

Okres życia sieci procesorów o strukturze logicznej typu sześcianu 4-wymiarowego diagnozowanej metodą porównawczą

Zbigniew ZIELIŃSKI, Roman KULESZA

Instytut Teleinformatyki i Automatyki WAT,
ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa
z.zielinski@ita.wat.edu.pl

STRESZCZENIE: W artykule rozpatrzono przypadek, gdy system jest jednorodną siecią procesorów o strukturze logicznej typu sześcianu 4-wymiarowego, w której tylko procesory ulegają uszkodzeniom trwałym oraz diagnozowanie procesorów wykonywane jest metodą porównawczą. Zdefiniowano i wyznaczono metodą analityczną charakterystyki degradacji sieci oraz rozkłady prawdopodobieństwa liczby uszkodzeń procesorów roboczych sieci typu 4-wymiarowego sześcianu, po której traci ona zdolność do funkcjonowania.

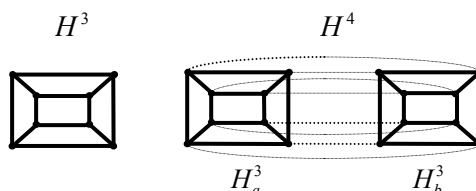
SŁOWA KLUCZOWE: diagnostyka systemowa, systemy tolerujące uszkodzenia, sieci procesorów typu hipersześcianu, sieci degradowane.

1. Wprowadzenie

Strukturę logiczną sieci procesorów nazywamy strukturą typu sześcianu δ -wymiarowego ($\delta \geq 3$), jeżeli opisuje ją taki spójny graf zwykły $H^\delta = \langle E, U \rangle$, gdzie E oznacza zbiór procesorów, a U – zbiór dwukierunkowych linii transmisji danych między procesorami, którego węzły można opisać δ -wymiarowymi wektorami binarnymi (etykietami) w ten sposób, że odległość Hamminga między wektorami opisującymi węzły przyległe równa się jeden [14]. Graf H^δ nazywa się sześcianem δ -wymiarowym.

Rozpatrujemy sieć typu H^4 o łagodnej degradacji, w której nie dokonuje się naprawy (ani wymiany) procesora, który uległ uszkodzeniu lecz eliminuje się go z sieci (blokuje się dostęp do niego), a nowa (zdegradowana) sieć kontynuuje funkcjonowanie, pod warunkiem, że spełnia określone wymagania (kryteria degradacji).

Graf H^4 będziemy przedstawiać jako taką kompozycję grafów bliźniaczych H_a^3 i H_b^3 , $H^4 = H_a^3 \oplus H_b^3$ (rys. 1), że $E(H^4) = E(H_a^3) \cup E(H_b^3)$ oraz $U(H^4) = U(H_a^3) \cup U(H_b^3) \cup U^*$, $|U^*| = 2^3$.



Rys. 1. Sześciany H^3 oraz $H^4 = H_a^3 \oplus H_b^3$

Diagnozowanie sieci procesorów metodą porównawczą polega na wnioskowaniu o stanie zdatności procesorów sieci w oparciu o wyniki zbioru prób porównawczych, w każdej z których uczestniczą trzy procesory. Jeden z nich, zwany komparatorem, zleca dwóm przyległym do niego procesorom jednakowe zadanie oraz sprawdza, czy wyniki wykonania tego zadania są identyczne [1], [2], [3], [7], [13], [14].

Przyjmujemy, że linie transmisji danych są niezawodne, a struktura robocza sieci jest takim spójnym podgrafem grafu H^4 , określonym przez regułę degradacji klasy, dla którego istnieje 1-detekcyjna struktura diagnozowania porównawczego [7].

Sieci procesorów o strukturze logicznej typu sześcianu znajdują liczne zastosowania w obszarach związanych z bezpieczeństwem i są nadal przedmiotem wielu badań teoretycznych [2], [8], [10], [11], [16], [17]. Jest to z jednej strony wynikiem rozwoju technologii wytwarzania układów bardzo dużej skali integracji oraz z drugiej strony tego, że sieci te mogą zachować zdolność do poprawnego funkcjonowania oraz wysoki potencjał obliczeniowy, pomimo nieodwracalnego uszkodzenia się pewnej liczby procesorów.

