6)$$

Maksymalną głębokość $L_{2 \max}$ wydrążonego krateru otrzymamy, podstawiając $\bar{W} = 0$ do równania (6)

$$\bar{L}_{2\max} = \frac{L_{2\max}}{L_p} = 0,25 \frac{\rho_1 \cdot s_1}{\rho_2 \cdot s_2} \ln\left(1 + 2\bar{W}_u^2\right)$$

gdzie: L_p – długość pocisku (pręta),

ρ_1 i ρ_2 – gęstości materiałów pocisku i przeszkody odpowiednio,

s_1 i s_2 – pola przekrojów poprzecznych pocisku i drażonego krateru,

$$\bar{W}_u^2 = \frac{W_u^2}{u_2}$$

W odniesieniu do rozpatrywanego przypadku z równania(4) oraz równania bilansu masy (3), uproszczonego do postaci

$$v = \frac{s_2}{s_2 - s_1} W \quad (3a)$$

otrzymujemy $s_2 = 2s_1$, czyli ostatecznie mamy

$$L_{2\max} = 0,125 L_p \frac{\rho_1}{\rho_2} \ln\left(1 + 2\bar{W}_u^2\right) \quad (7)$$

Podobny do zależności (7) wynik rozwiązania problemu wnikania pocisków (prętów) nieodkształcalnych w odkształcalne przeszkody otrzymano też m.in. w pracy [3] za pomocą modelu, sprowadzonego do rozwiązania równania pędu

$$M_p \frac{dW}{dt} = -P$$

z intuicyjnie przyjętą zależnością siły oporu P od prędkości W pocisku przy milczącym założeniu, że pola przekrojów poprzecznych pocisku (pręta) i drażonego w przeszkodzie kanału (krateru) są sobie równe.

5. SKRACANIE SIĘ POCISKU ODKSZTAŁCALNEGO PO UDERZENIU W PRZESZKODĘ NIEODKSZTAŁCALNĄ

Warunkiem nieodkształcalności przeszkody jest

$$dm_2 = 0$$

Wielkością zmienną w rozpatrywanym przypadku będzie natomiast masa pocisku

$$M = M_p - m_1$$

Stosownie uproszczone równania energii i pędu przyjmą zatem postać

$$M W dW + \frac{W^2}{2} dM = -u_1 dm_1 - \frac{v^2}{2} dm_1 \quad (1b)$$

$$M \bar{W} + W dM = -u_1 + \frac{dm_1}{dL} dt - v dm_1 \quad (2b)$$

Z równań tych wynika, że $v = W$, wobec czego równanie problemu możemy napisać w postaci

$$\frac{d\bar{m}_1}{1 - \bar{m}_1} = -\bar{W} d\bar{W} \quad (8)$$

gdzie

$$\bar{W} = \frac{\bar{W}}{\sqrt{u_1}}$$

$$\bar{m}_1 = \frac{m_1}{M_p} = 1 - \frac{M}{M_p} = 1 - \frac{l}{L_p}$$

l – chwilowa długość pocisku (pręta).

W wyniku całkowania równania (8) z warunkiem początkowym

$$\bar{m}_1 = 0, \quad \bar{W} = \bar{W}_u$$

otrzymujemy

$$\bar{m}_1 = 1 - e^{-0,5(\bar{W}_u^2 - \bar{W}^2)} \quad (9)$$

gdzie

$$\bar{W}_u^2 = \frac{\bar{W}_u^2}{u_1}$$

W końcu procesu ($W = 0$) pocisk (pręt) będzie miał długość

$$l = l_{\min} = L_p e^{-0,5\bar{W}_u^2} \quad (10)$$

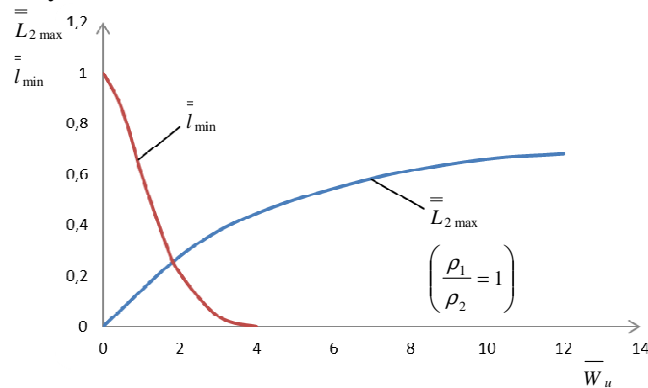
po przebyciu przez jego nieodkształconą (pozostałą) część drogi

