



Charakterystyka tkaniny technicznej „Panama” w zakresie lepkosprężystym

WIESŁAW KOMAR

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie, Wydział Nauk Technicznych,
10-736 Olsztyn, ul. Oczapowskiego 2

Streszczenie. Niniejszy artykuł zawiera część prac nad pełnym scharakteryzowaniem tkanin technicznych. Obiektem zainteresowania jest tkanina techniczna „Panama” firmy Sattler. Autor postawił sobie za cel zidentyfikowanie parametrów wybranych lepkosprężystych modeli konstytutywnych materiałów oraz ich weryfikację na podstawie prób jednoosiowego rozciągania ze stałą prędkością odkształcenia. Zaprezentowano dwa wybrane do identyfikacji modele lepkosprężyste, z których jeden jest reprezentowany liniowym równaniem różniczkowym, a drugi — nieliniową zależnością całkową. Dokonano zestawienia otrzymanych wyników z przeprowadzonej już części identyfikacji. Zaproponowano metodę ulepszającą proces identyfikacji parametrów modelu standardowego dla materiałów o charakterystykach nieliniowych. Przedstawiono aktualny stan prac nad identyfikacją i kierunki dalszych badań.

Słowa kluczowe: mechanika ciała stałego, tkaniny techniczne, identyfikacja, lepkosprężystość
Symbole UKD: 539.31

1. Wprowadzenie

Coraz większe zainteresowanie w wielu różnych gałęziach przemysłu znajdują tkaniny techniczne. Obok innych materiałów kompozytowych, stosowane są one z powodzeniem w takich konstrukcjach, jak przekrycia wiszące, namioty pneumatyczne lub hale sportowe, jako wzmocnienia dróg, ekrany akustyczne, a także elementy maszyn, np.: przenośniki taśmowe, sita do papieru itp. Przykładem tkaniny technicznej jest powlekany (PVC) materiał tekstylny „Panama” firmy Sattler, wykonany z włókien poliestrowych (PES wg DIN 60 001) o splocie P 2/2 (według DIN 61 101), tworzących dwie jednakowe rodziny nici: osnowę i wątek, o jednakowym ich zagęszczeniu, które pokryte są obustronnie polichlor-



Rys. 1. Teatr Letni w Polczynie Zdroju wykonany z tkaniny „Panama”

kiem winylu. Tkanina techniczna „Panama” znalazła zastosowanie między innymi w konstrukcji wiszącego zadaszenia Teatru Letniego w Polczynie Zdroju (rys. 1).

Konstruowanie z wykorzystaniem zarówno tkanin technicznych, jak i innych materiałów, wymaga znajomości ich własności fizycznych. Do obliczeń konstrukcji lekkich, które wykonane są z materiałów tekstylnych, obecnie stosuje się głównie programy MES, bazujące na elementach skończonych, opracowanych tak, by uwzględnione zostały zmiany kierunków nici podczas deformacji, anizotropia tkaniny oraz wpływ pokrycia, a także zmiana własności materiału w czasie. Lepkosprężyste i lepkoplastyczne równania konstytutywne materiału dają możliwość wprowadzenia do programów MES zależności reologicznych, jak również modyfikacji własności materiału w procesie deformacji. W niniejszej pracy skupiono się na lepkosprężystych związkach konstytutywnych, z których wybrano dwa (jeden do opisu liniowej, a drugi — nieliniowej lepkosprężystości) i podjęto próbę scharakteryzowania tkaniny technicznej „Panama” poprzez identyfikację parametrów wybranych praw konstytutywnych, dla każdej rodziny nici osobno oraz ich weryfikacji na podstawie prób jednoosiowego rozciągania ze stałą prędkością odkształcenia. Wybór odpowiedniego modelu zależy od własności materiału i warunków, w jakich pracuje, ale także od możliwości wyznaczenia jego parametrów. Większa liczba parametrów lepiej opisuje zachowanie się modelowanego materiału. Często jednak zdarza się, że równania kilkuparametrowe są znacznie bardziej skuteczne, ponieważ wraz ze wzrostem liczby parametrów gwałtownie rośnie problem ich właściwej identyfikacji.

W niniejszym opracowaniu przedstawiono wyniki badań, które są w toku i na wielu etapach nie zostały jeszcze ukończone. Zaprezentowane rezultaty są tylko

częściowym podsumowaniem dotychczasowych obliczeń i identyfikacji. Badania nad opisem zachowania się tkaniny technicznej „Panama” są wciąż kontynuowane, a wyniki i wnioski z badań zostaną opublikowane po ich zakończeniu.

2. Wybrane modele lepkosprężyste

Różnorodne związki konstytutywne mogą charakteryzować ciało stałe, a więc również tkaniny techniczne. Nie wszystkie jednak są praktycznie stosowane w procedurach numerycznych, również tych bazujących na metodzie elementów skończonych. Uwagę, skupiono zatem na konstytutywnych prawach lepkosprężystych, które literatura przedmiotu wskazuje jako możliwe do wspomnianych wcześniej zastosowań. Równaniami charakteryzującymi lepkosprężyste cechy materiału dosyć często opisuje się reologiczne własności tkanin technicznych. Dotyczy to także badanej tkaniny „Panama”. Z drugiej strony bardzo obiecujące rezultaty dają również lepkoplastyczne związki konstytutywne, których aplikacje można prześledzić w [1, 2].

