

Przykład zastosowania strategii ewolucyjnej do projektowania sterowników rozmytych

Wacław BEJTAN

Instytut Teleinformatyki i Automatyki,
Wojskowa Akademia Techniczna, ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

STRESZCZENIE: W artykule zaproponowano metodę wykorzystującą strategię ewolucyjną do wyznaczania wartości parametrów sterownika rozmytego. Przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń rozwiązania zadania „parkowania ciężarówki” za pomocą sterownika rozmytego.

1. Wprowadzenie

W układach regulacji z powodzeniem mogą być stosowane sterowniki wykorzystujące zbiory rozmyte do określenia sposobu realizacji sterowania. Działanie ich jest oparte na wykorzystaniu bazy reguł [1, 6, 8]. Najbardziej pracochłonnym zadaniem jest wyznaczenie wartości parametrów reguł.

Dobór wartości parametrów sterownika rozmytego może być dokonany poprzez zastosowanie metody równomiernego podziału fizycznej przestrzeni parametrów sterujących [8] lub wykorzystując sieci neuronowo-rozmyte [7, 9]. Uzyskiwane wyniki nie zawsze spełniają oczekiwania projektanta.

W artykule zaproponowano sposób wykorzystania metody strategii ewolucyjnej do wyznaczania wartości parametrów sterownika rozmytego. Proponowane rozwiązanie zostało przetestowane na przykładzie zagadnienia „parkowania ciężarówki”. Otrzymane rozwiązanie zostało porównane ze sterownikiem rozmytym zaprojektowanym zgodnie z opisem zawartym w [8].

2. Podstawowe pojęcia i definicje zbiorów rozmytych

Motywy przedstawił przez Zadeha w 1965 roku [11] pojęcia zbiorów rozmytych była potrzeba opisanie zjawisk i pojęć, które mają charakter wieloznaczny i nieprecyzyjny.

Podejście teorii zbiorów rozmytych polega na rozmywaniu analizowanej właściwości na wszystkie elementy przestrzeni. Osiąga się to poprzez zdefiniowanie tzw. funkcji przynależności:

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1] \quad (1)$$

określającej stopień uczestnictwa elementu $x \in X$ we właściwości A albo przynależności do zbioru A, gdzie $A \subset X$. Właściwość tak zdefiniowaną nazywamy właściwością rozmytą lub zbiorem rozmytym.

Dwa zbiory rozmyte są równe (co zapisujemy: $A = B$) wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\forall x \in X : \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad (2)$$

Zbiór A jest podzbiorem zbioru B (co zapisujemy: $A \subseteq B$) wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\forall x \in X : \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad (3)$$

Funkcja przynależności

W literaturze [1, 6] znaleźć można obszerny opis konstrukcji funkcji przynależności. Najczęściej stosuje się funkcje:

- złożone z odcinków prostych;
- wykorzystujące funkcje Gaussa;
- wykorzystujące funkcje sigmoidalne;
- wielomianowe funkcje przynależności.

Przykładowo na rys.1 jest przedstawiona, często stosowana ze względu na swoją prostotę, trójkątna funkcję przynależności.

Działania na zbiorach rozmytych (według definicji Zadeha)

- Suma $A \cup B$ zbiorów A i B:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, x \in X \quad (4)$$

- Iloczyn $A \cap B$ zbiorów A i B:

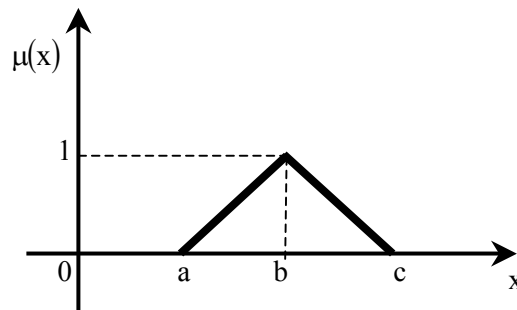
$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, x \in X \quad (5)$$

- Dopełnienie $\bar{A} = X \setminus A$ zbioru A:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad x \in X \quad (6)$$

W miarę rozwoju teorii zbiorów rozmytych zaproponowano użycie innych operatorów iloczynu i sumy zbiorów rozmytych. Dokładny opis tych operatorów zawiera [1, 4, 6].

$$\mu(x) = t(x; a, b, c) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{dla } a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{dla } b \leq x \leq c \\ 0 & \text{dla } x \geq c \end{cases} \quad (7)$$



Rys. 1. Przykład trójkątnej funkcji przynależności

Liczby rozmyte

Szczególne znaczenie mają zbiory rozmyte zdefiniowane na osi liczb rzeczywistych R i nazywane liczbami rozmytymi.

