



Numeryczne badanie wpływu orientacji wzmocnienia na własności aeroprężyste laminatowych plyt wolnonośnych

ALEKSANDER OLEJNIK, STANISŁAW KACHEL,
ROBERT ROGÓLSKI, PIOTR LESZCZYŃSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Instytut Techniki Lotniczej,
00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2

Streszczenie. Niniejszy artykuł dotyczy zagadnienia optymalizacji aeroprężystego układu powierzchniowego w odniesieniu do struktury laminatowej. Przy wspomaganiu komercyjnego pakietu obliczeniowego wykonano serie analiz w zakresie statyki, dynamiki i flatteru wolnonośnych płyt wykonanych z laminatu węglowego. Próba znalezienia optymalnych cech aeroprężystych rozpatrywanych modeli polega na dobraniu najbardziej korzystnej orientacji ułożenia tkaniny względem kierunku odniesienia. Celem doboru różnych kątów ukierunkowania tkaniny jest wybranie konfiguracji o najlepszych własnościach ze względu na odkształcalność statyczną i niestateczność dynamiczną spowodowaną drganiami samowzbudnymi. Dla zaprezentowanych konfiguracji konstrukcyjnych wykonano cykl obliczeń w celu określenia wielkości odkształceń oraz krytycznych prędkości flatteru. Wyniki analiz przedstawiono na rysunkach oraz wykresach ilustrujących zmianę badanego parametru w obliczeniowym zakresie kątów orientacji wzmocnienia.

Słowa kluczowe: flatter, laminat, aerodynamika niestacjonarna, metoda elementów skończonych, analiza drgań własnych

Symbole UKD: 533.6.013.422

1. Wprowadzenie

W 1999 roku w Instytucie Techniki Lotniczej WAT rozpoczęto cykl prac badawczo-obliczeniowych dotyczących prototypowego samolotu szkolno-treningowego EM-10 Bielik (rys. 1). Jeden z nurtów analiz laminatowej struktury płatowca objął obliczenia i badania doświadczalne, których celem było oszacowanie cech zastosowanych do budowy materiałów pod kątem aerostrukturalnych własności

konstrukcji. W niniejszym artykule zaprezentowano część wyników. Dotyczą one własności aerosprężystych laminatowych płyt wolnonośnych ze względu na ich odkształcalność statyczną oraz podatność na drgania samowzbudne w zakresie poddźwiękowych prędkości opływu. Dla przygotowanych dyskretnych modeli wspomnianych płyt wykonano serie testów numerycznych, a uzyskane wyniki zaprezentowano w postaci graficznych charakterystyk podających zmianę przemieszczeń liniowych u , przemieszczeń kątowych φ oraz krytycznej prędkości flatteru V_{kr} w zakresie możliwych do dobrania kątów orientacji wzmocnienia θ .



Rys. 1. Prototyp kompozytowego samolotu szkolno-treningowego EM-10 Bielik

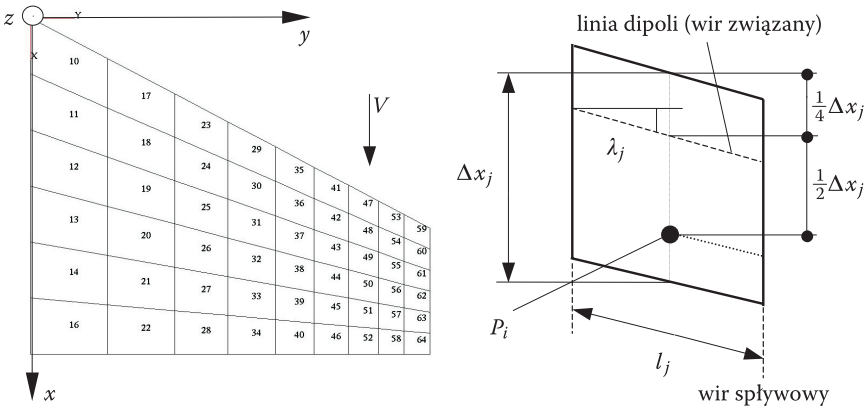
2. Zarys metodyki analizy

Do analiz zastosowano oprogramowanie MSC.Patran/Nastran, co wymagało przygotowania stosownych modeli obliczeniowych. Realizacja analizy dynamicznej wymaga opracowania dyskretnego modelu strukturalno-masowego [7]. Oprócz tego wykonuje się model panelowy na potrzeby obliczeń aerodynamicznych (umownie nazywany modelem aerodynamicznym). Na tej podstawie określa się niestacjonarne siły aerodynamiczne. W celu powiązania ruchu elementowych węzłów aerodynamicznych z przemieszczeniami węzłów struktury konieczna jest identyfikacja funkcji interpolacyjnych. Niestacjonarne siły aerodynamiczne powstają w wyniku opływu odkształcalnej struktury. Ich wartość parametryzowana jest poprzez dobór liczb $Ma = V/a_H$ i $k = \omega b/2V$, gdzie: V — prędkość opływu niezaburzonego, b — cięciwa odniesienia, ω — częstość kołowa, a_H — prędkość dźwięku na wysokości H . Możliwości obliczeniowe stosowanego tu pakietu w zakresie analiz aerosprężystych podane są w literaturze [10, 11, 12].

Przygotowanie danych do analizy dynamicznej metodą elementów skończonych polega na dyskretyzacji układu ciągłego [9]. Po ustaleniu globalnych macierzy

bezwładności i sztywności rozwiązywane jest zagadnienie własne, w efekcie czego zidentyfikowane zostają modalne postacie drgań. Z kolei aerodynamiczna część danych obliczeniowych jest niezbędna do wyznaczenia współczynników macierzy aerodynamicznej w równaniu flatteru. Modele panelowe utworzono na podstawie teorii ustalonego rozkładu dipoli (*doublet lattice method* — DLM). W modelach takich dokonuje się podziału powierzchni nośnej na trapezowe elementy aerodynamiczne (rys. 2), dla których przyjmuje się rozkład dipoli potencjału przyspieszeń wzdłuż $\frac{1}{4}$ cięciwy elementu. W zlinearyzowanym sformułowaniu drgającej powierzchni nośnej w opływie poddźwiękowym przewiduje się zależność między składową normalną prędkości w , indukowaną liniami dipoli, a przyrostem ciśnienia niestacjonarnego w postaci równania całkowego z jądrem K zależnym od liczb Ma , k oraz punktu na powierzchni (x, y, z) i jej geometrii (ξ, σ)

$$w(x, y, z) = \frac{1}{8\pi} \iint_S \Delta Cp(\xi, \sigma) K(x, y, z, k, Ma, \xi, \sigma) \partial \xi \partial \sigma. \quad (1)$$

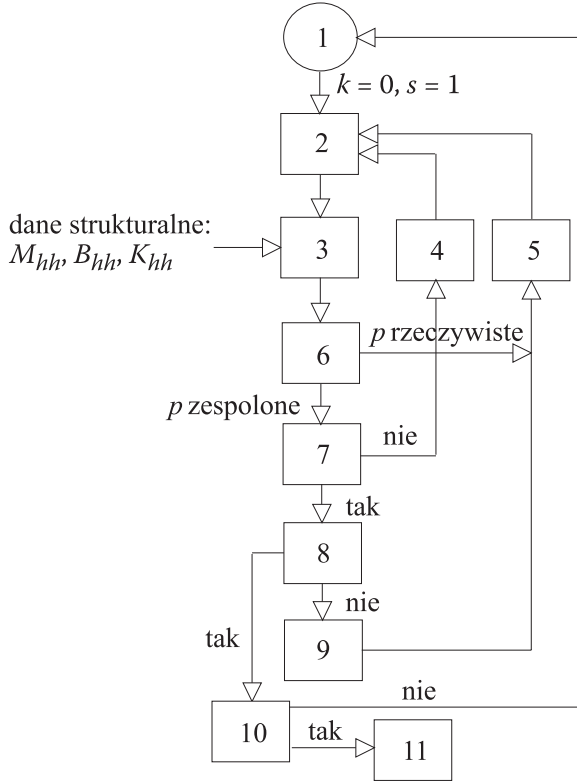


Rys. 2. Panel aerodynamiczny i przykładowy jego element z zaznaczonym rozkładem dipoli

Jeśli uwzględni się warunek styczności opływu:

$$w(x, y, z) = \frac{d}{dx} h(x, y, z) + i \frac{k}{l} h(x, y, z), \quad (2)$$

gdzie h jest przemieszczeniem powierzchni, można tak przekształcić równanie (1), aby wyznaczyć bezwymiarowy współczynnik przyrostu ciśnienia ΔCp w dowolnym punkcie.



Rys. 3. Algorytm numerycznego wyznaczania flatteru metodą PK:

- 1 — wprowadzenie parametrów strumienia niezaburzonego: ρ, V, Ma ;
- 2 — wyznaczenie aerodynamicznych macierzy Q_{hh}^R i Q_{hh}^I do równania (5)
- 3 — wyznaczenie macierzy:

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_{hh}^{-1} \left[K_{hh} - \frac{1}{2} \rho V^2 Q_{hh}^R \right] & -M_{hh}^{-1} \left[B_{hh} - \frac{1}{4} \frac{\rho b V Q_{hh}^I}{k} \right] \end{bmatrix}$$

na potrzeby kanonicznej postaci równania flatteru: $[A - pI]\{\bar{u}_h\} = 0$

- 4 — oszacowanie następczej wartości k
- 5 — oszacowanie pierwszej wartości k
- 6 — wyznaczenie wartości własnej p z równania kanonicznego
- 7 — określenie zbieżności rozwiązania na podstawie nierówności: $|k_s^{(j)} - k_s^{(j-1)}| < \varepsilon$ dla $k_s^{(j-1)} < 1,0$
lub $|k_s^{(j)} - k_s^{(j-1)}| < \varepsilon k_s^{(j-1)}$ dla $k_s^{(j-1)} \geq 1,0, \varepsilon = 0,001$
- 8 — czy numer postaci s jest ostatni?
- 9 — następcza postać: $s = s + 1$
- 10 — czy to ostatnie wartości parametrów aerodynamicznych: ρ, V, Ma ?
- 11 — sortowanie, zestawienie i edycja wyników: wykresy krzywych flatterowych $g(V)$ i $f(V)$