Model Kelvina-Voigta jest najprostszym modelem lepkosprężystym ciała stałego. Powstaje on przez równoległe połączenie elementu sprężystego (sprężyny) i lepkiego (tłumika). Jest to układ podstawowy, uproszczony, wyidealizowany, a zatem obwarowany wstępnymi założeniami upraszczającymi lub pomijającymi pewne zjawiska. Ten właśnie dwuparametrowy model nie opisuje relaksacji naprężeń, co oznacza, że może on opisywać tylko niektóre własności ciał lepkosprężystych [3]. Stanowi on jednak podstawę do dalszej rozbudowy.

Związki konstytutywne lepkosprężystego ciała stałego stają się coraz bardziej skomplikowane wraz ze wzrostem liczby połączeń sprężystych i lepkich, w sposób szeregowy bądź też równoległe ze sobą, formujących model takiego ciała, a co za tym idzie — ze wzrostem liczby parametrów, które należy uwzględnić przy jego opisie.

Mając na uwadze wcześniejsze rozważania, związane z zastosowaniem lepkosprężystych praw konstytutywnych do opisu ciała stałego, o czym mówią autorzy między innymi w [3-8], można powiedzieć, że najbardziej odpowiedni do zastosowania w rozważanym przypadku model to ten, którego parametry potrafimy zidentyfikować, a także ten, który najmniejszą liczbą parametrów jest w stanie dostatecznie scharakteryzować badaną tkaninę.

Przyjęto, że zachowanie tkaniny technicznej „Panama” można opisać modelem standardowym — Zenera, reprezentującym lepkosprężystość liniową. Spośród związków charakteryzujących lepkosprężystość nieliniową do opisu materiału „Panama” wybrano całkowity model Schapery.

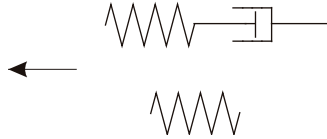
Trzyparametrowy model Zenera utworzony jest z trzech podstawowych elementów: dwóch sprężystych i jednego — tłumienia lepkiego. Występuje w dwóch wariantach, a reprezentowany jest przez różniczkowe równania konstytutywne, które w stanie jednoosiowego naprężenia, przyjmują następujące postacie:

wariant I



$$\sigma + \frac{\eta}{E_1 + E_2} \dot{\sigma} = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \varepsilon + \frac{\eta E_1}{E_1 + E_2} \dot{\varepsilon}, \quad (1)$$

wariant II



$$\dot{\sigma} + \frac{E_2}{\eta} \sigma = (E_1 + E_2) \dot{\varepsilon} + \frac{E_1 E_2}{\eta} \varepsilon, \quad (2)$$

gdzie: E_1 i E_2 są parametrami sprężystymi modelu liniowego;
 η — jego parametrem lepkościowym.

Powyższy model standardowy spełnia warunki niezbędne dla opisu cech rzeczywistego ciała stałego, takie jak: odkształcenie natychmiastowe, poprawny przebieg pełzania, nawrót lepkosprężysty, relaksacja niedążąca w czasie do zera. Nie opisuje on jednak trwałego odkształcenia ciała stałego.

Model Schapery lepkosprężystości nieliniowej znalazł uzasadnione zastosowanie u wielu autorów: [6-11] dzięki stosunkowo niewielkiej liczbie funkcji potrzebnych do scharakteryzowania zachowania się nieliniowych materiałów lepkosprężystych, a także przydatności do zastosowań w procedurach numerycznych. Całkowe równanie konstytutywne modelu Schapery zostało wyprowadzone z podstawowych zasad wykorzystujących koncepcje nieodwracalnej termodynamiki. W warunkach izotermicznych, kiedy naprężenie traktowane jest jako niezależna zmienna stanu, równanie konstytutywne dla jednoosiowego stanu obciążenia przedstawia się następująco:

$$\varepsilon(t) = g_0 D_0 \sigma_0 + g_1 \int_0^t \Delta D(\psi - \psi') \frac{d}{d\tau} (g_2 \sigma) d\tau, \quad (3)$$

gdzie: $D(t) = D_0 + \Delta D(t)$ jest podatnością pełzania;
 $D_0 = D(0)$ — początkową jej wartością;
 $\Delta D(t)$ — wielkością chwilową, zależną od czasu podatnością pełzania;
 ψ, ψ' — to tak zwane czasy zredukowane, zdefiniowane odpowiednio

oraz

$$\psi = \int_0^t \frac{dt'}{a_\sigma [\sigma(t')]} \quad (a_\sigma > 0) \quad (4)$$

$$\psi' = \psi(\tau) = \int_0^\tau \frac{dt'}{a_\sigma [\sigma(t')]} \quad (5)$$

tutaj g_0, g_1, g_2, a_σ — są to parametry materiałowe, własności, które są nieliniowymi funkcjami zależnymi od naprężenia; a_σ nazywany jest również współczynnikiem przesunięcia skali czasu lub współczynnikiem przesunięcia naprężeń. Każdy z tych parametrów określa nieliniowy wpływ na podatność materiału.