Zbiór rozmyty A o funkcji przynależności:

$$\mu_A : R \rightarrow [0, 1] \quad (8)$$

nazywamy liczbą rozmytą, jeżeli spełnia warunki:

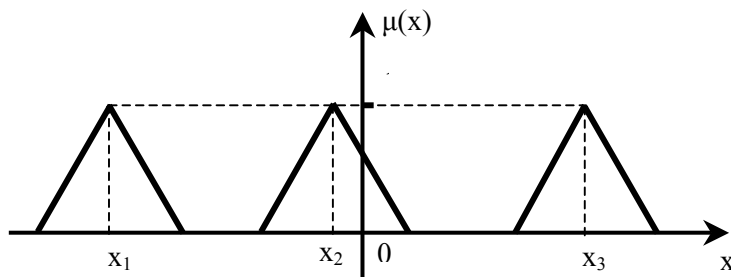
$$1. \sup \mu_A(x) = 1 \text{ - zbiór A jest normalny.} \quad (9)$$

2. $\mu_A[\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2] \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}$ - zbiór A jest wypukły. (10)

3. $\mu_A(x)$ - jest funkcją ciągłą przedziałami. (11)

Liczba rozmyta $A \subseteq \mathbb{R}$ jest nazywana dodatnią, jeżeli $\mu_A(x) = 0$ dla wszystkich $x < 0$.

Liczba rozmyta $A \subseteq \mathbb{R}$ jest nazywana ujemną, jeżeli $\mu_A(x) = 0$ dla wszystkich $x > 0$.



Liczba: x_1 - ujemna;
 x_3 - dodatnia;
 x_2 - nie jest ani dodatnia, ani ujemna.

Rys. 2. Liczby rozmyte zdefiniowane za pomocą trójkątnych funkcji przynależności

Rozmyta implikacja

Rozmyta implikacja $A \rightarrow B$ jest rozumiana jako rozmyta relacja dwuargumentowa:

$$R \subseteq X \times Y \quad (12)$$

Istnieje wiele propozycji wyznaczania funkcji przynależności implikacji $\mu_{A \rightarrow B}(x, y)$ na podstawie znajomości funkcji przynależności $\mu_A(x)$ i $\mu_B(y)$. Najbardziej znane to:

1. Reguła typu minimum (reguła Mamdaniego):

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}. \quad (13)$$

2. Reguła typu iloczyn:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(y). \quad (14)$$

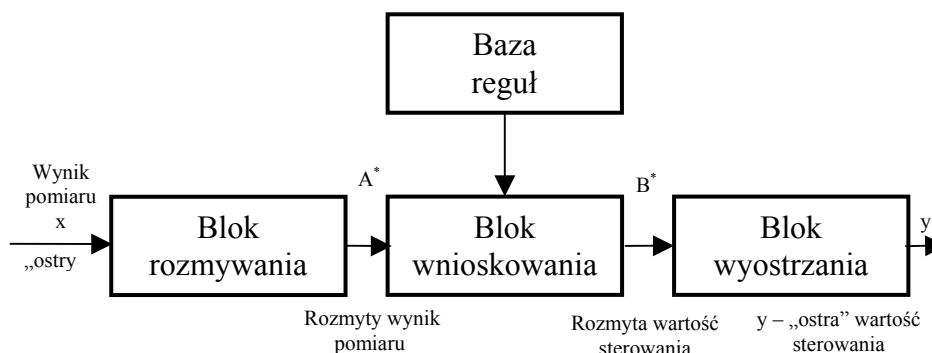
3. Reguła Łukasiewicza:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \min\{1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(y)\}. \quad (15)$$

3. Konstrukcja sterowników rozmytych

Nie każdą wiedzę eksperta (operatora) da się wyrazić za pomocą formuł matematycznych. Zwykle jest ona typu: „jeżeli sytuacja jest taka a taka, to należy zrobić to i to”. Sterowanie rozmyte oferuje metody reprezentacji i opisu wiedzy ekspertów pozwalające na jej efektywne wykorzystanie w układach sterujących.

Rys.3 przedstawia schemat blokowy sterownika rozmytego opartego na bazie wiedzy. Poszczególne jego elementy zostaną omówione poniżej.



Rys. 3. Schemat blokowy sterownika rozmytego

- BAZA REGUŁ

Wiedzę o sposobie sterowania wyraża się za pomocą reguł postaci:
 JEŻELI <rozmyta wartość pomiaru> TO <rozmyta wartość sterowania>

Przykład 1.

JEŻELI <temperatura pieca duża> TO <dopływ paliwa mały>;
 JEŻELI <obroty silnika wysokie> & <temperatura silnika duża>
 TO <chłodzenie silnika duże>.