Równanie całkowe definiujące relację pomiędzy składową normalną prędkości a ciśnieniem w obliczeniowym punkcie elementu panelowego $P_i(x_i, y_i, z_i)$, tzw. punkcie kolokacji, ma postać:

$$\begin{aligned} w_i &= w(x_i, y_i, z_i) = \\ &= \sum_{j=1}^n \frac{1}{8\pi} \Delta C p_j \Delta x_j \cos \lambda_j \int_0^{\lambda_j} K(x_i, y_i, z_i, k, Ma, \mu) d\mu = \\ &= \sum_{j=1}^n D_{ij} * \Delta C p_j, \end{aligned} \quad (3)$$

co oznacza, że w_i jest sumaryczną składową normalną indukowaną przez linie dipoli wszystkich elementów panelowych, przy czym λ_j jest kątem skosu linii dipoli j -tego elementu. Po odwróceniu (3) uzyskuje się wyrażenie na elementowy współczynnik przyrostu ciśnienia:

$$\Delta C p_j = \sum_{i=1}^n D_{ij}^{-1} * w_i, \quad (4)$$

gdzie D_{ij} określa zależność między składową normalną prędkości w i -tym punkcie kolokacji a ciśnieniem na elemencie j . Proces obliczeniowy polega na numerycznym rozwiązaniu następującego równania [11, 12]:

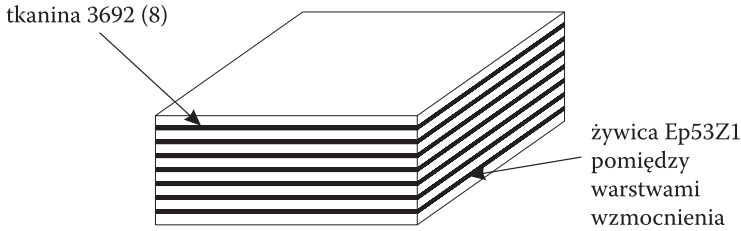
$$\left[M_{hh} p^2 + \left(B_{hh} - \frac{1}{4} \frac{\rho b V Q_{hh}^I}{k} \right) p + \left(K_{hh} - \frac{1}{2} \rho V^2 Q_{hh}^R \right) \right] \{u_h\} = 0, \quad (5)$$

gdzie: M_{hh}, B_{hh}, K_{hh} — modalne macierze bezwładności, tłumienia i sztywności;
 Q_{hh}^I, Q_{hh}^R — część urojona i rzeczywista modalnej macierzy aerodynamicznej;
 p — wartość własna zespolona. Tryb rozwiązywania bazuje na realizacji iteracyjnego algorytmu (rys. 3) [11].

3. Geometria i struktura analizowanych modeli

Przedmiotem analiz były płyty wykonane z laminatu epoksydowo-węglowego. Schemat materiałowy modelowanej struktury pokazano na rysunku 4. Płyta składa się z ośmiu warstw tkaniny węglowej 3692 przesączonych żywicą epoksydową Ep53Z1 — identyczne komponenty zastosowano w kompozytach płatowcowych samolotu EM-10 Bielik.

W przyjętym modelu materiałowym założono istnienie warstw wzmocnienia (tkaniny) i osnowy (żywicy) w formie wyodrębnionych obszarów. W rzeczy-



Rys. 4. Schemat materiały numerycznie badanej struktury laminatu epoksydowo-węglowego $[\theta]_8$; θ jest kątem laminowania w zakresie wartości $0-90^\circ$ z krokiem $\Delta\theta = 15^\circ$, dolny indeks dotyczy liczby warstw wzmocnienia

wistości struktura laminatu nie jest tak przejrzysta, jako że półpłynna żywica, pełniąc rolę spoiwa, przenika także do wnętrza tkaniny, czego oczywiście nie da się uwzględnić na przyjętym poziomie modelowania.

Tkanina węglowa jest deklarowana jako materiał ortotropowy, natomiast żywica epoksydowa — jako materiał izotropowy. Grubości warstw tkaniny i żywicy przyjęto identyczne z grubościami szacowanymi dla laminatów struktury Bielika. Wynoszą one odpowiednio: $h_{3692} = 0,365$ mm, $h_{Ep} = 0,045375$ mm. Stałe materiałowe zastosowanych komponentów zebrano w tabeli 1. W ogólnym podejściu materiał ortotropowy identyfikowany jest poprzez podanie parametrów materiałowych dla wszystkich kierunków i płaszczyzn, a więc E_{11} , E_{22} , E_{33} , G_{12} , G_{23} , G_{13} . W omawianym tutaj przypadku rozpatruje się laminat zbudowany z wielu warstw ortotropowych. Zakłada się w takiej sytuacji, że pracujące warstwy wzmocnienia pozostają w płaskim stanie naprężenia i odkształcenia, a przestrzenne przemieszczenia całego układu wynikają ze zróżnicowania płaskich stanów wzdłuż grubości. W związku z tym istotne są jedynie parametry dotyczące własności sztywnościowych w płaszczyźnie warstwy ortotropowej, a więc E_{11} , E_{22} i G_{12} . Równanie konstytutywne dotyczące powiązania stanu naprężenia i odkształcenia jest w tym przypadku uproszczone do zależności wiążącej trzy odkształcenia z trzema naprężeniami i ma postać [6, 8]:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Elementy macierzy podatności materiału $[S_{ij}]$ wynoszą tu odpowiednio:

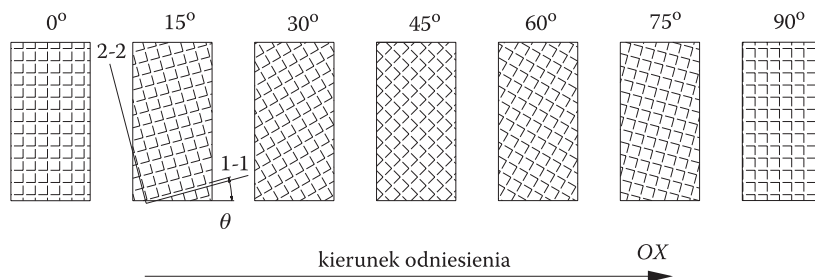
$$S_{11} = \frac{1}{E_{11}}, \quad S_{12} = -\frac{\nu_{21}}{E_{22}}, \quad S_{21} = -\frac{\nu_{12}}{E_{11}}, \quad S_{22} = \frac{1}{E_{22}}, \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}}. \quad (7)$$

TABELA 1

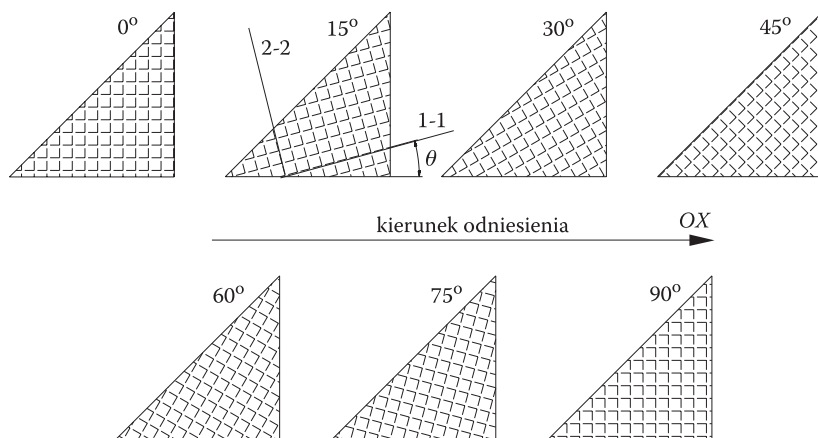
Materiałowe stałe komponentowych materiałów analizowanego laminatu

Materiał ortotropowy	E_{11} [MPa]	E_{22} [MPa]	E_{33} [MPa]	$\nu_{12} = \nu_{21}$	G_{12} [MPa]	G_{23} [MPa]	G_{13} [MPa]	ρ [kg/mm ³]
tkanina 3692	30 000	30 000	–	0,26	9000	–	–	1,89E-06
Materiał izotropowy	E [MPa]			ν	G [MPa]		ρ [kg/mm ³]	
żywica Ep53Z1	5000			0,35	1851		1,22E-06	

Tkanina 3692 zbudowana jest z włókien przeplecionych względem siebie pod kątem 90°. Jej cechą charakterystyczną jest identyczna sztywność wzdłużna na kierunkach wzajemnie prostopadłych ($E_{11} = E_{22}$), ze względu na identyczną liczbę włókien wzdłuż ortotropowych kierunków 1-1 i 2-2. Niezależnym parametrem obliczeniowym jest kąt laminowania θ zawarty pomiędzy przyjętym kierunkiem odniesienia (ustalonym zgodnie z kierunkiem przepływu niezaburzonego) a jedną z dwóch osi ortotropii charakterystycznych dla pojedynczej warstwy [6, 8]. Ze względu na to, że sztywność podłużna i poprzeczna tkaniny są takie same, zmianę własności mechanicznych płyty wystarczy określić w zakresie kątów 0-90°. Stany struktury odpowiadające tym dwu skrajnym orientacjom są równoznaczne, co widoczne jest na rysunkach 6 i 7. Każdemu elementowi skończonemu przypisana jest elementarna oś materiałowa zgodna z obranym kierunkiem odniesienia, względem której ustalana jest orientacja ortotropowych warstw kompozytu [10]. Orientację warstw tkaniny w analizowanych modelach laminatowych zmieniano co $\Delta\theta = 15^\circ$. Układy tkanin w płycie prostokątnej i trójkątnej przy kolejnych kątach laminowania θ pokazano na rysunkach 6 i 7.



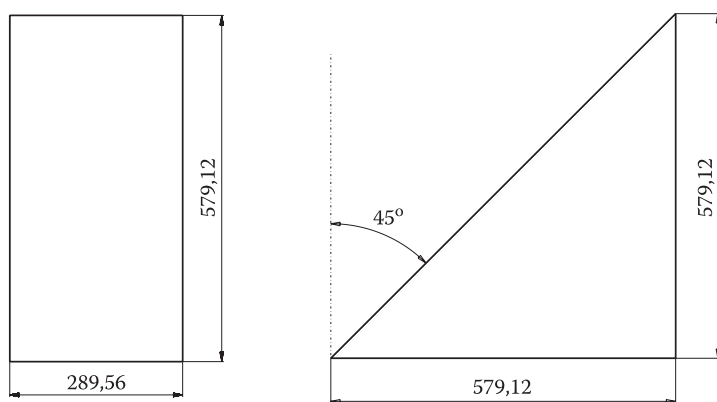
Rys. 5. Orientacja włókien tkaniny 3692 dla obliczeniowych kątów laminowania płyty prostokątnej



Rys. 6. Orientacja włókien tkaniny 3692 dla obliczeniowych kątów laminowania płyty trójkątnej

Testom obliczeniowym poddano dwie serie modeli: płyty o obrysie trójkątnym (delta) oraz płyty prostokątne (rys. 7). Geometria rozważanego tu układu delta została przyjęta zgodnie z wymiarami płyt wzorcowych, dla których wyniki analiz opublikowano w [5]. Jej powierzchnia wynosi $S_{del} = 167\,690\text{ mm}^2$. Z kolei powierzchnia płyty prostokątnej jest prawie taka sama i wynosi $S_{rec} = 167\,620\text{ mm}^2$, identyczne są również ich rozpiętości. Obie płyty, pomimo różnego obrysu, są więc powierzchniowo i masowo ekwiwalentne.