Sieci o strukturze logicznej typu sześcianu 4-wymiarowego należą do klasy sieci homogenicznych, a więc charakteryzują się, między innymi, jednakowym prawdopodobieństwem uszkodzenia się dowolnego procesora. Sieci takie znajdują (głównie) zastosowanie w systemach czasu rzeczywistego, od których wymaga się dużej wiarygodności wyniku przetwarzania danych przez cały okres eksploatacji sieci. Zapewnienie wysokiego poziomu wiarygodności osiąga się poprzez zastosowanie techniki diagnozowania systemowego na bieżąco.

Artykuł składa się z pięciu części oraz podsumowania. W części drugiej przedstawiono w zarysie strategię eksploataowania sieci, bazującą na podziale okresu życia sieci na przemienne okresy robocze i seanse diagnostyczne oraz zastosowaniu metody diagnozowania porównawczego z wykorzystaniem testu l -detekcyjnego. W części trzeciej wprowadzono pojęcie charakterystyki degradacji struktury, a w części czwartej przedstawiono ogólny zarys metody wyznaczenia charakterystyki degradacji sieci. W części piątej wyznaczono charakterystyki degradacji sieci dla dwóch kryteriów degradacji. Na podstawie wyznaczonych charakterystyk degradacji sieci wyznaczono rozkłady prawdopodobieństwa liczby uszkodzeń procesorów roboczych sieci typu 4-wymiarowego sześcianu, po której traci ona zdolność do funkcjonowania. W podsumowaniu sformułowano wnioski wynikające z analizy wyników przedstawionych w artykule.

2. Strategia eksploataowania sieci

Sposób funkcjonowania sieci polega na podziale jej okresu życia na przemienne okresy robocze i seanse diagnostyczne, które powtarzają się na tyle często, aby móc przyjąć założenie, że prawdopodobieństwo uszkodzenia się w okresie roboczym więcej niż jednego procesora sieci jest zerowego rzędu.

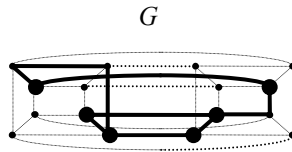
Przed każdym okresem roboczym, każdy procesor (nie wykluczony z sieci z powodu niezdatności lub reguły degradacji sieci) zna obowiązującą (w najbliższym seansie diagnostycznym) l -detekcyjną strukturę diagnozowania sieci.

W określonym seansie diagnostycznym wszystkie procesory robocze sieci wykonują jednakowe zadanie o ustalonej skuteczności kontrolnej, a komparatory rozsyłają komunikaty o negatywnych wynikach określonych prób porównawczych. Jeżeli nie ma negatywnego wyniku żadnej z prób porównawczych, to sieć przechodzi do trybu roboczego, w przeciwnym przypadku następuje próba lokalizacji niezdatnego procesora. Jeżeli niezdatny procesor zostaje zlokalizowany, to zgodnie z obowiązującą regułą degradowania sieci wyznaczana jest struktura zdegradowana (o ile istnieje) lub następuje koniec życia sieci.

Niech $\tilde{G}_p(H^4)$ oraz $\check{G}_p(\check{H}^4)$ oznacza (odpowiednio) zbiór spójnych nieetykietowanych oraz etykietowanych podgrafów grafu H^4 rzędu p , a $\nu(G)$ -liczbę sposobów przypisania etykiet węzłom struktury $G \in \tilde{G}_p(H^4)$.

Strukturę $G \in \check{G}(H^4)$ będziemy traktować jako kompozycję podgrafów $\langle E(G) \rangle_{H_a^3}$ i $\langle E(G) \rangle_{H_b^3}$ grafu G w podsześcianach bliźniaczych H_a^3 i H_b^3 , sześcianu H^4 (rys. 2). Wektor $\langle \alpha_a(G), \alpha_b(G), \alpha(G) \rangle$ ($\alpha_a(G) \geq \alpha_b(G)$), gdzie $\alpha_x(G) = |E(\langle E(G) \rangle_{H_x^3})|$, $x \in \{a, b\}$ oraz $\alpha(G) = |\{u \in U(G) : (E(u) \cap E(\langle E(G) \rangle_{H_a^3}) \neq \emptyset) \wedge (E(u) \cap E(\langle E(G) \rangle_{H_b^3}) \neq \emptyset)\}|$ ($E(u)$ – zbiór węzłów incydentnych z krawędzią u) wyznacza klasę kompozycji struktury $G \in \check{G}(H^4)$.

Dla przykładu, struktura G (rys. 2) należy do klasy kompozycji $\langle 5, 4, 3 \rangle$.