- BLOK ROZMYWANIA

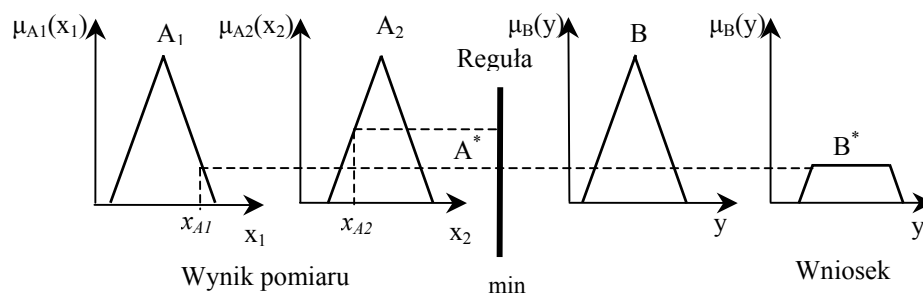
W bloku rozmywania „ostra” wartość pomiaru podlega operacji *rozmywania* (ang. *fuzzification*), w wyniku której zostaje odwzorowana w wartość rozmytą reprezentującą ten pomiar.

- BLOK WNISKOWANIA

W bloku wnioskowania na podstawie wiedzy o sterowaniu zawartej w bazie reguł oraz wartości rozmytej reprezentującej pomiar (uzyskanej z „bloku rozmywania”) jest wyznaczana rozmyta wartość sterowania:

Na rys. 4 przedstawiono w sposób schematyczny zasadę wyznaczania wartości sterujących w sterowniku rozmytym dla bazy reguł zawierającej jedną regułę:

Reguła: JEŻELI A_1 & A_2 TO B



x_{A1}, x_{A2} – ostre (jednoznaczne) wejściowe wartości pomiaru;
 A_1, A_2 – rozmyte funkcje przynależności sygnałów wejściowych;
 A^* – rozmyta wartość odpowiadająca wejściowym wartościom (x_{A1}, x_{A2});
 B – wartość sterowania wynikająca z przyjętej reguły wnioskowania;
 B^* – rozmyta wartość sterująca będąca konkluzją rozmytej implikacji, służąca do wyznaczenia ostrej (jednoznacznej) wartości sterującej.

Rys. 4. Graficzna interpretacja wyznaczania wartości sterowania na przykładzie jednej reguły

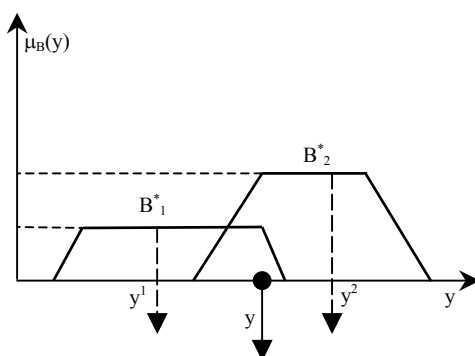
Dla bazy wiedzy sterownika zbudowanego z wielu reguł wykonuje się operację wnioskowania, wynikiem której jest wyznaczenie dla każdej reguły rozmytej wartości sterowania B_k^* dla $k = 1, \dots, N$ (N – liczba reguł w bazie). Oznacza to, że wyznaczona rozmyta wartość sterowania składa się z N wartości rozmytych odpowiadających konkluzjom poszczególnym reguł zawartych w bazie.

• BLOK WYOSTRZANIA

W bloku wyostrezania realizuje się odwzorowanie zbioru rozmytego B_k^* dla $k = 1, \dots, N$, reprezentującego rozmytą wartość sterowania, w wartość nierozmytą „y” która jest wyznaczonym sterowaniem (ostra wartość sterowania). Znanych jest wiele sposobów wyznaczania tej wartości sterującej [4, 5].

Przykładowo, popularną ze względu na małą złożoność obliczeniową, jest „metoda średniej” (ang. center average defuzzification) objaśniona na rys. 5

$$y = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_{B_k^*}(y^k) y^k}{\sum_{k=1}^N \mu_{B_k^*}(y^k)} \tag{16}$$



Rys. 5. Sposób wyznaczania wartości ostrej sterowania na podstawie rozmytych funkcji przynależności uzyskanych z bloku wnioskowania