Strukturę płyt zamodelowano, stosując elementy skończone powłokowe: czworoboczne CQUAD4 i trójkątne CTRIA3 — te ostatnie tylko w przypadku płyty trójkątnej. Liczby elementów i węzłów w obu modelach podano w tabeli 2.



Rys. 7. Geometria modelowanych płyt: obrys trójkątny i prostokątny

TABELA 2

Specyfikacja ilościowa węzłów i elementów w rozważanych modelach płytowych

Model płyty	Elementy CQUAD4	Elementy CTRIA3	Elementy wszystkie razem	Węzły
trójkątny	1035	46	1081	1128
prostokątny	1058	0	1058	1128

Każdy z elementów wchodzących w skład modelu struktury charakteryzuje się warstwowością zastosowanych materiałów (rys. 4). Ponieważ rozważane konfiguracje modelowe złożone są z ośmiu warstw tkaniny przełożonych cienkimi warstwami żywic, grubość modelowych płyt można oszacować następującym wzorem:

$$h_{lam} = 8h_{3692} + 7h_{Ep} \approx 3,24 \text{ mm.} \quad (8)$$

Masę płyt można wyznaczyć w sposób następujący:

$$m_{lam} = 8Sh_{3692}\rho_{3692} + 7Sh_{Ep}\rho_{Ep}, \quad (9)$$

gdzie $S = S_{del} \cong S_{rec}$. Masy obu płyt są więc prawie identyczne i wynoszą 0,99 kg. Warunki brzegowe w obu przypadkach zrealizowano, utwierdzając sztywno płyty wzdłuż wewnętrznych krawędzi.

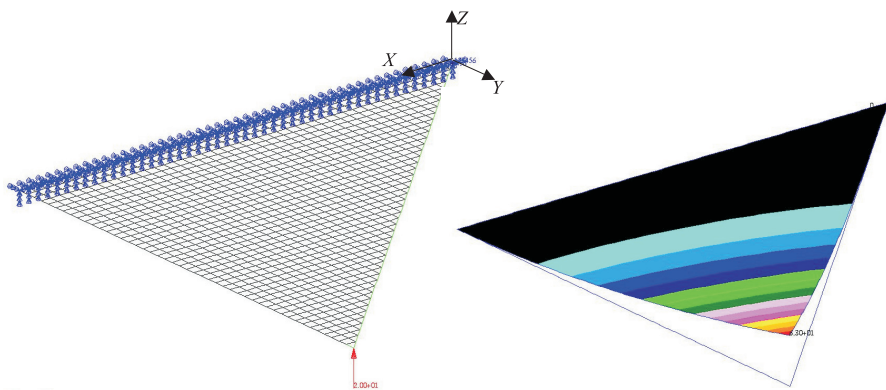
Wyniki analiz przeprowadzonych dla płyt laminatowych zostały porównane z wynikami uzyskanymi dla ekwiwalentnych gabarytowo i masowo płyt duraluminiowych o grubości $h_{dural} = 2,04 \text{ mm}$. W kontekście zebranych rezultatów można ocenić przydatność obu materiałów w zastosowaniu do płata nośnego o zadanym obrysie.

4. Ocena odkształcalności płyt pod obciążeniem statycznym

Jako wstępne kryterium optymalizacji aerosprężystych własności rozważanych struktur ustalono ocenę ich odkształcalności pod wpływem obciążenia statycznego. Modele płyt poddano ustalonym obciążeniom symulującym ich zginanie lub skręcanie. Deformacja wynikała z zadania odpowiedniego układu sił skupionych przyłożonych w węzłach siatki. Wyniki analizy statycznej zobrazowano na wykresach zależności przemieszczeń liniowych i kątowych od przyjętego kąta orientacji wzmocnienia — $u(\theta)$ i $\varphi(\theta)$. Poziomymi przerywanymi liniami naniesiono przemieszczenia równoważnych płyt duraluminiowych.

Seria płyt trójkątnych

Ocenę odkształcalności giętej płyt trójkątnych realizowano, obciążając model pojedynczą siłą skupioną $F = 20$ N przyłożoną w punkcie końcowym obrysu. Płyta ulegała zginaniu, a wynikiem reprezentatywnym dla danej konfiguracji tkaniny było przemieszczenie punktu przyłożenia siły w kierunku prostopadłym do płaszczyzny powierzchni nieobciążonej (kierunek osi OZ). Symulację obciążenia modelu i przykładową wizualizację wyników pokazano na rysunku 8. Wykres przemieszczeń liniowych w zależności od orientacji zamieszczono na rysunku 12. Na jego podstawie stwierdza się, że pod względem zginania płyta trójkątna ma największą sztywność dla kąta laminowania $\theta \cong 70^\circ$ — poziom ugięcia w przybliżeniu 58 mm jest wówczas minimalny (u_{min}), natomiast największa podatność na zginanie występuje przy $\theta \cong 28^\circ$ — ugięcie ponad 66 mm jest w tym przypadku maksymalne (u_{max}). Jeśli skonfrontuje się wyniki ugięcia płyty laminatowej i duraluminiowej, można łatwo zauważyć, że kompozyt jest sztywniejszy. Przemieszczenie końcówki płyty metalowej jest średnio o 50% większe niż analogiczne przemieszczenie laminatu.



Rys. 8. Symulacja zginania wolnonośnej płyty trójkątnej siłą skupioną i przykładowa wizualizacja wyników ugięcia dla $\theta = 45^\circ$

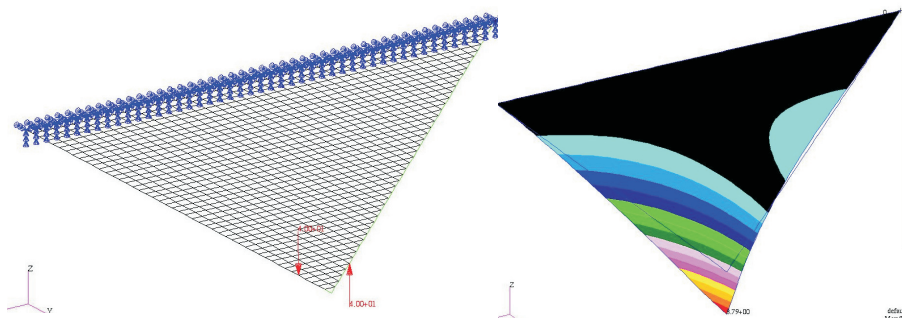
Numeryczny test na skręcanie tych samych płyt realizowano, obciążając parą sił skupionych ± 40 N końce cięciwy położonej na 90% rozpiętości. Długość tejże cięciwy wynosi $b_{90} = 62,95$ mm, w związku z czym moment pary generujący deformację skrętną jest:

$$M_s = 2P \cdot b_{90} / 2 = P \cdot b_{90} = 2517,92 \text{ Nmm}. \quad (10)$$

Przemieszczenie kątowe φ cięciwy b_{90} wyliczano dla każdej wartości θ w oparciu o przybliżoną zależność:

$$\varphi = \text{atan}[(dz_1 - dz_2)/b_{90}], \quad (11)$$

gdzie dz_1 i dz_2 są przemieszczeniami początku i końca cięciwy b_{90} w kierunku osi $-oz$. Ponieważ przyłożony moment pary generował dodatni kąt natarcia płyty, otrzymane wartości φ były również dodatnie. Sposób obciążenia modelu i przykładowe wyniki pokazano na rysunku 9. Rozkład odkształceń kątowych dla całego zakresu θ pokazano na rysunku 13. Największa sztywność skrętna płyty przypada w okolicach $\theta \cong 37^\circ$ — skręcenie cięciwy wynosi wtedy $\varphi_{\min} = 3,07^\circ$. Z kolei najbardziej podatna jest konfiguracja $\theta \cong 79^\circ$ — skręcenie wynosi wówczas $\varphi_{\max} = 3,7^\circ$. Odształcalność modelu duraluminiowego przy tym samym obciążeniu jest niemal o 50% większa — kąt skręcenia wynosi $\varphi_{\text{dur}} = 4,87^\circ$.

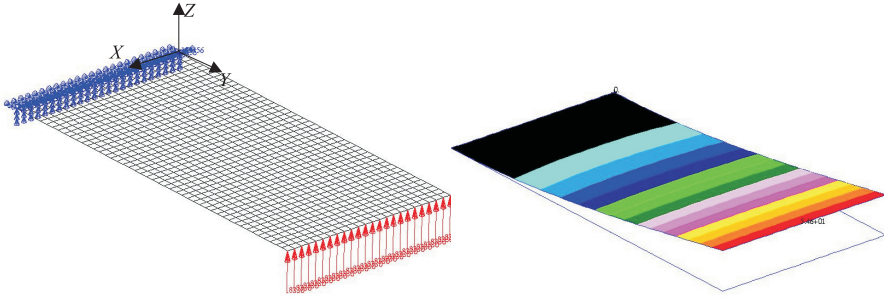


Rys. 9. Skręcanie modelu wolnonośnej płyty trójkątnej parą sił i wizualizacja odkształcenia dla $\theta = 0^\circ$