$$L = L_{\max} = L_p \left(1 - e^{-0,5\bar{W}_u^2}\right) \quad (11)$$

6. NIEKTÓRE WYNIKI

Podstawowymi wynikami rozwiązania rozpatrywanych w punktach 4 i 5 przypadków uproszczonych są zależności (6) i (10), opisujące bezpośrednio powiązania efektów końcowych zderzeń pocisków z przeszkodami z danymi

wejściowymi, mającymi wpływ na te efekty. Ilustracją graficzną wyników podstawowych są wykresy przedstawione na rysunku 2 we współrzędnych bezwymiarowych.



Rys. 2. Zależność względnych (odniesionych do długości L_p pocisków) głębokości $\bar{L}_{2\max}$ kraterów w przeszkodach odkształcalnych o gęstości ρ_2 równej gęstości ρ_1 pocisku oraz względnej długości \bar{l}_{\min} pocisków po czołowym uderzeniu w przeszkodę nieodkształcalną od bezwymiarowej prędkości uderzenia \bar{W}_u

Fig. 2. The dependence of relative (related to the length L_p of projectiles) depth $\bar{L}_{2\max}$ of craters in a deformable barriers with density ρ_2 equal to the projectile density ρ_1 and the dependence of relative length \bar{l}_{\min} of projectiles after frontal impact in non-deformable barrier on dimensionless impact velocity \bar{W}_u

Nieliniowy charakter zależności efektów końcowych zderzeń od prędkości uderzenia potwierdza duży wpływ dynamiki rozpatrywanych procesów na ich efektywność. Ma to uzasadnienie w przyjętym modelu, gdzie energia tracona na usunięcie materiału elementów odkształcalnych poza obszar styku pocisku (pręta) z przeszkodą jest proporcjonalna do kwadratu prędkości pocisku.

W celu wykorzystania zależności ogólnych (opisujących dowolne przypadki we współrzędnych bezwymiarowych) do obliczeń ilościowych efektów zderzeń elementów wykonanych z konkretnych materiałów o określonych właściwościach wystarczy zastąpić prędkość bezwymiarową \bar{W}_u rzeczywistą prędkością uderzenia W_u z uwzględnieniem stosownych właściwości materiałowych elementów odkształcalnych (przeszkody w przypadku drażenia w niej krateru lub pocisku uderzającego w przeszkodę nieodkształcalną).

Do ocen wstępnych przyjmujemy, że

$$u = \frac{R_m}{\rho} \quad \text{oraz} \quad \bar{W}_u = W_u \sqrt{\frac{\rho}{R_m}}$$

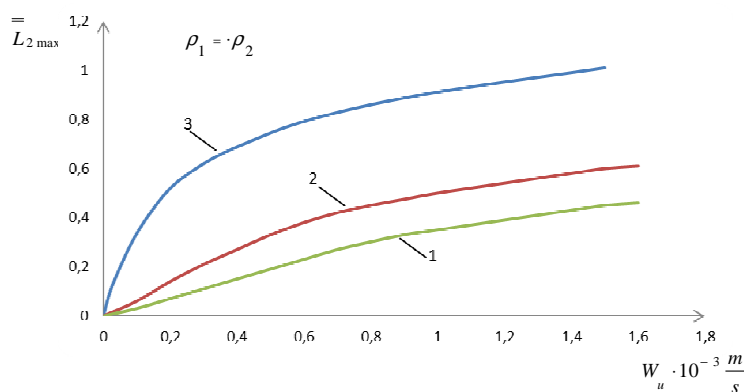
gdzie: ρ i R_m – gęstość i wytrzymałość materiałów elementów odkształcalnych odpowiednio.

Jako przykład w tabeli 1 podano orientacyjne wartości potrzebnych danych materiałowych kilku wybranych metali.