4. Przykład zastosowania sterownika rozmytego w zagadnieniu „parkowania ciężarówki”

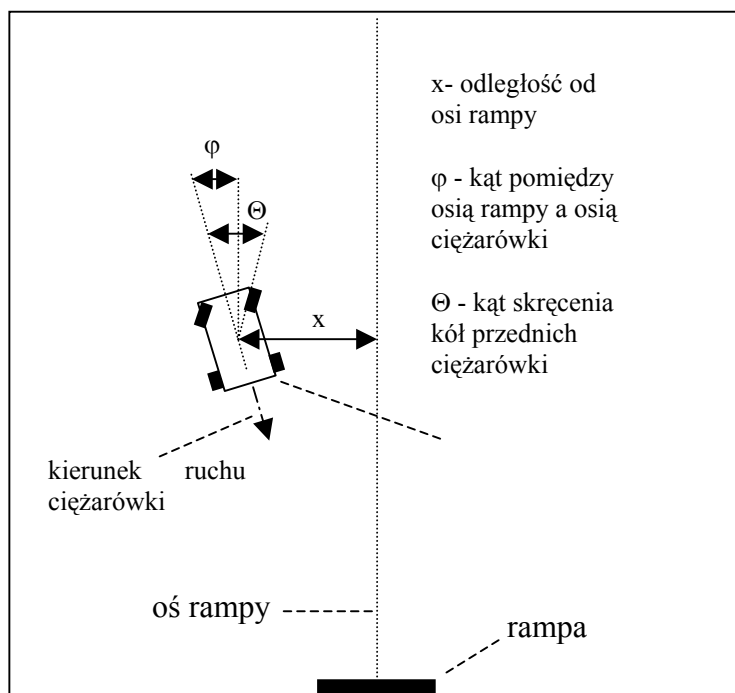
Parkowanie ciężarówki do rampy jest typowym, najczęściej przytaczanym przykładem problemu sterowania, w którym stosuje się rozmyte sterowniki.

Położenie ciężarówki jest określone za pomocą dwóch zmiennych: x – odległość od osi rampy, ϕ – kąt, pod jakim ciężarówka znajduje się względem osi rampy.

Cieżarówka jedzie do tyłu ze stałą prędkością. Parametrem sterującym jest kąt skręcenia kół ciężarówki Θ .

Problem sterowania polega na wygenerowaniu ciągu wartości kątów skręceń przednich kół ciężarówki, pozwalającego na zaparkowanie jej tyłem do rampy.

Do oceny działania sterownika przyjmuje się uproszczony model działania ciężarówki. Uproszczenie polega na założeniu, że ustawienia wyznaczonych wartości sterowania kół przednich ciężarówki są wykonywane natychmiast. Graficzną ilustrację zagadnienia „parkowania ciężarówki” przedstawia rys. 6.



Rys. 6. Ilustracja graficzna zagadnienia „parkowania ciężarówki”

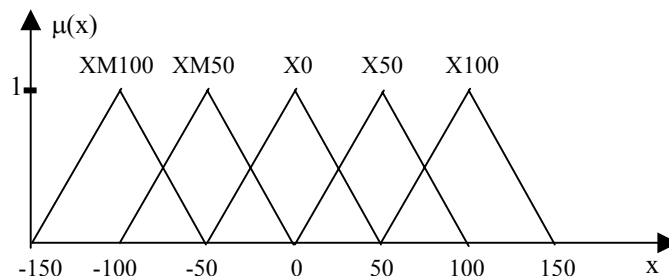
Sposób realizacji sterownika:

W opisywanym sterowniku zmienne rozmyte zdefiniowano za pomocą liczb rozmytych:

- X – rozmyta wartość odległości od osi rampy;
- FI – kąt zawarty pomiędzy osią rampy a osią ciężarówki;
- $TETA$ – kąt skręcenia kół przednich ciężarówki.

Funkcje przynależności poszczególnych zmiennych rozmytych określono w następujących przedziałach wartości fizycznych:

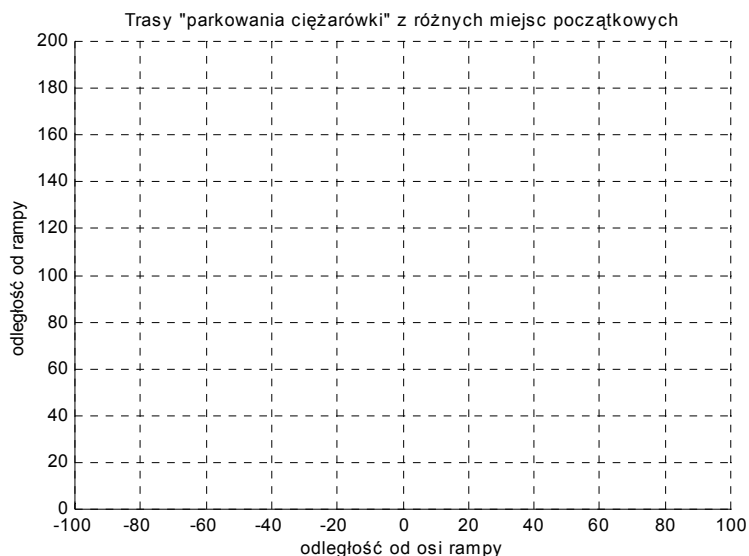
- odległość od osi rampy „X” od -150 do $+150$;
- kąt położenia ciężarówki względem osi rampy „FI” od -180 stopni do $+180$ stopni;
- kąt skręcenia przednich kół ciężarówki „TETA” od -45 stopni do $+45$ stopni;