Seria płyt prostokątnych

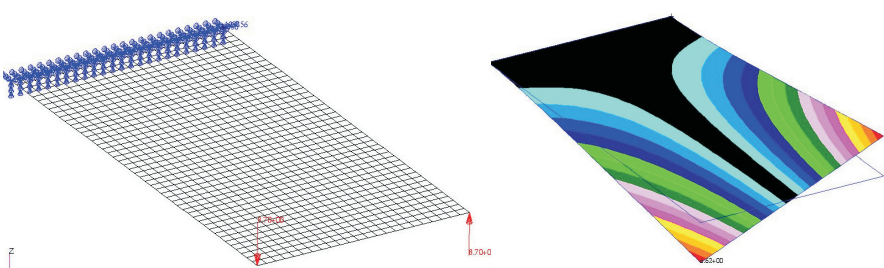
Zginanie płyt prostokątnych symulowano, przykładając obciążenie o identycznej jak poprzednio wartości, z tym że zadano je w sposób ciągły równomiernie wzdłuż zewnętrznej cięciwy. Rozkład zrealizowano układem identycznych sił skupionych o wartości 0,833 N każda, umiejscowionych w 23 węzłach i działających w kierunku osi $-oz$. Jako miarę ugięcia płyty obrano liniowe przemieszczenie środka cięciwy zewnętrznej w kierunku działającego obciążenia (kierunek osi OZ). Sposób zadania obciążenia i widok przykładowego ugięcia widoczne są na rysunku 10. Wykresy ugięć płyty prostokątnej i ugięcia ekwiwalentnej płyty duraluminiowej załączono na rysunku 12. Zgodny z oczekiwaniami jest symetryczny rozkład przemieszczeń $u(\theta)$ z racji symetryczności obiektu. Przemieszczenie $u_{\max} \cong 63$ mm przypada na wartość $\theta = 45^\circ$, czyli środek rozpatrywanego zakresu. Minimalne ugięcie przy $\theta = 0^\circ = 90^\circ$ wynosi $u_{\min} \cong 54,6$ mm. Maksymalna

szttywność na zginanie występuje wtedy, gdy kierunek wzmocnienia układu się idealnie wzdłuż rozpiętości. Z kolei największa podatność giętna przy $\theta = 45^\circ$ wynika stąd, że wzdłuż rozpiętości biegnie kierunek najmniejszej sztywności tkaniny węglowej, czyli pośrednia orientacja pomiędzy kierunkiem wzmocnienia podłużnego i poprzecznego (rys. 5).



Rys. 10. Zginanie modelu wolnonośnej płyty prostokątnej obciążeniem rozłożonym wzdłuż zewnętrznej cięwy i przykładowe wyniki ugięcia dla $\theta = 0^\circ$

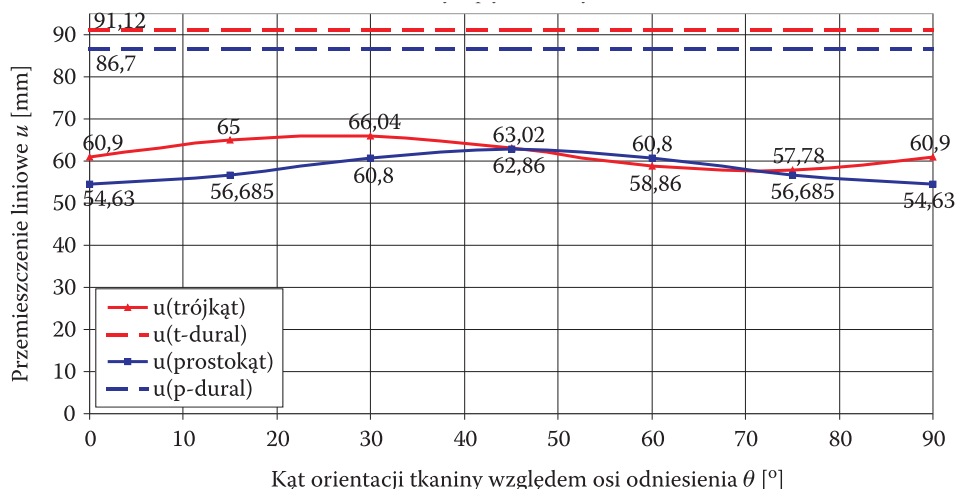
Skrećanie płyt symulowane było parą sił wywołującą moment skrećający równy wyznaczonemu w równaniu (10). Siły skupione o wartości $\pm 8,7$ N każda przyłożone zostały do początku i końca cięwy zewnętrznej. Przemieszczenia kątowe dla kolejnych konfiguracji tkaniny przeliczano na podstawie przemieszczeń liniowych zgodnie ze wzorem (11). Rysunek 11 pokazuje sposób obciążenia i przykładową wizualizację odkształcenia. Rozkład przemieszczeń skrećnych $\varphi(\theta)$ zamieszczono na rysunku 13. Wartości kąta skrećania φ są również rozłożone symetrycznie względem środka przedziału obliczeniowego — teraz odkształcenie $\varphi_{\min} \cong 2^\circ$ odpowiada orientacji $\theta = 45^\circ$, z kolei odkształcenia maksymalne przypadają w punktach skrajnych $\theta = 0^\circ = 90^\circ$ (φ_{\max} powyżej $2,6^\circ$). W laminatowej płycie prostokątnej przy maksymalnej sztywności giętnej występuje zatem jednocześnie



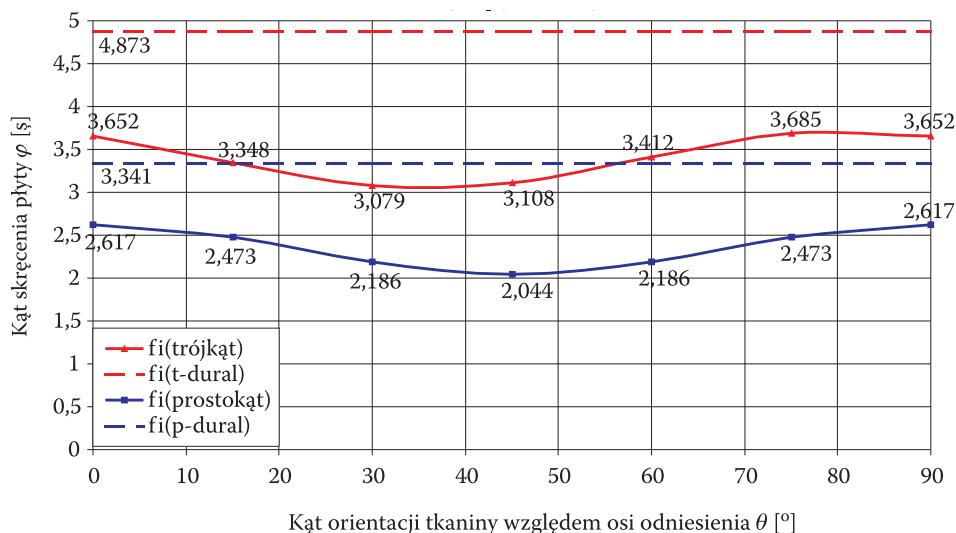
Rys. 11. Skrećanie modelu wolnonośnej płyty prostokątnej parą sił i przykładowa deformacja dla $\theta = 0^\circ$

minimalna sztywność skrętna i odwrotnie, co nie jest pozytywne z punktu widzenia doboru najkorzystniejszego kąta laminowania.

Dobór najbardziej i najmniej korzystnych kierunków wzmocnienia w laminacie ze względu na statyczną odkształcalność płyt pokazano w tabeli 3.



Rys. 12. Rozkład przemieszczeń końcówek laminatowych płyt o różnych orientacjach wzmocnienia; liniami przerywanymi oznaczono ugięcia ekwiwalentnych płyt duraluminiowych



Rys. 13. Rozkład przemieszczeń kątowych laminatowych płyt o różnych orientacjach wzmocnienia; liniami przerywanymi oznaczono skręcenia ekwiwalentnych płyt duraluminiowych

TABELA 3

Konfiguracje ułożenia wzmocnienia dla płyt skrajnie sztywnych lub podatnych

Obrys powierzchni	Orientacja tkaniny gdy ugięcie płyty jest:		Orientacja tkaniny gdy skrócenie płyty jest:	
	maksymalne	minimalne	maksymalne	minimalne
trójkątny	$\theta = 28^\circ$	$\theta = 70^\circ$	$\theta = 79^\circ$	$\theta = 37^\circ$
prostokątny	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 0^\circ = 90^\circ$	$\theta = 0^\circ = 90^\circ$	$\theta = 45^\circ$

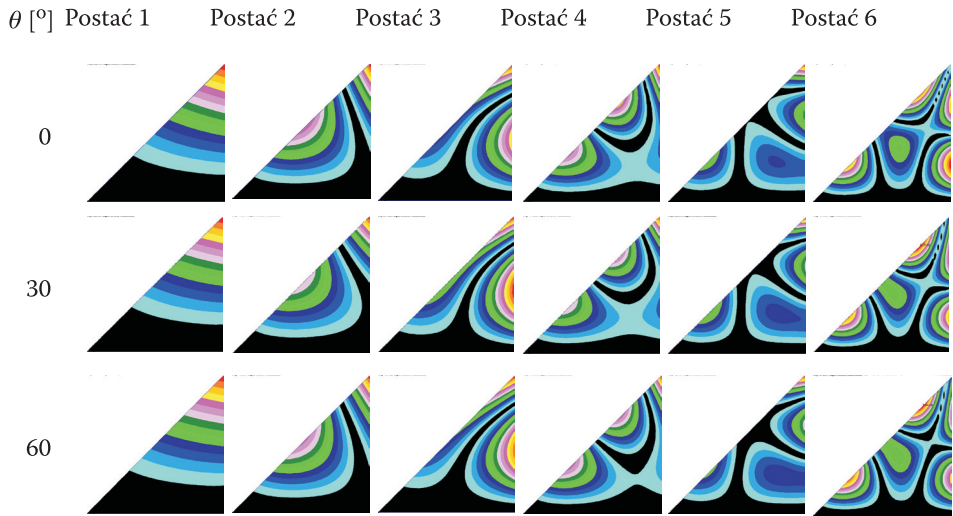
Otrzymane wyniki przemieszczeń mieszczą się w zakresie stosowalności prawa Hooke'a. Kryterium dopuszczalnego wyężenia w obu przypadkach nie zostało przekroczone — stosując hipotezę maksymalnych naprężeń [6, 8], wyznaczono maksymalne naprężenie normalne w kierunku głównym warstwy ortotropowej, które wyniosło $\sigma_{\max} = 25$ MPa. W duraluminium z kolei naprężenia zredukowane nie przekraczały 60 MPa. Wartości te są zdecydowanie niższe niż R_m przyjmowane dla wskazanych materiałów.