Kiedy przyłożone naprężenie jest niewielkie, parametry $g_0 = g_1 = g_2 = a_\sigma = 1$, a równanie (3) redukuje się do postaci przedstawiającej zasadę superpozycji Boltzmanna dla lepkosprężystości liniowej, która przy założeniu ograniczenia infitezymalnych odkształceń mówi, że jeżeli naprężenie σ_1 powoduje w chwili t_1 odkształcenie ε_1 , zaś naprężenie σ_2 powoduje w chwili t_2 odkształcenie ε_2 , to suma naprężeń σ_1 i σ_2 wywołuje w chwili $t > t_2$ sumę odkształceń $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$. Nieliniowe, zależne od naprężenia, własności materiału g_0, g_1, g_2, a_σ i podatność pełzania można wyznaczyć na podstawie danych z prób pełzania dla kilku stałych poziomów naprężenia. Opis tego postępowania można znaleźć w [10].

Analogiczne rozważanie przeprowadzić można w odwrotną stronę, a mianowicie, gdy odkształcenie traktowane jest jako niezależna zmienna stanu, to równanie konstytutywne Schapery jest następujące

$$\sigma(t) = h_\infty E_\infty \varepsilon_0 + h_1 \int_0^t \Delta E (\rho - \rho') \frac{d}{d\tau} (h_2 \varepsilon) d\tau, \quad (6)$$

gdzie czasy zredukowane ρ i ρ' zdefiniowane są jako

$$\rho = \int_0^t \frac{dt'}{a_\varepsilon [\varepsilon(t')]} \quad (a_\varepsilon > 0), \quad (7)$$

$$\rho' = \rho(\tau) = \int_0^\tau \frac{dt'}{a_\varepsilon [\varepsilon(t')]} \quad (8)$$

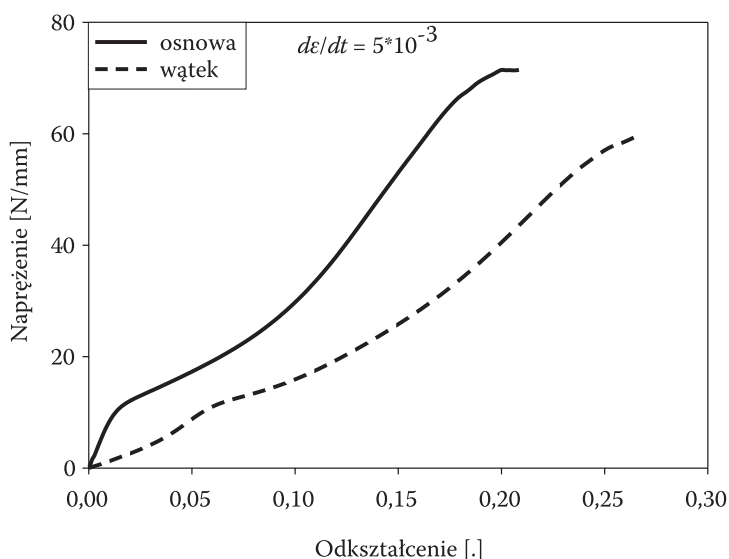
zaś $h_\infty, h_1, h_2, a_\varepsilon$ są własnościami zależnymi od odkształcenia. $E(t) = E_\infty + \Delta E(t)$ jest funkcją relaksacji naprężeń, E_∞ — asymptotyczną wartością modułu, a $\Delta E(t)$ — chwilowym składnikiem funkcji relaksacji.

Należy zaznaczyć, że równanie (6) nie jest odwrotne w stosunku do zależności (3). Twórca modelu R. A. Schapery wyraźnie nadmienił, że nie ma żadnych

podstaw, by oczekiwać, że dany materiał będzie zgodny z obydwoma reprezentacjami równania konstytutywnego, chyba że opis dotyczy lepkosprężystości liniowej. Jakkolwiek, można zauważyć, że są trzy nieliniowe funkcje dostępne do identyfikacji, to jednak obie postacie równania konstytutywnego mogą być dopuszczalnymi charakterystykami, jeżeli nieliniowość jest słaba lub jeżeli własności wyznaczone są z próbek poddanych obciążeniu, które nie różni się zbyt wiele od obciążenia oczekiwanego w zastosowaniach podstawowych.

3. Identyfikacja własności lepkosprężystych tkaniny „Panama”

Dane dotyczące przeprowadzonych badań podano w [1, 12]. W laboratorium Wydziału Inżynierii Lądowej i Środowiska Politechniki Gdańskiej, na maszynie wytrzymałościowej Zwick 147670, wykonano próby jednoosiowego rozciągania ze stałą prędkością odkształcenia, przy pięciu różnych poziomach tej prędkości, osobno dla każdej rodziny nici. Wszystkie one stanowiły podstawę całego procesu identyfikacji. Wyniki typowej próby rozciągania tkaniny „Panama” przedstawia rysunek 2.