Rys. 7. Sposób zdefiniowania wartości liczb rozmytych dla odległości od osi rampy

Tab. 1. Baza reguł sterownika ciężarówki

JEŻELI	X100	&	FI100	TO	TETAM18
JEŻELI	X100	&	FI50	TO	TETA36
JEŻELI	X100	&	FI0	TO	TETA36
JEŻELI	X100	&	FI100	TO	TETAM36
JEŻELI	X50	&	FIM100	TO	TETAM36
JEŻELI	X50	&	FI100	TO	TETA18
JEŻELI	X50	&	FIM50	TO	TETAM18
JEŻELI	X50	&	FIM100	TO	TETAM36
JEŻELI	X50	&	FI0	TO	TETAT36
JEŻELI	X0	&	FI0	TO	TETAT0
JEŻELI	X0	&	FI50	TO	TETA18
JEŻELI	X0	&	FIM50	TO	TETAM18
JEŻELI	XM50	&	FIM100	TO	TETAM18
JEŻELI	XM50	&	FI0	TO	TETAM36
JEŻELI	XM50	&	FI50	TO	TETA0
JEŻELI	XM50	&	FI100	TO	TETA36
JEŻELI	XM50	&	FI150	TO	TETA36
JEŻELI	XM100	&	FIM100	TO	TETA36
JEŻELI	XM100	&	FI0	TO	TETAM36
JEŻELI	XM100	&	FI50	TO	TETAM36
JEŻELI	XM100	&	FI100	TO	TETA18
JEŻELI	XM100	&	FI150	TO	TETA18



Rys. 8. Przykładowe trasy przejazdu ciężarówki rozpoczynające się w różnych miejscach początkowych parkingu

Poszczególne wartości liczb rozmytych są rozłożone równomiernie w fizycznej dziedzinie zmiennej i zdefiniowane są za pomocą trójkątnych funkcji przynależności. Przykładowo ilustruje to rys. 7 dla zmiennej X (odległość od osi rampy).

Kąty skręcenia kół są wyznaczone w oparciu o wiedzę o sposobie parkowania ciężarówki, pozyskaną na podstawie doświadczenia eksperta (kierowcy). Bazę reguł, reprezentującą tę wiedzę, przedstawia tabela 1.

Reguły zawarte w bazie reguł sterownika (patrz tab. 1) są interpretowane w sposób następujący:

Reguła: JEŻELI $XM50$ & $FI150$ TO $TETA36$;

Interpretacja: JEŻELI odległość od osi rampy jest równa około minus 50 i kąt „fi” ustawienia ciężarówki względem osi rampy jest równy około plus 100 stopni, TO kąt skrętu kół ciężarówki „teta” jest około plus 36 stopni.

Do wyostrzenia wyznaczonych wartości rozmytych sterowania zastosowano „metodę średniej” omówioną w punkcie 3.

Uzyskane przykładowe trasy przejazdu ciężarówki kierowanej za pomocą sterownika dla różnych punktów początkowych parkowania przedstawia rys. 8.

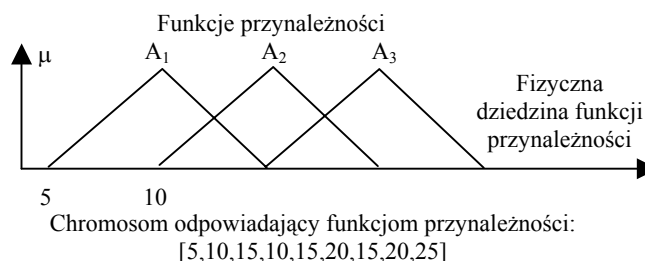
5. Wykorzystanie strategii ewolucyjnej do wyznaczenia parametrów sterowników wykorzystujących zbiory rozmyte

Rozpatrywane w artykule zadanie polega na zaproponowaniu metody wyznaczenia wartości parametrów sterownika rozmytego za pomocą strategii ewolucyjnej. Proponowana metoda zostanie przedstawiona i przetestowana na przykładzie sterownika rozmytego w zadaniu „parkowania ciężarówki”. Jako funkcję przystosowania, wyznaczającą kierunek poprawy, określono położenie ciężarówki w odległość i od osi rampy uzyskane w zadanym okresie czasu.