5. Wyniki analizy drgań własnych

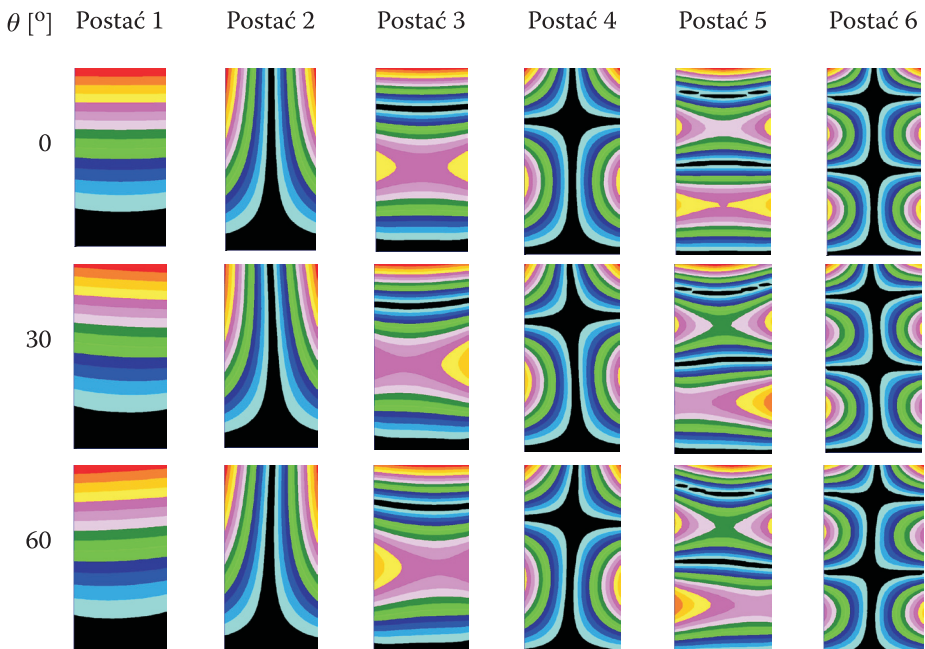
Przy wspomaganiiu solwera MSC.Nastran wyznaczono drgania własne jako rozwiązanie rzeczywistego zagadnienia własnego [7, 9] dla określonych globalnych macierzy sztywności K i bezwładności M :

$$(K - \omega^2 M)q_0 = 0. \quad (12)$$

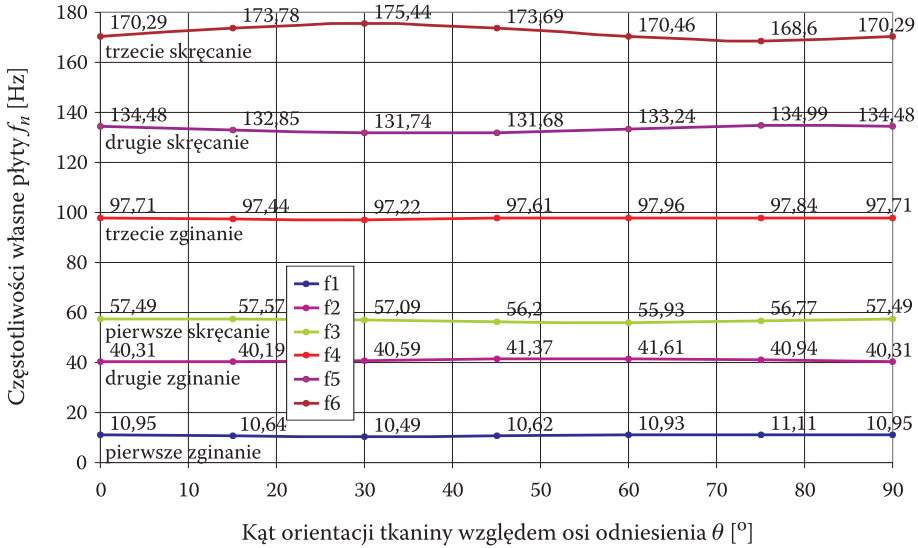
Dla każdej konfiguracji zbrojenia wyznaczono 6 pierwszych postaci q_0 i częstotliwości f , gdzie $f = \omega/2\pi$. Postacie drgań własnych dla trzech wybranych kątów ułożenia tkaniny pokazano na rysunkach 14 i 15. Zmiana przebiegu linii węzłowych wraz ze zmianą orientacji zbrojenia jest nieznaczna aczkolwiek zauważalna. Częstotliwości odpowiadające kolejnym postaciom również wykazują bardzo niewielkie zmiany z parametrem θ , co widać na wykresach $f_n(\theta)$, gdzie n oznacza numer postaci (rys. 16 i 17). Dla płyt trójkątnych zmiany rzędu kilku Hz są odnotowane dopiero dla wyższych postaci (5 i 6), postacie 2 i 3 wykazują różnice nie większe niż 1,5 Hz, z kolei częstotliwości 1 i 4 są w całym zakresie prawie takie same. W przypadku płyt prostokątnych charakterystyczna jest symetryczność rozkładu $f_n(\theta)$. Pierwsza częstotliwość pozostaje w zasadzie niezmienna, druga i trzecia zmieniają się maksymalnie o około 2 Hz, natomiast częstotliwości postaci: 4, 5 i 6 różnią się w zakresie zmian parametru θ nawet o 5 Hz.



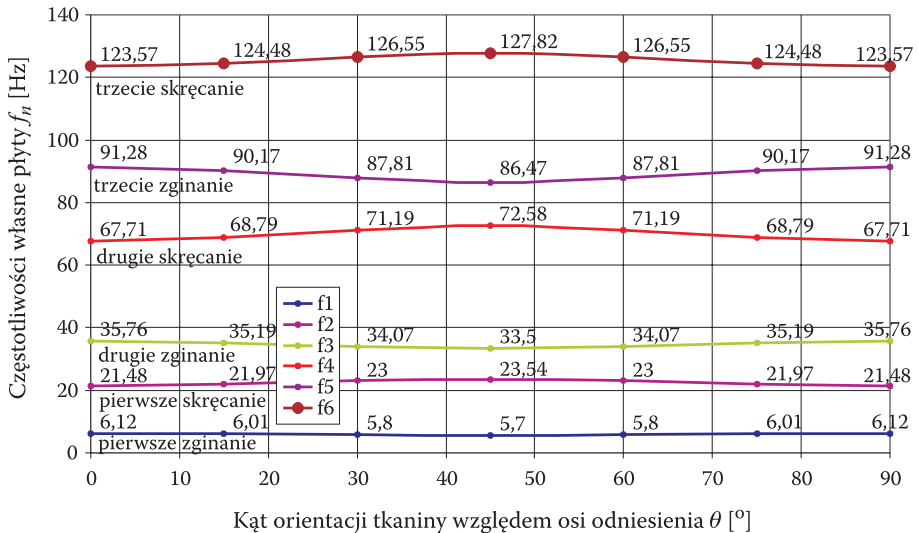
Rys. 14. Widma postaci drgań modeli płyt trójkątnych dla wybranych wartości parametru θ . Zmiany przebiegu linii węzłowych przy zmianie kąta laminowania są dość nieznaczne



Rys. 15. Widma postaci drgań własnych płyt prostokątnych dla wybranych wartości parametru θ . Tutaj zmiany przebiegu linii węzłowych są już nieco wyraźniejsze



Rys. 16. Przebiegi częstotliwości drgań własnych $f_n(\theta)$ otrzymane dla serii modeli trójkątnych

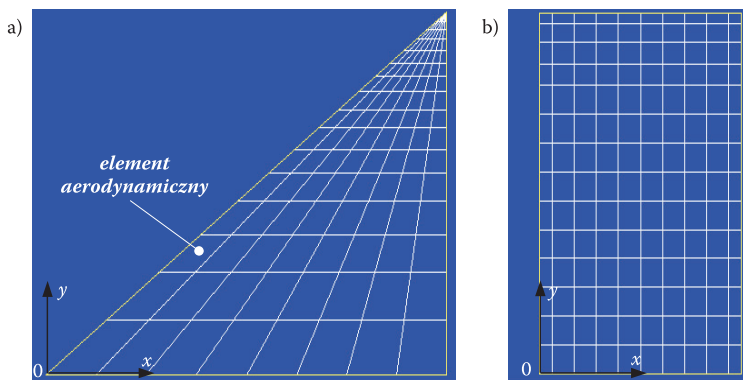


Rys. 17. Przebiegi częstotliwości drgań własnych $f_n(\theta)$ dla serii modeli prostokątnych

6. Wpływ orientacji tkaniny na podatność flutterową płyt

Po wyznaczeniu postaci drgań własnych przystąpiono do wykonania analiz flutterowych w zakresie obliczeniowych wartości kąta laminowania θ . Obliczenia wykonano z udziałem aerodynamicznych modeli panelowych. Aerodynamiczny

panel płyty trójkątnej składał się ze 128 elementów — zastosowano podział na 16 odcinków wzdłuż rozpiętości i 8 odcinków wzdłuż cięciwy. Podział panelu prostokątnego zrealizowano, dzieląc go na 140 segmentów — 10 odcinków wzdłuż cięciwy i 14 wzdłuż rozpiętości, przy czym podział zagęszczono w obszarach przykrawędziowych. Schematy paneli aerodynamicznych pokazano na rysunku 18.



Rys. 18. Panele aerodynamiczne płyt do wyznaczania aerodynamiki flutterowej: a) model płyty trójkątnej; b) model płyty prostokątnej. Zaznaczono także aerodynamiczne układy współrzędnych