Rys. 2. Typowe krzywe jednoosiowego rozciągania tkaniny ze stałą prędkością odkształcenia

Identyfikację parametrów modeli lepkosprężystych każdorazowo przeprowadzano na podstawie otrzymanych wyników prób laboratoryjnych, dla każdej rodziny nici osobno. W procedurze identyfikacji zastosowano metodę najmniejszych kwadratów w wariancie Marquardta-Levenberga, która w procesie itera-

cyjnym dopasowuje szukane wartości parametrów, dając jednocześnie możliwość określenia ich wartości początkowych, jakie należy przyjąć do obliczeń [16]. Ten sam zestaw działań wykonano dla każdej prędkości odkształcenia. Zarówno dla osnowy, jak i dla wątku ograniczono się do eksploatacyjnego zakresu odkształceń, odpowiednio 0,05 i 0,1 dla osnowy i wątku.

W pierwszym etapie obliczeń wyznaczono parametry sprężyste tkaniny technicznej. Biorąc pod uwagę fakt, że w kierunku osnowy włókna są już wstępnie napięte na etapie produkcji tkaniny, zaś wątek przeplata osnowę i aby mógł on przenosić obciążenie rozciągające, najpierw musi zostać wyprostowany, a dopiero potem stopniowo zaczyna przenosić przyłożone w czasie próby obciążenie, wyznaczono dla wątku dwa parametry określające cechy sprężyste tkaniny $E_{w1} = 106 \text{ kN/m}$ i $E_{w2} = 254 \text{ kN/m}$, podczas gdy własności sprężyste tkaniny w kierunku osnowy opisano tylko jednym parametrem $E = 920 \text{ kN/m}$. Identyfikację modułu sprężystości na kierunku osnowy przeprowadzono w zakresie odkształceń od 0 do 0,008, zaś w przypadku wątku — odpowiednio w granicach 0-0,008 oraz 0,04-0,05. Moduł E_{w1} określono ze względu na fakt, że w początkowym etapie rozciągania w kierunku wątku jego nici ulegają napięciu, a ponadto część obciążenia przenosi samo pokrycie tkaniny. Drugi moduł E_{w2} reprezentuje własności sprężyste tkaniny, kiedy nici wątku są już napięte i w całości przenoszą zadane obciążenie. Wartości zidentyfikowanych parametrów stanowią średnią ze wszystkich przyjętych do identyfikacji prób laboratoryjnych.

Wyniki tej identyfikacji przyjęto również jako wstępne kryterium weryfikacji przeprowadzonych doświadczeń. Na podstawie otrzymanych rezultatów określono przedział, w którym graniczne wartości stanowiły 10% odchyłki od wartości średniej wyznaczonego modułu E . Próby, których wartość modułu sprężystości nie zawierała się w określonym przedziale wykluczano z dalszej identyfikacji.

W kolejnym etapie podjęto próbę identyfikacji trzech parametrów modelu standardowego, przedstawionego za pomocą równania różniczkowego (1), charakteryzującego lepkosprężystość liniową. Ponownie do identyfikacji posłużyły próby laboratoryjne jednoosiowego rozciągania tkaniny „Panama” ze stałą prędkością odkształcenia w kierunku osnowy i w kierunku wątku. Wykresy σ - ε otrzymane w próbach zastąpiono krzywymi opisanymi równaniami matematycznymi, które potrzebne będą do obliczenia co najmniej pochodnej naprężenia po czasie, gdyż prędkość odkształcenia w każdej próbie jest znana. Ze względu na wyraźnie nieliniowy przebieg wykresów, należało dokonać podziału krzywej z badań na przedziały i również przedziałami należało dalej wyznaczać pochodne. Trzeba jednak pamiętać o tym, żeby pochodna zachowała ciągłość szczególnie na granicach obranych przedziałów.

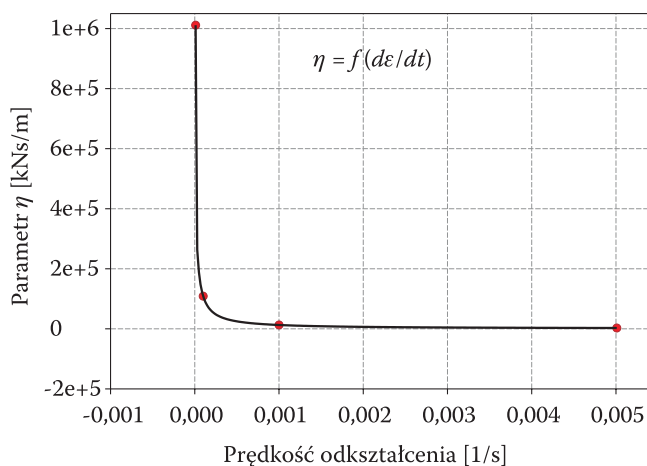
Wyniki identyfikacji parametrów modelu liniowego dla nici osnowy zestawiono w tabeli 1. Wskazują one na fakt, że nie da się jednoznacznie określić wartości wszystkich trzech parametrów E_1 , E_2 i η jednocześnie.