Koncepcja wykorzystania STRATEGII EWOLUCYJNEJ

W sterowniku rozmytym „parkowania ciężarówki” baza reguł jest zadana. Elementy sterownika, które są wyznaczone, to odpowiednie rozmyte wartości pomiaru i wartości sterowania. W rozpatrywanym sterowniku wyróżniono 17 funkcji przynależności zmiennych rozmytych. Każdą z tych funkcji przynależności (trójkątnych, patrz rys. 1, rys. 7) opisują trzy liczby. W sumie w sterowniku należy wyznaczyć 51 wartości parametrów (liczb rzeczywistych).

Poszukiwanie rozwiązania za pomocą strategii ewolucyjnej (SE) rozpoczyna się od punktu rozwiązania początkowego. Rozwiązanie początkowe wyznaczone jest za pomocą metody równomiernego podziału fizycznej przestrzeni parametrów sterujących opisaną w [8] i praktycznie przetestowaną w opisanym w punkcie 4 sterowniku. W kolejnych cyklach obliczeń prowadzonych za pomocą przyjętej strategii ewolucyjnej będzie przeszukiwane otoczenie punktu rozwiązania początkowego w celu znalezienia lepszego rozwiązania. Siłą napędową tych poszukiwań są operacje genetyczne które, modyfikując poszczególne chromosomy, dostarczają nowych rozwiązań.



Rys. 9. Sposób reprezentacji funkcji przynależności za pomocą chromosomu

Elementy STRATEGII EWOLUCYJNEJ:

- 1) **Chromosom**: Ciąg 51 genów, każdy jest liczbą rzeczywistą odpowiadającą wartościom opisującym funkcje przynależności zdefiniowane w sterowniku rozmytym. Metodę konstrukcji chromosomu jest objaśniona na rys. 9.
- 2) **Operacje genetyczne**: Mutacja i krzyżowanie (genami są liczby rzeczywiste) [2, 4, 5]. Sposób przeprowadzenia tych operacji genetycznych odbywa się według poniższych procedur:

Mutacja:

- wylosuj numer genu podlegającego mutacji w wybranym chromosomie;
- wylosuj kierunek zmiany wartości genu (+, -);
- zgodnie z wylosowanym kierunkiem zmiany zmień wartość genu o ustaloną wartość (proporcjonalnie do wartości wylosowanego genu).

Krzyżowanie:

- wylosuj trzy kolejne numery genów odpowiadające jednej funkcji przynależności;
 - w wybranych do krzyżowania chromosomach zamień wartości genów zgodnie z wylosowanymi numerami.
- 3) **Populacja**: Liczebność populacji chromosomów jest ustalana arbitralnie. Populacja początkowa (inicjująca) zostanie utworzona z chromosomów o identycznych wartościach, odpowiadających parametrom sterownika będącego rozwiązaniem początkowym.
 - 4) **Funkcja przystosowania chromosomów**: Ocena jakości poszczególnych chromosomów (rozwiązań reprezentujących wartości parametrów funkcji przynależności sterownika) w omawianej SE jest wyznaczana na podstawie wyników działania sterownika. Dla ocenianego chromosomu (reprezentujących kompletny zestaw funkcji przynależności sterownika) realizowane są trzy zadania sterowania, niezmiennie w eksperymencie, z wybranych miejsc początkowych „parkingu” przy zadanej liczbie kroków. Ocena jakości wykonanego zadania odbywa się na podstawie końcowego położenia ciężarówki (patrz rys. 10).

W trakcie wyznaczania oceny sterownika pod uwagę brana jest suma końcowa wartości znormalizowanych: odległości od osi rampy i kąta położenia ciężarówki względem osi rampy. Sterownik jest tym lepszy im uśredniona wartość oceny z trzech zrealizowanych zadań sterowania jest mniejsza. Przykładowy sposób wyznaczenia oceny sterownika omówiony jest w przykładzie 2.

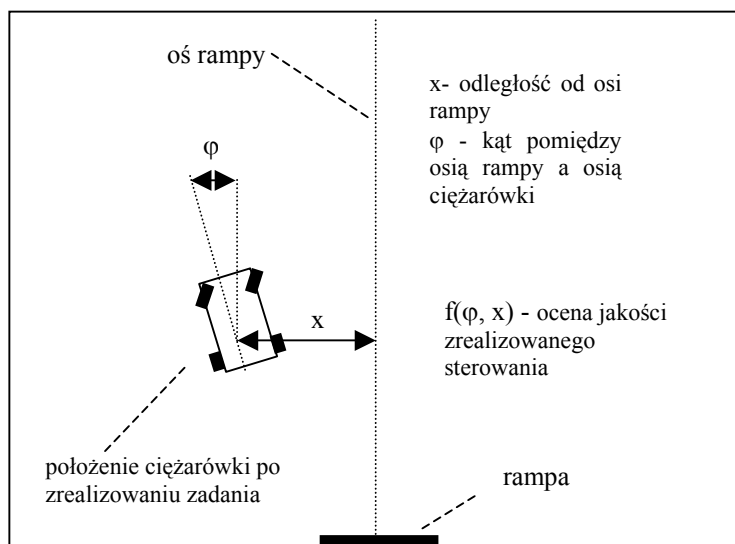
Przykład 2.