Tabela 1. Orientacyjne właściwości metali

Table 1. Approximate properties of metals

Materiał	Stal (dobrej jakości)	Żelazo Fe	Miedź Cu	Aluminium Al	Ołów Pb
$\rho \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	7,9	7,8	8,9	2,7	11,3
$R_m \cdot 10^{-9} \text{Pa}$	1	0,3	0,3	0,1	0,015
$u \cdot 10^{-6} \frac{\text{J}}{\text{kg}}$	0,127	0,038	0,034	0,037	0,0013



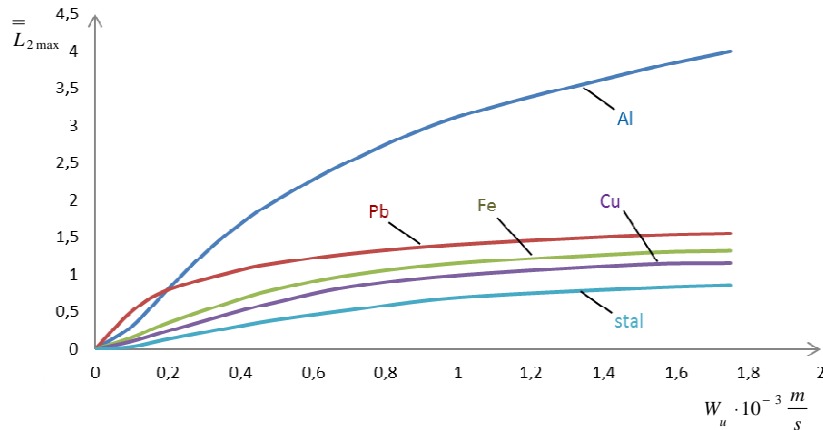
Rys. 3. Wykresy głębokości względnych $\bar{L}_{2 \max}$ kraterów drążonych w różnych przeszkodach przez pociski o gęstościach ρ_1 równych gęstościom ρ_2 przeszkód
1 – stal, 2 – żelazo oraz (w przybliżeniu) miedź i aluminium, 3 – ołów

Fig. 3. Graphs of relative depths $\bar{L}_{2 \max}$ of craters hollowed in the various barriers by projectiles with a density ρ_1 equal to the density ρ_2 of barriers
1 – steel, 2 – iron and (approximately) copper and aluminum, 3 – lead

Obliczone z uwzględnieniem powyższych informacji głębokości względne $\bar{L}_{2\max}$ kraterów wydrążonych w różnych przeszkodach przez pociski o prędkościach uderzeń W_u oraz gęstościach ρ_1 równych gęstościom ρ_2 przeszkód przedstawiono na rys. 3.

W odniesieniu do innych (dowolnych) gęstości ρ_1 materiału pocisków rzędne wykresów należy pomnożyć przez stosunek ρ_1/ρ_2 .

Jako przykład na rysunku 4 pokazano efekt drążenia kraterów przez pociski wykonane z materiału o gęstości $\rho_1 = 17 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Taką gęstość mają (w przybliżeniu) np. węgliki na bazie wolframu.



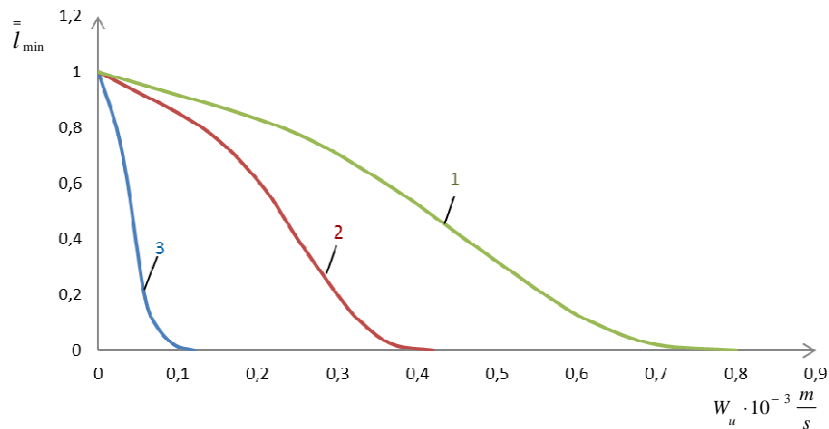
Rys. 4. Zależność głębokości względnych kraterów drążonych przez pociski o gęstości $\rho_1 = 1700 \text{ kg/m}^3$ od prędkości uderzenia W_u

Fig. 4. Dependence of the relative depth of the craters hollowed by projectiles with a density of $\rho_1 = 1700 \text{ kg/m}^3$ on the impact velocity W_u

Wykresy przedstawione na rysunku 4 pokazują m.in. bardzo duży wpływ gęstości materiału przeszkód na głębokość drążonych w nich kraterów. Można też zauważyć, że różnice wytrzymałości materiałów przeszkód w znacznie mniejszym stopniu wpływają na efektywność wnikania, niż różnice ich gęstości. Widać to szczególnie wyraźnie na przykładzie przeszkód aluminiowej i ołowianej.