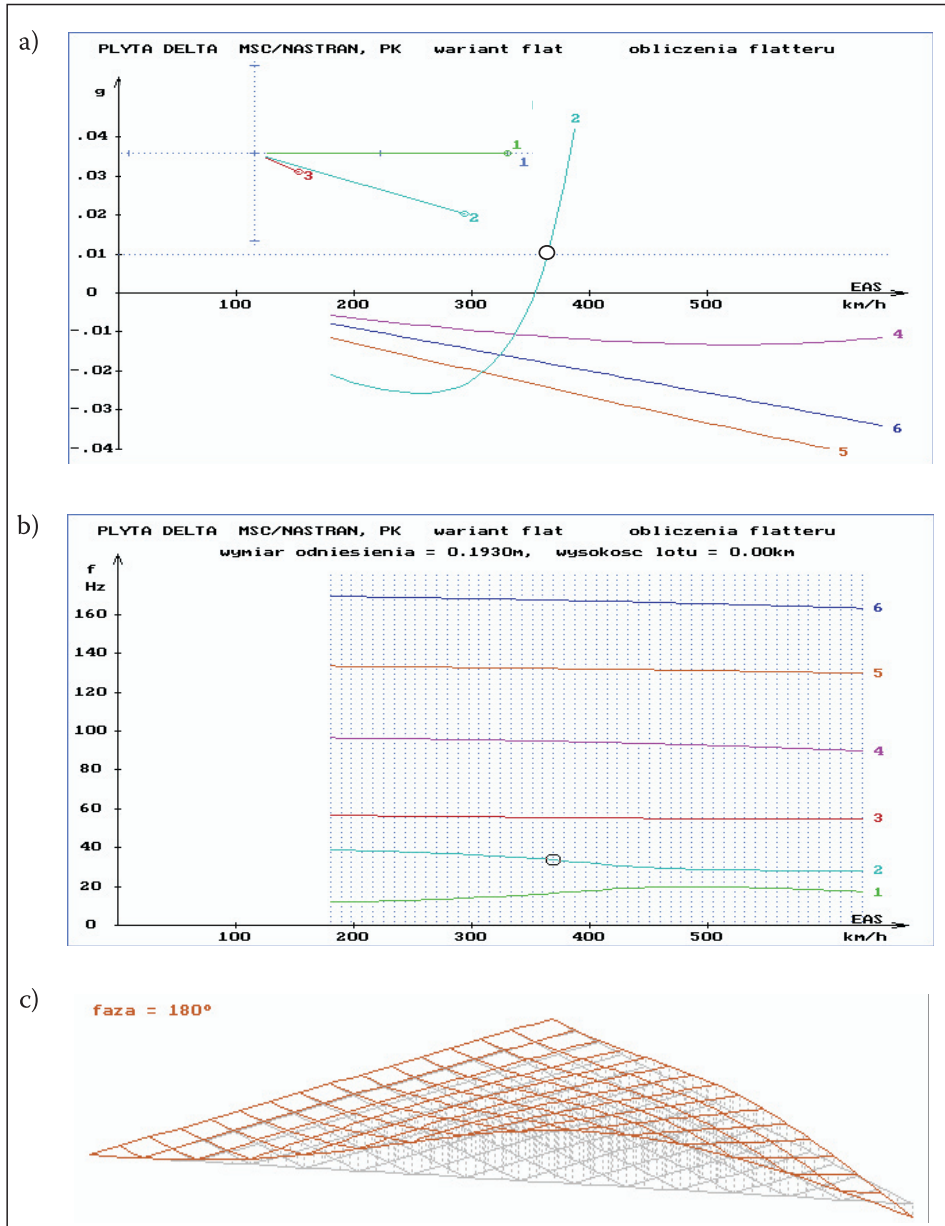
W obliczeniach numerycznych zastosowano metodę *PK* [11, 12]. Przyjęto następujące wartości parametrów obliczeniowych [10]:

- liczba uwzględnianych postaci własnych — 6,
- względna gęstość powietrza wg atmosfery wzorcowej — $\rho_H/\rho_0 = 1$ dla $H = 0$,
- liczba *Ma*: 0,20 dla modeli trójkątnych i 0,16 dla prostokątnych; różne wartości *Ma* wynikają ze znacznej różnicy krytycznych prędkości flutteru ($V_{kr(del)} > V_{kr(rec)}$),
- przedział prędkości opływu — przeszukiwany był zakres 50 000-180 000 mm/s (180-650 km/h) z krokiem $k = 2500$ mm/s (9 km/h),
- częstości zredukowane *k* do interpolacji macierzy aerodynamicznych — wartości z zakresu od 0,015 do 1,6,
- metoda interpolacji macierzy aerodynamicznych — liniowa,
- cięciwa odniesienia — dla obrysu prostokątnego: $c_{ref} = 289,56$ mm, dla płyt trójkątnych przyjęto średnią cięciwę aerodynamiczną $c_{ref} = c_a = 386,08$ mm,
- gęstość powietrza na poziomie morza — $\rho_0 = 1,225 \times 10^{-9}$ kg/mm³,
- parametr niesymetryczności odkształceń,
- prędkość odniesienia — $V_{ref} = 277,77$ mm/s jako odpowiednik jednostki 1 km/h do przeliczania prędkości obliczeniowych.

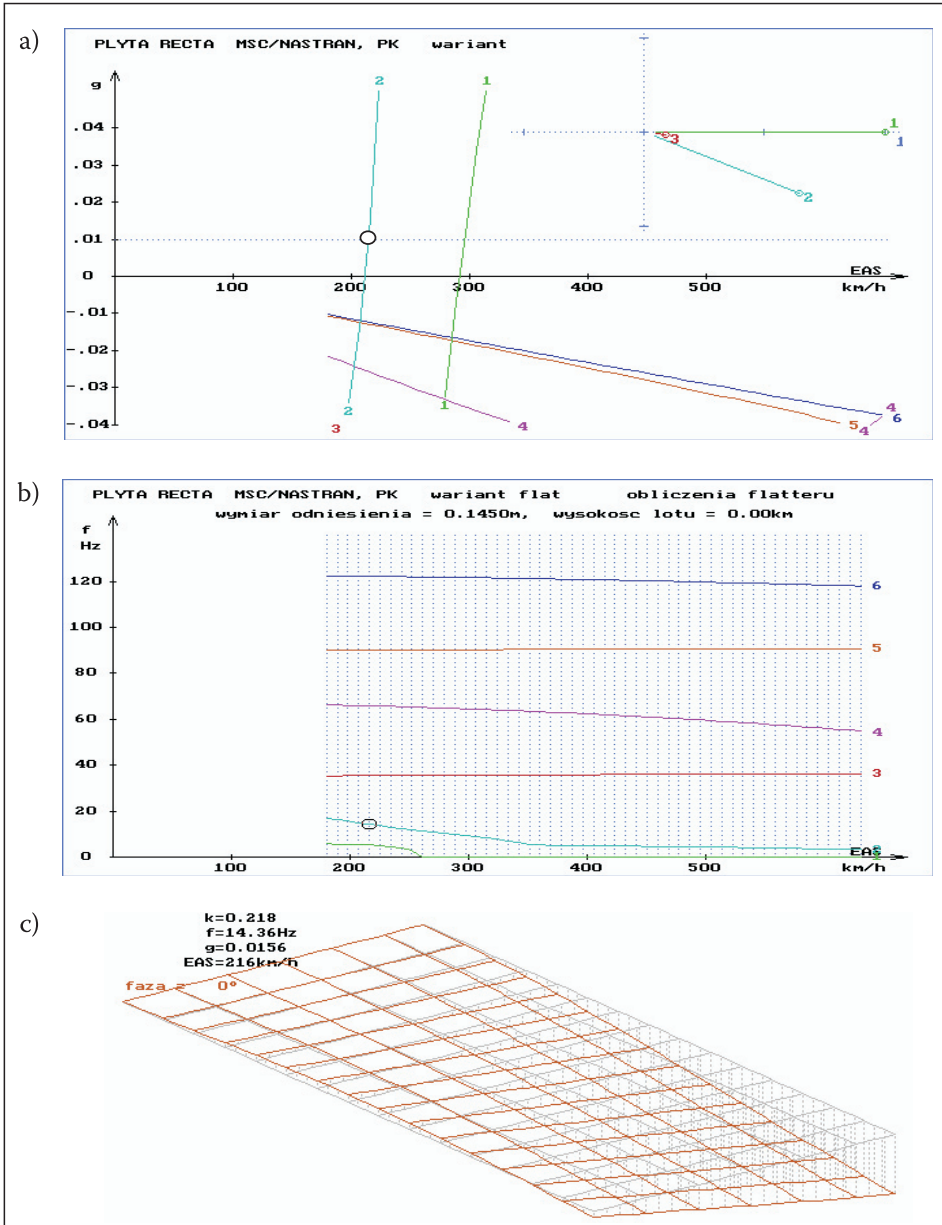
Przyjęto minimalny współczynnik tłumienia strukturalnego [3] na poziomie $g = 0,01$, dla której to wartości określono prędkości V_{kr} i częstotliwości f_f flutteru płyt. Podobnie jak w analizie statycznej rozważono również flutter ekwiwalentnych płyt duraluminiowych w celu określenia rozbieżności wyników ze względu na materiał. Zbiorcze wyniki V_{kr} oraz f_f w zależności od orientacji tkaniny θ pokazano na rysunkach 21 i 22. Wyniki dotyczące płyt duraluminiowych zaznaczono liniami przerywanymi.

Obliczenia wykonane na modelach trójkątnych wykazały flutter w zakresie prędkości 360–410 km/h. Jest to niestateczność z udziałem pierwszych trzech postaci własnych: dwóch postaci zginania i postaci skręcania, przy czym energetyczny udział postaci skrętnej jest raczej niewielki. Przykładowe wyniki otrzymane dla konfiguracji płyty $\theta = 0^\circ$ pokazano na rysunku 19. Wykresy tłumienia i częstotliwości wyznaczone dla innych wartości θ mają zbliżony charakter przebiegu. Dla serii płyt trójkątnych rozkład krytycznej prędkości flutteru (rys. 21) jest niemalże symetryczny w przedziale obliczeniowym θ . Wartość $V_{kr(max)} = 408$ km/h w punkcie $\theta = 45^\circ$ jest o prawie 100 km/h większa niż w przypadku równoważnej płyty duraluminiowej. W przypadku trójkątnego obrysu powierzchni nośnej zauważalne jest zatem znaczne polepszenie własności flutterowych spowodowane zastosowaniem laminatu. Minimalna prędkość flutteru w rozważanej serii występuje przy $\theta = 0^\circ = 90^\circ$ i wynosi $V_{kr(min)} = 364$ km/h, jednak i ta wartość znacząco przekracza V_{kr} płyty duraluminiowej. Różnica częstotliwości flutteru pomiędzy wartością minimalną a maksymalną jest bardzo niewielka i wynosi mniej niż 1 Hz (rys. 22). Średnia częstotliwość flutteru laminatowej płyty trójkątnej określana na około 34,4 Hz przewyższa jednak wartość f_f płyty duraluminiowej.