Po wykonaniu zadanej liczby kroków sterowania położenie końcowe ciężarówki jest określone przez: $\varphi = 9^0$ i $x = -11$. Zakres zmian wartości φ

wynosi $\pm 200^0$, a zakres zmian wartości x wynosi ± 150 (z przyjętych fizycznych wartości parametrów).

Wartość oceny, zrealizowanego sterowania, wyznacza się w następujący sposób:

$$f(\varphi, x) = |\varphi/180| + |x/150| = |9/180| + |-11/150| = 0,05 + 0,073 = \underline{0,123}$$



Rys. 10. Sposób oceny wykonania zadania przez sterownik ciężarówki

5) **Metoda selekcji:** Elitarny sposób selekcji zapewniający ochronę najlepiej przystosowanych osobników. Chromosomy o najmniejszej funkcji przystosowania są usuwane z populacji a ich miejsce zajmują chromosomy o wyższym wskaźniku wartości funkcji przystosowania.

6) **Realizacja obliczeń ewolucyjnych:**

W SE do obliczeń przyjęto:

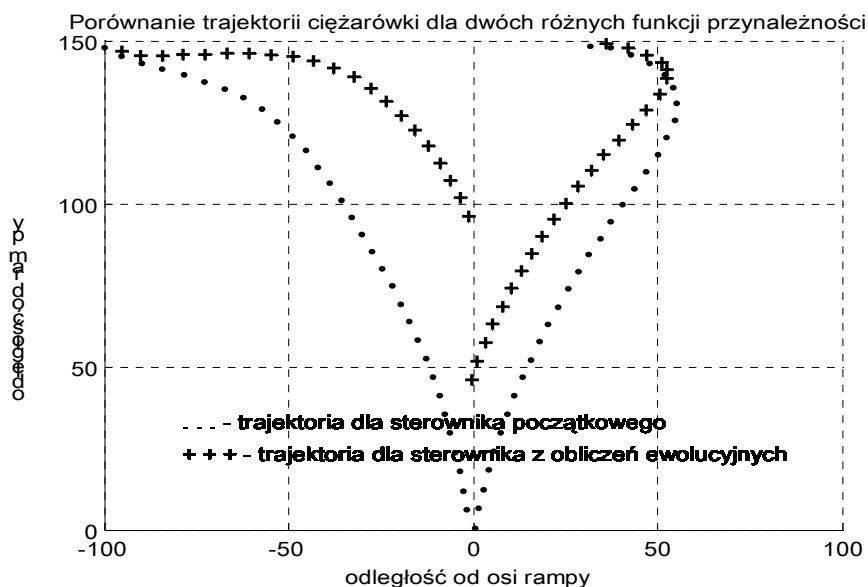
- prawdopodobieństwo mutacji chromosomu równe 0,8;
- prawdopodobieństwo krzyżowania chromosomów równe 0,2.

W trakcie obliczeń ewolucyjnych wartość funkcji przystosowania jest minimalizowana. Obliczenia ewolucyjne rozpoczynają się w jednym punkcie przestrzeni rozwiązań (wszystkie chromosomy posiadają tę samą wartość funkcji przystosowania). Podstawową siłą napędową poszukiwania nowych

rozwiązań jest operacja mutacji, w wyniku realizacji której następuje eksploracja przestrzeni rozwiązań wokół punktu rozwiązania początkowego.

7) Przykładowe rezultaty przeprowadzonych obliczeń ewolucyjnych:

Rys. 11 przedstawia przykładowe trasy „przejazdu ciężarówki” dla funkcji przynależności utworzonych w oparciu o metodę równomiernego rozłożenia parametrów zmiennych rozmytych w ich rzeczywistych dziedzinach [8] oraz po ich modyfikacji za pomocą SE. Sterownik, realizujący zadanie parkowania ciężarówki, którego parametry wyznaczono za pomocą zaproponowanej strategii ewolucyjnej po 132 krokach uzyskuje mniejszą odległość od osi rampy (patrz rys. 8) i tym samym szybciej parkuje ciężarówkę.