Na rysunku 5 zilustrowano odkształcenia pocisków wykonanych z różnych materiałów (metali), po czołowym ich uderzeniu (z prędkością W_u) w przeszkodę nieodkształcalną.

W tym przypadku o intensywności odkształceń pocisków decyduje stosunek energii kinetycznej pocisku do wytrzymałości jego materiału. Żadnego wpływu na odkształcanie pocisku nie mają tu natomiast właściwości przeszkody (oprócz oczywiście jej nieskończonej dużej wytrzymałości, wynikającej z przyjętego założenia o nieodkształcalności).



Rys. 5. Długości względne \bar{l}_{\min} nieodkształconych części pocisków, wykonanych z różnych materiałów, po uderzeniu w przeszkodę nieodkształcalną z prędkością W_u :
1 – stal, 2 – żelazo oraz (w przybliżeniu) miedź i aluminium, 3 – ołów

Fig. 5. Relative lengths \bar{l}_{\min} of not deformed parts of projectiles made of different materials, after hitting in non-deformable barrier at with velocity W_u :
1 – steel, 2 – iron and (aproximately) copper and aluminum, 3 – lead

7. UWAGI KOŃCOWE

Przedstawione w punktach 4 i 5 wyniki rozwiązania uproszczonych przypadków szczególnych należy traktować jako teoretyczne o ograniczonej przydatności praktycznej. Efekty zderzeń, obliczone według otrzymanych tam zależności, są bowiem praktycznie nieosiągalne, a tym samym wyniki obliczeń nie mogą być zweryfikowane doświadczalnie. Przyczyną tego jest przyjęcie założenia o nieodkształcalności jednego z elementów (pocisku lub przeszkody), biorących udział w zderzeniu, co jest jednoznacznie z nieskończenie dużą (czyli nierealną) wytrzymałością materiału (metal), z którego dany (nieodkształcalny) element miałby zostać wykonany.

Nie oznacza to oczywiście całkowitej nieprzydatności otrzymanych wyników. Dzięki przyjętym uproszczeniom okazało się bowiem możliwe względnie proste i przejrzyste pokazanie niektórych przynajmniej prawidłowości mechanizmu zderzeń wysokoprędkościowych, a zwłaszcza wpływu istotnych czynników na efekty końcowe. Ponadto za pomocą otrzymanych zależności można łatwo oszacować graniczne możliwości pocisków uderzeniowych, co też nie jest pozbawione znaczenia praktycznego.

Bardziej realistyczne wyniki przedstawione zostaną w drugiej części pracy, gdzie rozpatrywane będzie wykorzystanie przedstawionej w punktach 2 i 3 ogólnej koncepcji modelu do rozwiązania problemu wnikania pocisków (prętów) odkształcalnych w odkształcalne przeszkody.

LITERATURA

- [1] Backman M.E., Goldsmith W., *The mechanics of penetration of projectiles into targets*, Int. J. Engng Sci, vol. 16, no 1, pp. 1-99, 1978.
- [2] Goldsmith W., *Review non-ideal projectile impact on targets*, Int. J. Impact Engng, vol. 22, no 23, pp. 95-395, 1999.
- [3] Włodarczyk E., *Balistyka końcowa pocisków amunicji strzeleckiej*, tom 1, WAT, Warszawa, 2006.
- [4] Zukas J.A., Nicholas T., Swift H.F., Greszczuk L.B., Curran D.R., *Impact dynamics*, New York – Chichester – Brisbane – Toronto – Singapore, 1982.

Model of Penetration of the Impact Projectiles in Metal Barriers

Part 1. The Concept of Model and Special Cases

Stanisław TORECKI

Abstract. The aim and subject of the work is to show certain regularity in reporting penetration process for anti-tank impact projectiles in metal barrier (plate) with high thickness and weight. How to resolve a problem is presented in two parts. In this first part it is shown: the physical model of penetration, basic equations of the adopted mathematical model of penetration and solve special cases - the penetration of non-deformable projectiles in deformable barriers and shortening the deformable projectiles after hitting a non-deformable barrier.

Keywords: mechanics, terminal ballistics, anti-tank impact projectiles, penetration