TABELA 1

Parametry modelu liniowego (osnowa)

Parametr	Wyniki przykładowej próby dla każdej prędkości $\dot{\varepsilon}$			
	10^{-5} [1/s]	10^{-4} [1/s]	10^{-3} [1/s]	$5 \cdot 10^{-3}$ [1/s]
E_1 [kN/m]	1396	1374	1349	1448
E_2 [kN/m]	203	181	193	188
η [kNs/m]	1 011 243	108 705	12 760	2739
Wyniki pierwszego przybliżenia				
E_1 [kN/m]	1464			
E_2 [kN/m]	605			
η [kNs/m]	908			

Dwa pierwsze parametry mają wartości zbliżone dla prób o różnych prędkościach odkształcenia. Można więc ustalić ich wartości. Wyraźnie zaznacza się jednak zależność trzeciego parametru — lepkościowego η od prędkości odkształcenia.

Rys. 3. Zależność parametru η od prędkości odkształcenia

Skutecznym rozwiązaniem jest wyznaczenie zależności parametru η od prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}$, opisanie jej za pomocą możliwie prostej funkcji, identyfikacja parametrów tej funkcji i wyrażenie samego parametru w równaniu konstytutywnym właśnie tą funkcją. W analizowanym przypadku metodą najmniejszych kwadratów dopasowano do przebiegu zależności $\eta = f(\dot{\varepsilon})$ funkcję matematyczną. Najlepsze przybliżenie przedstawić tu można za pomocą wielomianu odwrotnego

trzeciego rzędu (rys. 3) o współczynnikach równych odpowiednio: $a = 198,6499$, $b = 12,7664$, $c = -2,0991 \times 10^{-4}$, $d = 1,8334 \times 10^{-9}$

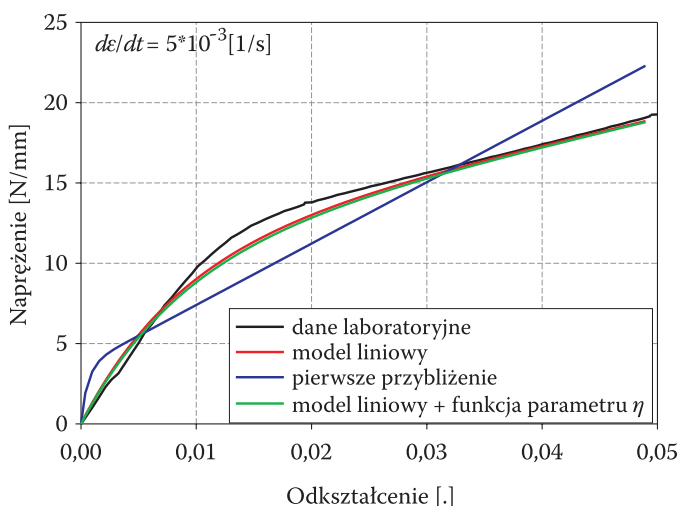
$$y = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \frac{d}{x^3}, \quad (9)$$

gdzie x reprezentuje prędkość odkształcenia, zaś y — wartość szukanego parametru η .

Spowoduje to, że model liniowy nabierze cech modelu nieliniowego, jednak operacja taka bardzo poprawia jego działanie i zdecydowanie przybliży otrzymane wyniki symulacji prób rozciągania do danych laboratoryjnych.

Pierwsze przybliżenie, którego wyniki przedstawiono w tabeli 1, jest rezultatem identyfikacji trzech parametrów równania liniowego jednocześnie, przeprowadzonej na podstawie jednoosiowych prób rozciągania ze stałą prędkością odkształcenia. Otrzymane tym sposobem wartości parametrów niedostatecznie opisują jednak zachowanie się badanego materiału.

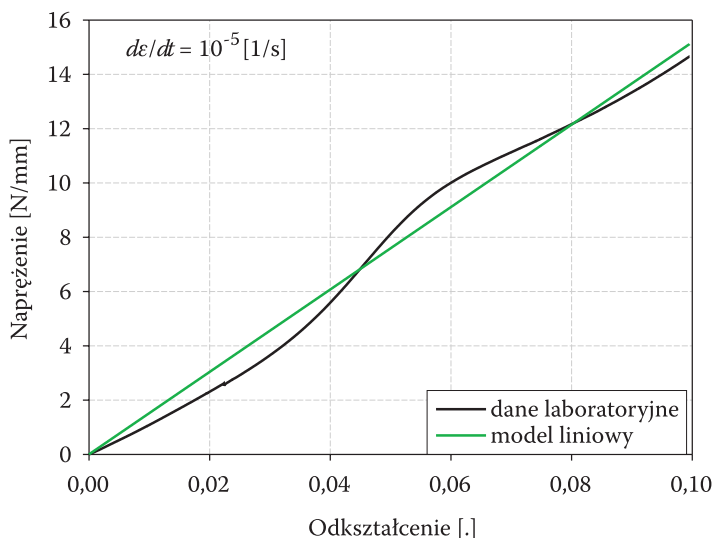
Na rysunku 4 zestawiono wyniki identyfikacji z poszczególnych etapów postępowania dla jednej z 33 prób. Kolorem czarnym oznaczono wykres naprężenia w funkcji odkształcenia, otrzymany z próby rozciągania ze stałą prędkością odkształcenia. Linia czerwona odwzorowuje oczekiwany przebieg danej próby, wyznaczony na podstawie modelu standardowego. Niebieska linia to wykres zależności naprężenie — odkształcenie, przygotowany na podstawie liniowego równania konstytutywnego z uwzględnieniem parametrów z pierwszego przybliżenia. Zdecydowanie widoczny jest tu liniowy charakter zastosowanego modelu, a sam przebieg tego wykresu znacznie różni się od oczekiwań.