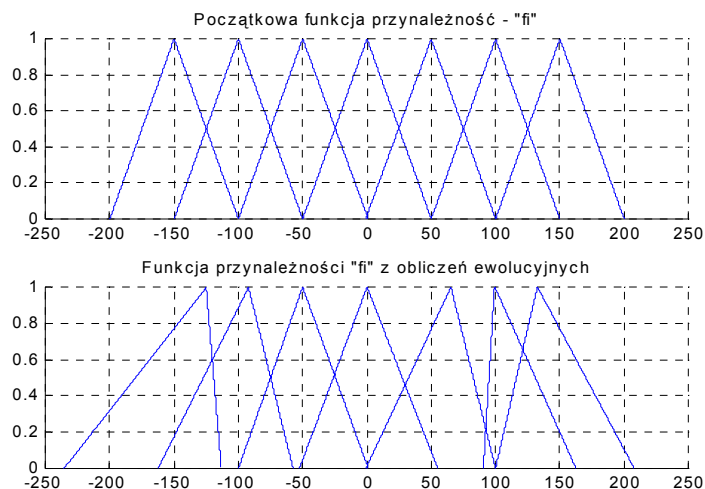
Rys. 11. Porównanie trajektorii „przejazdu ciężarówki” dla funkcji przynależności zmodyfikowanej przez SE z funkcją przynależności z populacji początkowej

Zmiany, jakie zostały wprowadzone do funkcji przynależności w wyniku przeprowadzonych obliczeń ewolucyjnych, przedstawia rys. 12 i 13. Na rysunkach tych porównano funkcje przynależności chromosomów w populacji inicjującej (rozwiązanie początkowe) z funkcjami przynależności najlepszego chromosomu, uzyskanego poprzez realizację strategii ewolucyjnej.

Warto zwrócić uwagę na charakterystyczne elementy, jakie wynikają z porównania funkcji przynależności przedstawionych na rys. 12 i 13.

- W przypadku funkcji przynależności wartości „fi” (rys. 12) w trakcie obliczeń ewolucyjnych uległy zmianie wartości liczb rozmytych

reprezentujących kąt położenia osi ciężarówka względem osi rampy odpowiadające „około $\pm 150^{\circ}$ ” i „około $\pm 100^{\circ}$ ”. Wartości tych liczb zostały przesunięte symetrycznie w kierunku liczby zero.



Rys. 12. Porównanie początkowej funkcji przynależności kąta położenia osi ciężarówka z funkcją przynależności uzyskaną za pomocą SE



Rys. 13. Porównanie początkowej funkcji przynależności kąta skręcenia kół ciężarówka z funkcją przynależności uzyskaną za pomocą SE

- W przypadku funkcji przynależności wartości „teta” (rys.13) trudno zauważyć podobne prawidłowości. W trakcie obliczeń nie uległa zmianie wartość sterowania „około $-36^{0''}$ ”, natomiast udział wartości sterowania „około $36^{0''}$ ” został zredukowany.

6. Wnioski końcowe

W artykule zaproponowano metodę wykorzystania strategii ewolucyjnej do bezpośredniego wyznaczania wartości parametrów sterownika rozmytego.

Proponowaną metodę przetestowano na sterowniku „parkowania ciężarówki”. Wykonane przykładowe obliczenia ewolucyjne wyznaczenia wartości parametrów sterownika są obiecujące. Uzyskano lepsze rezultaty działania sterownika w stosunku do rozwiązania początkowego zaprojektowanego na podstawie metody opisanej w [8].

Literatura

- [1] Driankov D., Hellendoorn H., Reinfrank M., *Wprowadzenie do sterowania rozmytego*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1996.
- [2] Goldberg D. E., *Algorytmy genetyczne i ich zastosowania*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne 1998.
- [3] Kwaśnicka H., *Obliczenia ewolucyjne w sztucznej inteligencji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1999.
- [4] Michalewicz Z., *Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne*, Wydawnictwo Naukowo Techniczne 1996.
- [5] Murawski K., *Obliczenia ewolucyjne – geneza i zastosowanie*, Biuletyn Instytutu Automatyki i Robotyki, Nr 15/2001, WAT.
- [6] Piegat A., *Modelowanie i sterowanie rozmyte*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 1999.
- [7] Rutkowska D., *Inteligentne systemy obliczeniowe. Algorytmy Sieci neuronowe w systemach rozmytych*, Akademicka Oficyna Wydawnicza PCJ, 1997.
- [8] Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L., *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999.
- [9] Rutkowski L., Cpałka K., *Elastyczne systemy rozmyto-neuronowe*, XIV Krajowa Konferencja Automatyki, Zielona Góra, 24-27.06.2002, tom II, str. 813-818.

- [10] Szymczak M., Kwiatkowski W., *Przykład zastosowania regulatorów rozmytych w dwupoziomowym układzie sterowania*, Biuletyn Instytutu Automatyki i Robotyki, WAT, Nr 9/1997.
- [11] Zadeh L. A., *Fuzzy sets*, Information and Control, 8(1965), s.338-353.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Stanisław Paszkowski

Praca wpłynęła do redakcji: 01.12.2003r.