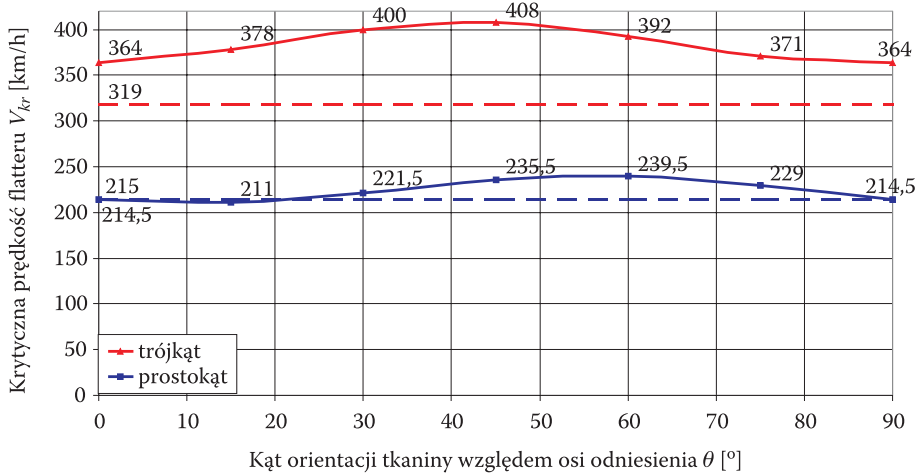
Dla serii płyt prostokątnych wyznaczone prędkości flutteru mieściły się w zakresie 210–240 km/h. W tym przypadku również występuje flutter giętno-skrętny z udziałem pierwszej i drugiej postaci (pierwsze zginanie i pierwsze skręcanie) oraz niewielkim udziałem postaci trzeciej. Na rysunku 20 zaprezentowano graficzną interpretację przykładowych wyników flutteru płyty prostokątnej dla orientacji wzmocnienia $\theta = 0^\circ$. Dla pozostałych θ krzywe flutterowe mają przebieg podobny, a postacie odkształceń są identyczne. Rozkład krytycznej prędkości flutteru dla laminatów prostokątnych (rys. 21) przebiega inaczej niż dla płyt delta — brak tu symetrii, a krytyczne prędkości są znacznie niższe. Prędkość $V_{kr(max)} \cong 240$ km/h występuje przy orientacji zbrojenia $\theta \cong 58^\circ$, natomiast $V_{kr(min)} \cong 210$ km/h odpowiada kątowi orientacji $\theta \cong 13^\circ$. Prędkości flutteru dla całej serii modeli są niewiele większe niż prędkość krytyczna uzyskana dla równoważnej płyty duraluminiowej, $V_{kr(min)}$ jest nawet nieco niższa. Podobnie jeśli chodzi o rozkład częstotliwości krytycznej — jej wartości w przypadku kompozytu i metalu są bardzo zbliżone (rys. 22). Jak widać w przypadku obrysu prostokątnego zastąpienie metalu laminatem węglowym daje relatywnie niewielką poprawę własności flutterowych. W tabeli 4 w sposób analogiczny jak dla przypadku obliczeń statycznych podano wartości θ odpowiadające maksymalnym i minimalnym prędkościom flutteru w każdej serii modeli.



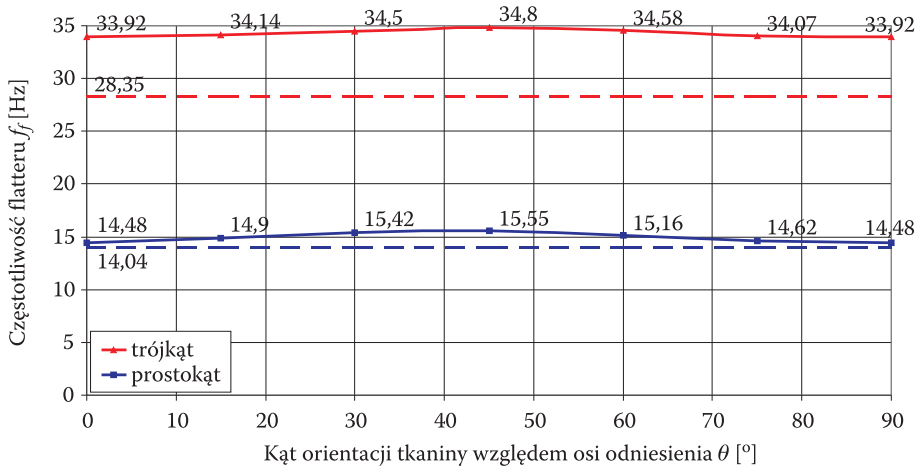
Rys. 19. Graficzna prezentacja wyników flutteru płyty trójkątnej z orientacją tkaniny $\theta = 0^\circ$, parametry krytyczne: $V_{kr} = 364$ km/h, $f_f = 33,92$ Hz; a) krzywe tłumienia $g(V)$ z zaznaczonym punktem krytycznym oraz wykres fazowy udziałów postaci własnych w zaznaczonym flutterze; b) przebiegi charakterystyk częstotliwości postaci niesprężonych $f(V)$; c) postać flutteru jako sprzężenie pierwszych trzech postaci własnych



Rys. 20. Prezentacja wyników flutteru płyty prostokątnej dla $\theta = 0^\circ$: $V_{kr} = 214,5 \text{ km/h}$, $f_f = 14,48 \text{ Hz}$; a) krzywe flutterowe $g(V)$ z zaznaczonym punktem krytycznym oraz wykres udziału postaci własnych w ruchu niestacymnym; b) przebiegi częstotliwości niesprzężonych $f(V)$; c) giętno-skrętna postać ruchu



Rys. 21. Rozkłady prędkości flatteru dla płyt laminatowych do badania wpływu orientacji wzmocnienia; wyniki dotyczące płyt duraluminiowych zaznaczono liniami przerywanymi



Rys. 22. Rozkłady częstotliwości flatteru płyt laminatowych do badania wpływu orientacji wzmocnienia; wyniki dotyczące płyt duraluminiowych zaznaczono liniami przerywanymi

TABELA 4

Orientacje wzmocnienia przy skrajnych prędkościach krytycznych flatteru

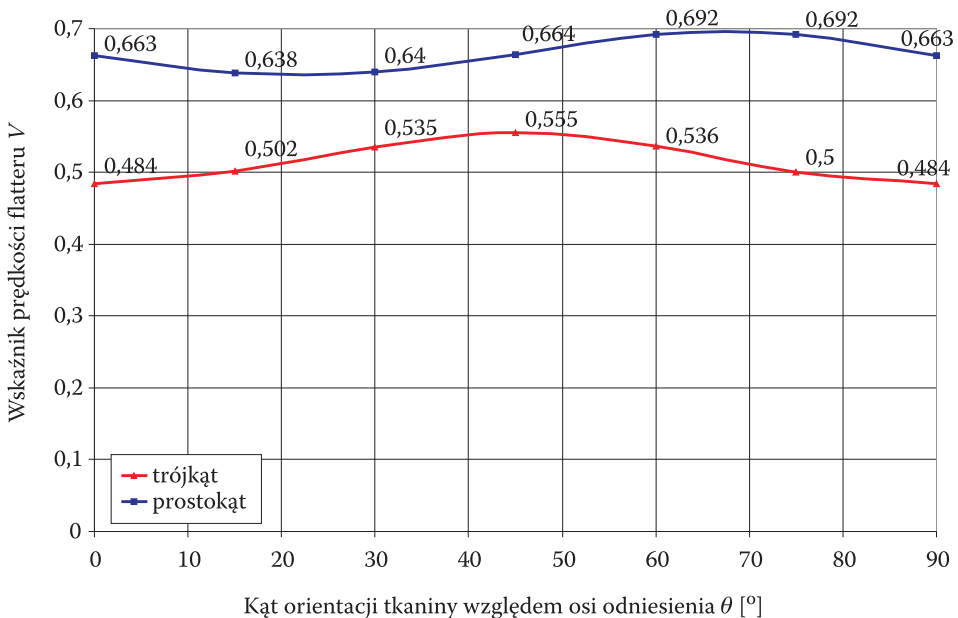
Płyta laminatowa	Orientacja wzmocnienia w laminacie odpowiadająca prędkości:	
	$V_{kr(max)}$	$V_{kr(min)}$
trójkątna	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 0^\circ = 90^\circ$
prostokątna	$\theta \cong 58^\circ$	$\theta \cong 13^\circ$

Sporządzono także wykresy przebiegu wskaźników flutterowych w oparciu o ich wartości dla poszczególnych konfiguracji. Wskaźniki te objaśnione w [5] wprowadza się w celu porównania własności flutterowych powierzchni zróżnicowanych geometrycznie lub strukturalnie. Wskaźnik prędkości flutteru V_i definiuje się następującą formułą:

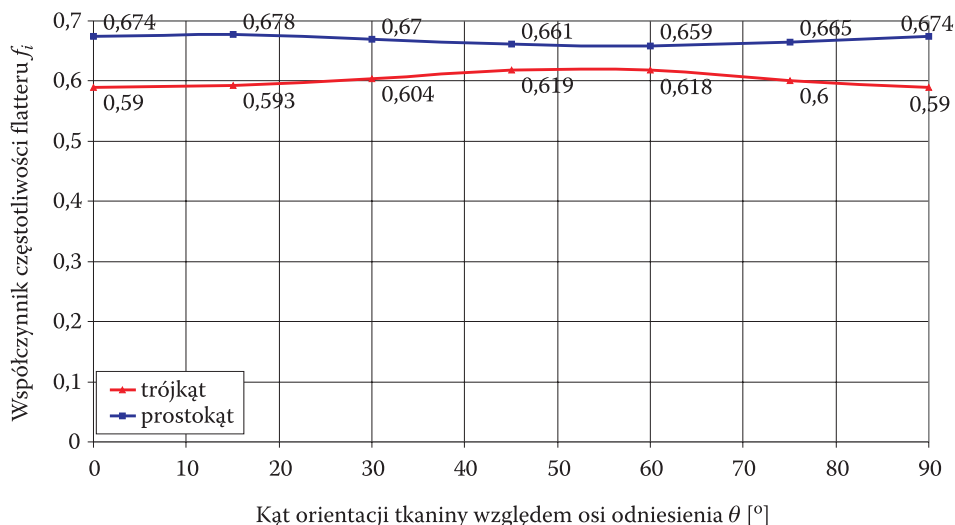
$$V_i = \frac{V_{kr}}{2\pi f_{ref} b_{ref} \sqrt{\mu}}, \quad (13)$$

gdzie: f_{ref} — częstotliwość odniesienia (w tym przypadku pierwszej postaci skręcania); b_{ref} — długość odniesienia (średnia półcięciwa aerodynamiczna); μ — stosunek masy płyty do masy powietrza, zawartej w bryle obrotowej o średnicy podstawy równej wewnętrznej cięciwie płyty i wysokości równej jej rozpiętości. Z kolei współczynnik częstotliwości flutteru określony jako stosunek częstotliwości flutteru do odniesieniowej częstotliwości własnej:

$$f_i = \frac{f_f}{f_{ref}}. \quad (14)$$



Rys. 23. Rozkłady wskaźnika prędkości flutteru dla płyt laminatowych do badania wpływu orientacji wzmocnienia



Rys. 24. Rozkłady współczynnika częstotliwości flatteru dla płyt laminatowych do badania wpływu orientacji wzmocnienia

W przypadku rozważanych płyt V_i podaje stosunek energii strumienia nieza-burzonego do energii kinetycznej drgań skrętnych płyty, współczynnik f_i z kolei określa relację częstotliwości flatteru do częstotliwości drgań skrętnych. Gdyby wartości tych parametrów oscylowały w okolicach jedności, postać flatteru byłaby postacią skręcania. Na rysunkach 23 i 24 widać, że wartości obu współczynników są większe w przypadku płyt prostokątnych niż trójkątnych — udział postaci skręcania we flatterze płyt prostokątnych jest zdecydowanie bardziej znaczący. W zakresie każdej serii także są zauważalne różnice w wartościach V_i i f_i dla poszczególnych orientacji θ , aczkolwiek zmiany te nie są na tyle duże, aby decydowały o zmianie charakteru postaci odkształceń.