Rys. 4. Rozwiązanie dla przykładowej próby rozciągania

Zmiana liniowego charakteru liniowego modelu standardowego, uzyskana przez podstawienie funkcji $\eta = f(\dot{\varepsilon})$ w miejsce samego parametru η , zapewniła poprawę procesu modelowania tkaniny. Efektem tej poprawy jest wykres przedstawiony linią koloru zielonego (rys. 4). Widać, że pokrywa się on niemal dokładnie z wykresem, który jest odwzorowaniem wyznaczonego w badaniach celu (linia czerwona). Oznacza to, że zastosowanie w lepkosprężystym liniowym równaniu różniczkowym parametrów, których wartość jest zmienna, znacznie poprawia charakterystykę badanego materiału, przedstawionego za pomocą tego właśnie modelu. W ten sposób przystosowano go do opisu tkaniny technicznej „Panama”.

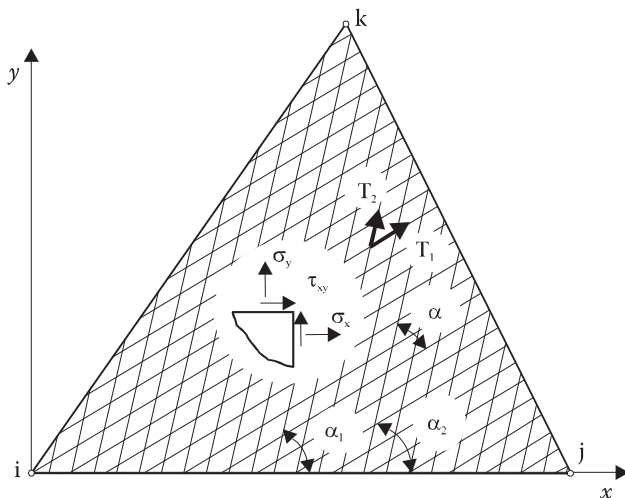
Problem scharakteryzowania tkaniny technicznej na kierunku wątku okazał się jednak bardziej skomplikowany. W analizowanym przedziale eksploatacyjnym nie udało się bowiem „dopasować” parametrów modelu standardowego do krzywej laboratoryjnej. Poprawy nie przyniosło zastosowanie innego równania w identyfikacji zachowania się tkaniny na kierunku wątku. Również wykres próby rozciągania ze stałą prędkością odkształcenia, uzyskany na podstawie równania konstytutywnego, przedstawia się linią prostą, czego można było oczekiwać od modelu liniowego, ze względu na niewielkie odchylenie od prostej rzeczywistego przebiegu laboratoryjnej próby rozciągania (rys. 5). W tym przypadku zaproponowany sposób identyfikacji zawodzi. Należałoby zatem scharakteryzować tkaninę na kierunku wątku w oparciu o inne badania eksperymentalne, np. próby pełzania.



Rys. 5. Charakterystyka tkaniny na kierunku wątku (przykład obliczeń)

4. Model tkanin technicznych do zastosowań MES — model sieci gęstej

Wyniki identyfikacji własności poszczególnych rodzin nici tkaniny technicznej można wykorzystać w tzw. modelu sieci gęstej, który opracowano do opisu zależności konstytutywnych przy obliczaniu konstrukcji wykonanych z tkanin technicznych. Został on przedstawiony w [13, 14, 15]. Przyjmuje się, że tkaninę techniczną reprezentuje siatka złożona z trzywęzłowych trójkątnych elementów skończonych. Model sieci gęstej bazuje na korelacji między elementem znajdującym się w płaskim stanie naprężenia i strukturą złożoną z dwóch rodzin nici (wątku i osnowy). Element skończony z równaniem konstytutywnym sieci gęstej przedstawia rysunek 6.



Rys. 6. Element skończony stosowany w modelu sieci gęstej

W tym modelu każda rodzina nici tworzy odpowiednio kąt α_1 i α_2 z osią x lokalnego układu współrzędnych. Ponadto zakłada się, że w procesie deformacji kąt α_1 jest stały, zaś kąt α_2 zmienia swoją wartość. W ten sposób uwzględnia się, że kąt α między osnową a wątkiem może zmieniać się podczas deformacji. Aktualną wartość kąta w danej chwili wyznacza się jako różnicę kątów α_1 i α_2 , zgodnie z równaniami

$$\begin{aligned} \tan(\alpha_1) &= \frac{1 + \varepsilon_y}{1 + \varepsilon_x} \tan \left[\left(\pi - \gamma_{xy} \right) \frac{\alpha_{10}}{\pi} + \frac{\gamma_{xy}}{2} \right] \\ \tan(\alpha_2) &= \frac{1 + \varepsilon_y}{1 + \varepsilon_x} \tan \left[\left(\pi - \gamma_{xy} \right) \frac{\alpha_{20}}{\pi} + \frac{\gamma_{xy}}{2} \right] \\ \alpha &= \alpha_2 - \alpha_1, \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie α_{10} , α_{20} oznaczają początkowe wartości kątów zawartych odpowiednio między osnową i wątkiem a osią x .

Odształcenia włókien poszczególnych rodzin nici $\{\gamma\}$ można wyznaczyć na podstawie odształceń obliczonych w płaskim stanie naprężenia $\{\varepsilon\}$

$$\{\gamma\} = \begin{Bmatrix} \gamma_{11} \\ \gamma_{22} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha_1 & \sin^2 \alpha_1 & \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \\ \cos^2 \alpha_2 & \sin^2 \alpha_2 & \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [\Omega] \{\varepsilon\}. \quad (11)$$

Natomiast wartości sił w niciach (rys. 6), które zależą od wcześniej przyjętego do obliczeń modelu materiału, można teraz wyznaczyć z zależności

$$\{T\} = \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(\gamma_{11}) \\ F_2(\gamma_{22}) \end{Bmatrix}. \quad (12)$$

Funkcje F_1 i F_2 określa się, stosując np. lepkosprężyste związki konstytutywne.

W modelach wykorzystywanych w metodzie elementów skończonych zastosowanie znalazły liniowe i nieliniowe równania konstytutywne, uwzględniające własności reologiczne materiału, które niezależnie opisują każdą rodzinę nici. W ten sposób, pomimo anizotropowej struktury materiału tkaniny, wyznacza się siły w jej niciach, traktując je jako izotropowe. Ponadto zakłada się, że siły w niciach są funkcją ich odształcenia, a wpływ pokrycia można pominąć.

Korzystając z wyznaczonych zgodnie z równaniem (12) sił T_1 i T_2 , można obliczyć następnie składowe naprężenia, określające płaski stan naprężenia

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha_1 & \cos^2 \alpha_2 \\ \sin^2 \alpha_1 & \sin^2 \alpha_2 \\ \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 & \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{Bmatrix} = [\Omega]^T \{T\}. \quad (13)$$

Dalsze obliczenia kontynuuje się jak w typowym algorytmie MES dla płaskiego stanu naprężenia.

5. Podsumowanie

Jeśli wykorzystano proste modele materiału, czyli takie, które niewielką liczbą parametrów są w stanie dostatecznie odwzorować zachowanie każdej rodziny nici w tkaninie, można podjąć próbę określenia lepkosprężystych własności fizycznych tkaniny technicznej typu „Panama”. Dokładna charakterystyka tkaniny „Panama”

jest jednak na tyle złożona, że modele proste wymagają dodatkowych działań, pewnego rodzaju unieliniowienia, po to, żeby można było zidentyfikować ich parametry. Nieliniowe z natury przebiegi krzywych rozciągania tej tkaniny trudno jest więc w prosty sposób przedstawić za pomocą modelu standardowego (1) bez konieczności jego modyfikacji.

Uboga w opracowania z badań materiałowych, uwzględniających próby rozciągania ze stałą prędkością odkształcenia w zastosowaniu do modeli, charakteryzujących tkaniny techniczne w zakresie lepkosprężystym, literatura przedmiotu nie ułatwia rozwiązania problemu. Jednocześnie wymusza pełną weryfikację otrzymywanych z identyfikacji wyników. Od nich zależy dokładność obliczanych następnie, za pomocą programów MES, konstrukcji lekkich, w których znalazły zastosowanie materiały tekstylne.

Podjęto próbę scharakteryzowania tkaniny „Panama” również za pomocą wybranego przez autora prawa nieliniowego (3), z wykorzystaniem laboratoryjnych prób jednoosiowego rozciągania ze stałą prędkością odkształcenia. Nie dało się jednak zidentyfikować parametrów tego modelu, korzystając ze wspomnianych eksperymentów. Próba opisu zachowania się tkaniny tym sposobem nie powiodła się. Kolejnym etapem badania tkaniny „Panama” jest zatem identyfikacja parametrów wybranego modelu nieliniowego — Schapery, na podstawie prób pełzania — relaksacji, które w przypadku tkanin technicznych są próbami podstawowymi.

Niezbędne staje się zatem przeprowadzenie prób laboratoryjnych pełzania bądź relaksacji, odpowiednio dla różnych poziomów obciążenia lub odkształcenia, zebranie potrzebnych do identyfikacji danych, a następnie ponowna identyfikacja parametrów opisujących zachowanie się tkaniny, tym razem na podstawie całkowego równania Schapery i ich pełna weryfikacja.

Artykuł wpłynął do redakcji 16.02.2006 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w październiku 2006 r.