7. Uwagi podsumowujące

W artykule zaprezentowano sposób realizacji i wyniki numerycznych analiz statycznych i dynamicznych przeprowadzonych w oparciu o modele wolnonośnych płyt laminatowych o obrysie trójkątnym i prostokątnym. Celem tychże obliczeń było wyznaczenie przemieszczeń statycznych oraz krytycznej prędkości flatteru dla obliczeniowych wartości parametru θ charakteryzującego orientację wzmocnienia. Uzyskane rezultaty w zakresie θ : 0-90° pokazano na wykresach. Na ich podstawie można ocenić, która konfiguracja ułożenia jest dla laminatu najkorzystniejsza pod względem odporności na aerosprężystą niestateczność.

W każdej z dwóch serii maksymalna sztywność i najwyższa prędkość krytyczna występują przy innych kątach orientacji wzmocnienia. Różne są także orientacje tkaniny odpowiadające minimalnym odkształceniom giętnym i skrętnym. Optymalizacja laminatu ze względu na parametr θ polegałaby na wyborze pośredniej jego wartości spośród trzech najlepszych pod względem: sztywności giętej, sztywności skrętnej i odporności na flutter. Dla serii płyt trójkątnych są to odpowiednio kąty: 70° , 37° , 45° , dla których średnia wynosi około 51° . Biorąc pod uwagę, że istotniejsza z punktu widzenia aerosprężystości jest sztywność skrętna, ostateczną wartość optymalnego kąta orientacji można oszacować na $\theta_{opt(del)} = 45^\circ$. Jednocześnie taki kąt ułożenia odpowiada najkorzystniejszej konfiguracji flutterowej. W przypadku płyt o obrysie prostokątnym trzy najlepsze wyniki θ wynoszą odpowiednio: 90° , 45° , 58° , co w efekcie daje średnią w granicach 64° . Sugerując się ponownie faktem, że istotniejsza jest sztywność na skręcanie, optymalną wartość parametru orientacji można ustalić na $\theta_{opt(rec)} = 60^\circ$, co, jak widać, znowu odpowiada prawie najlepszym własnościom flutterowym w serii.

Widocznym i istotnym efektem wyników uzyskanych w rozważanych seriach modelowych są dość małe różnice względne pomiędzy ich wartościami. Względną różnicę wartości danego rezultatu w w zakresie uwzględnianych kątów obliczeniowych θ można oszacować według zależności:

$$\Delta w = \frac{w_{\max} - w_{\min}}{w_{\min}} * 100\%. \quad (15)$$

Szczególnie małe różnice względne zauważalne są w przypadku częstotliwości własnych (rys. 16 i 17) oraz częstotliwości flutterowych (rys. 22) — ich wartości są na poziomie 3-6%. Dla odkształceń statycznych (rys. 12 i 13) i prędkości flutteru (rys. 21) w obu seriach względne różnice wynoszą w przybliżeniu:

dla płyt trójkątnych — $\Delta u_{del} \cong 12\%$, $\Delta \varphi_{del} \cong 20\%$, $\Delta V_{kr(del)} \cong 12\%$

dla płyt prostokątnych — $\Delta u_{rec} \cong 15\%$, $\Delta \varphi_{rec} \cong 28\%$, $\Delta V_{kr(rec)} \cong 13,5\%$.

Te bardzo niskie wartości świadczą o stosunkowo małym wpływie zmiany kąta laminowania wzmocnienia na aerosprężystą jakość powierzchniowego układu ciągłego. W przypadku znacznie cieńszej struktury zbudowanej z mniejszej ilości warstw rozbieżności pomiędzy wynikami danej serii byłyby zapewne większe. W związku z powyższym należy się spodziewać, że duża liczba warstw w laminacie spowoduje zatrącenie jego anizotropowych właściwości, a badania wpływu orientacji wzmocnienia na aerosprężyste własności powierzchni nośnej mają sens jedynie w przypadku laminatów cienkich, zbudowanych z małej liczby warstw.

Jeśli porówna się średnie wyniki przemieszczeń statycznych otrzymanych w dwóch seriach z wynikami uzyskanymi dla analogicznych płyt duraluminiowych, można zauważyć powtarzalność różnicy wielkości tychże odkształceń. W obu

seriach wielkość ugięcia płyty duralowej jest o około 50% większa w stosunku do średniego ugięcia laminatu \bar{u}_{lam} określonego w obliczeniowym przedziale wartości θ ($\bar{u}_{lam} = [u_{max} + u_{min}]/2$). Przemieszczenia te wynoszą odpowiednio: $u_{dural} = 91,12$ mm i $\bar{u}_{lam} \cong 61,9$ mm dla płyt trójkątnych oraz: $u_{dural} = 86,7$ mm i $\bar{u}_{lam} \cong 58,7$ mm dla prostokątnych. Skręcenie płyt metalowych jest z kolei większe o około 45% w stosunku do średniego skręcenia laminatu w rozpatrywanym przedziale θ ($\bar{\varphi}_{lam} = [\varphi_{max} + \varphi_{min}]/2$). Wynoszą one odpowiednio: dla trójkątów — $\varphi_{dural} = 4,87^\circ$ i $\bar{\varphi}_{lam} \cong 3,38^\circ$, dla prostokątów — $\varphi_{dural} = 3,34^\circ$ i $\bar{\varphi}_{lam} \cong 2,33^\circ$. Względne odniesienie tych wyników jest niejako miarą wzrostu sztywności struktury nośnej ze względu na modyfikację materiału. W rozkładzie prędkości krytycznej i częstotliwości flatteru znaczna różnica pomiędzy płytą kompozytową a duraluminiową jest ewidentna w przypadku obrysu trójkątnego. Różnica w wartościach tychże parametrów dla płyt prostokątnych jest z kolei niewielka (rys. 21 i 22). Wynika stąd, że zastępując stop aluminium laminatem w określonej strukturze powierzchniowej, istotną poprawę jej własności flatterowych zyskuje się w przypadku obrysu trójkątnego. Dla obrysu symetrycznego (np. skrzydło prostokątne lub trapezowe) zysk ten będzie relatywnie mniejszy.

Artykuł wpłynął do redakcji 9.03.2006 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w maju 2006 r.

LITERATURA

- [1] E. ALBANO, W. P. RODDEN, *A Doublet Lattice Method for Calculating Lift Distributions on Oscillating Surfaces in Subsonic Flows*, AIAA Journal, vol. 7, 1969.
- [2] P. ARENDSSEN, *The B2000 Doublet Lattice Processor: B2DL*, 4th biannual B2000 Workshop, Ligerz, Switzerland, 2002.
- [3] W. C. CHAJEC, *Aeroelastic analysis in „PZL-Mielec” using MSC/Nastran*. www.mscsoft-ware.com/support/library/conf/auc99/p02199.pdf, 12.10.2004.
- [4] W. C. CHAJEC, *Wykorzystanie systemu obliczeń inżynierskich MSC/Nastran i specjalistycznego oprogramowania JG2 do obliczeń aeroelastyczności w PZL-Mielec*, Seminarium SIMP 18.02.1997.
- [5] R. V. DOGGET JR., D. L. SOISTMANN, *Low-Speed Flutter Characteristics of Some Simple Low-Aspect-Ratio Delta-Wing Models*, Journal of Aircraft, vol. 29, no. 2, 1992.
- [6] J. GERMAN, *Podstawy mechaniki kompozytów włóknistych*, Politechnika Krakowska, Kraków, 1996.
- [7] S. KACHEL, *Numeryczne modelowanie złożonych struktur lotniczych w zastosowaniu do analizy wytrzymałościowej i drgań własnych statków powietrznych*, rozprawa doktorska, WAT, Warszawa, 1998.
- [8] W. KURNIK, A. TYLIKOWSKI, *Mechanika elementów laminowanych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1997.
- [9] G. RAKOWSKI, Z. KACPRZYK, *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1993.

- [10] M. REYMOND, M. MILLER, *MSC/NASTRAN Quick Reference Guide version 68*, The MacNeal-Schwendler Corporation, Los Angeles, CA, 1994.
- [11] W. P. RODDEN, R. L. HARDER, E. D. BELLINGER, *Aeroelastic Addition to Nastran*, The MacNeal-Schwendler Corporation, Los Angeles, CA, 1979.
- [12] W. P. RODDEN, E. H. JOHNSON, *MSC.NASTRAN v68 Aeroelastic Analysis. User's Guide*, vol. 1, 2: The MacNeal-Schwendler Corporation, Los Angeles, CA, 2001.

A. OLEJNIK, S. KACHEL, R. ROGÓLSKI, P. LESZCZYŃSKI

Numerical investigations of an effect of reinforcement direction on aeroelastic properties of laminated cantilevered plates

Abstract. This paper concerns optimization of aeroelastic surface-shaped system in relation to laminated structure. By the use of one commercial computing program, some analyses were performed on static displacement, dynamics and flutter of cantilevered plates made of carbon fiber laminate. The trial to estimate optimal aeroelastic properties of the considered models consists in matching the best carbon fabric orientation in respect of main reference direction. There could be many laminate orientations in range of 0-90° and the main task is to select the one that gives best properties in respect of static deformations and dynamic instability due to flutter. Some numerical computations were performed for the discussed structure configurations in order to determine displacement sizes and critical flutter airspeeds. The results were shown in the pictures and diagrams illustrating the change of the examined parameter in a computational range of reinforcement orientation angles.

Keywords: flutter, laminate, unsteady aerodynamics, finite elements method, free vibrations analysis

Universal Decimal Classification: 533.6.013.422