LITERATURA

- [1] A. ZAGUBIEŃ, *Badania laboratoryjne i identyfikacja niesprężystych właściwości materiałowych tkaniny powlekannej „Panama”*, rozprawa doktorska, Politechnika Koszalińska, Koszalin, 2002.
- [2] P. KŁOSOWSKI, A. ZAGUBIEŃ, *Viscoplastic Properties of Coated Textile Material „Panama” and its Usage for Hanging Roofs*, Int. Symposium on Lightweight Structures, Warszawa, 2002, 627-634.
- [3] A. JAKOWLUK, *Procesy pełzania i zmęczenia materiałów*, WNT, Warszawa, 1993.
- [4] R. F. FUNG, J. S. HUANG, Y. C. CHEN, *The transient amplitude of the viscoelastic travelling string: an integral constitutive law*, J. Sound and Vibration, 201, 2, 1997, 153-167.
- [5] C. ZHANG, W. ZHANG, *Elasticity recovery correspondence principles for physically nonlinear viscoelastic problems for a class of materials*, Int. J. Solids Structures, 38, 2001, 8359-8373.
- [6] D. TOUATI, G. CEDERBAUM, *Postbuckling of non-linear viscoelastic imperfect laminated plates. Part I: Material considerations*, Compos. Struct., 42, 1998, 33-41.

- [7] G. C. PAPANICOLAOU, S. P. ZAOUTSOS, A. H. CARDON, *Further development of a data reduction method for the nonlinear viscoelastic characterization of FRPs*, Compos.: Part A, 30, 1999, 839-848.
- [8] G. C. PAPANICOLAOU, S. P. ZAOUTSOS, A. H. CARDON, *Prediction of the non-linear viscoelastic response of unidirectional fiber composites*, Compos. Sci. and Technol., 59, 1999, 1311-1319.
- [9] R. HAJ-ALL, A. MULIANA, *A micromechanical constitutive framework for the nonlinear viscoelastic behavior of pultruded composite materials*, Int. J. Solids Structures, 40, 2003, 1037-1057.
- [10] R. A. SCHAPERY, *On the characterization of nonlinear viscoelastic materials*, Polym. Eng. Sci., 9, 4, 1969, 295-310.
- [11] T. W. STRGANAC, H. J. GOLDEN, *Predictions of nonlinear viscoelastic behavior using a hybrid approach*, Int. J. Solids Structures, 33, 30, 1996, 4561-4570.
- [12] P. KŁOSOWSKI, W. KOMAR, *Identification of the Finite Element Method Model for Technical Fabric*, Modern Building Materials, Structures and Techniques, Vilnius, 2004. Publikacja w formie płyty CD.
- [13] C. BRANICKI, *Niektóre problemy statyczne sieci wiszących*, rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk, 1969.
- [14] Cz. BRANICKI, P. KŁOSOWSKI, *Analiza statyczna wiszących przekryć tekstylnych w zakresie nieliniowym*, Archiwum Inżynierii Lądowej 29, 3, 1983, 189-220.
- [15] P. KŁOSOWSKI, *Numerical Problems of Calculations of Hanging Roofs*, Proc. Int. Conf. on Lightweight Structures in Civil Engineering, Warszawa, 1995, 661-669.
- [16] D. W. MARQUARDT, *An algorithm for least square estimation of parameters*, Journal of the Society of Industrial and Applied Mathematics, 11, 1963, 431-441.

W. KOMAR

Characteristic of technical fabric “Panama” within viscoelasticity domain

Abstract. Technical fabrics are more often used in different industry interests. Mainly in the civil engineering structures like hanging roofs or pneumatic stores, but also as the road structures reinforcement or transporting belts. The subjected textile, considered in this paper is the technical fabric “Panama”, manufactured by Sattler company (Germany). It has two identical polyester thread families: warp and weft of P2/2 weaving with double side PVC coating. Despite the anisotropy of that fabric, it has been assumed that its threads were made of the isotropic material. The research presented here is concerned with the identification of the “Panama” fabric behaviour, for each thread family separately, using the constitutive relations of linear and nonlinear viscoelasticity. The research is based on the laboratory tests of uniaxial tension with the constant strain rate. Tests were conducted for five different strain rate levels from 10^{-5} till 1.67×10^{-3} [1/s]. For linear representation of the examined material, the three-parameter model of viscoelastic solid was applied in a form of the differential equation, and the one-integral relation of the Schapery model was assumed to describe the nonlinear viscoelasticity of examined material. Models selected for further examination were presented more precisely. The identification process based on the linear standard model was conducted using the least squares method in the Marquardt-Levenberg variant. The calculated parameters were subsequently verified and the results were compared to the experiments. As it soon turned out, some problems with parameters determination occurred, and it was necessary to modify the linear viscoelastic model, to make it able to describe the “Panama” behaviour with reference to the tension tests. The proposed modification method was presented in the paper and improved results of material’s description were

compared to the experiments. Some negative aspects of the identification procedure were finally pointed out, and the next steps in the research schedule were suggested, to tend towards the main aim of this investigation, that is the entire viscoelastic characterization of the “Panama” fabric.

Keywords: mechanics of solid, technical fabrics, identification, viscoelasticity

Universal Decimal Classification: 539.31