Rys. 2. Przykład struktury $G \in \check{G}^C(H^4)$ należącej do klasy kompozycji $\langle 5, 4, 3 \rangle$

Oznaczmy przez $\check{G}_p^A(H^4)$ oraz $\check{G}_p^C(H^4)$, odpowiednio, zbiory acyklicznych oraz cyklicznych nieetykietowanych struktur o p procesorach, a przez $\check{G}_p^D(\tilde{H}^4)$ – zbiór spójnych podgrafów grafu H^4 , które są drzewami o p węzłach ($p \geq 6$).

Do wyznaczenia charakterystyki degradacji sieci procesorów o strukturze logicznej typu sześcianu H^4 potrzebna jest znajomość zbiorów struktur roboczych określonego rzędu p dla przyjętego kryterium degradacji oraz ich liczebności.

W [8], [10], [17] wyznaczono liczebności zbiorów spójnych struktur $\check{G}_p(\tilde{H}^4)$, etykietowanych $\check{G}_p^C(\tilde{H}^4)$ oraz nieetykietowanych $\check{G}_p^C(H^4)$ struktur cyklicznych i etykietowanych drzew $\check{G}_p^D(\tilde{H}^4)$ o $p \in \{4, \dots, 8\}$ procesorach (tab. 1) za pomocą działań na grafach, stanowiących tak zwane skondensowane obrazy struktur [10]. Więcej informacji na ten temat można znaleźć w pracach [8], [10], [17], [18].

Tab. 1. Liczebność zbiorów etykietowanych struktur spójnych, cyklicznych i drzew oraz nieetykietowanych struktur cyklicznych w zależności od rzędu struktury $p \in \{4, \dots, 8\}$

Liczebność struktur:	Rząd struktury (p)				
	8	7	6	5	4
$ \tilde{G}_p(\tilde{H}^4) $	5088	3176	1448	736	280
$ \tilde{G}_p^c(\tilde{H}^4) $	664	112	128	0	24
$ \tilde{G}_p^c(H^4) $	6	2	2	0	1
$ \tilde{G}_p^D(\tilde{H}^4) $	632	1384	624	544	256

Rozpatrujemy dwa różne sposoby eksploatacji sieci, wynikające z dwóch kryteriów degradacji K , $K \in \{\Lambda, C\}$.

Pierwszy z nich (oznaczymy go przez Λ), to taki, że kolejną po uszkodzeniu się procesora $e' \in E(G)$ strukturą roboczą sieci jest najbardziej liczna składowa spójności podgrafu $\langle E(G) \setminus \{e'\} \rangle_G$, która spełnia warunek:

$$(|E(G)| > 3) \wedge (\mu(G) < |E(G)| - 1), \quad (1)$$

gdzie $\mu(G)$ oznacza stopień grafu G .

Drugi sposób – (C), polega na tym, że zdegradowaną strukturą struktury $G \in \tilde{G}_i^c(\tilde{H}^4)$, ($i > 6$) po uszkodzeniu się procesora $e' \in E(G)$ jest najliczniejsza (w sensie liczby węzłów) taka cykliczna składowa spójności G' podgrafu $\langle E(G) \setminus \{e'\} \rangle_G$, że $|E(G')| \geq 6$.

Sieć procesorów traci zdolność do dalszego funkcjonowania (kończy życie), jeżeli po stwierdzeniu jej niezdatności, I -detekcyjny test porównawczy nie może zlokalizować niezdatnego procesora lub gdy zlokalizowanie i wyeliminowanie niezdatnego procesora nie daje możliwości utworzenia spójnej acyklicznej (kryterium Λ) lub spójnej cyklicznej (kryterium C) struktury zdegradowanej, która jest strukturą I -detekcyjną.

Zauważmy, że struktura $G \in \tilde{G}^A(H^4)$ jest strukturą I -detekcyjną, jeżeli spełniony jest warunek (1), a struktura $G' \in \tilde{G}^C(H^4)$ jest strukturą I -diagnozowalną, przy czym $|E(G')| \geq 6$.

Wiadomo (tab. 2) [10], [17], że dla struktury $G \in \tilde{G}_p(H^4)$ ($p \geq 6$) istnieje I -detekcyjna struktura diagnozowania porównawczego, ale struktura I -diagnozowalna (zdolna do zlokalizowania niezdatnego procesora) istnieje tylko dla struktur cyklicznych oraz takich struktur acyklicznych, które mają co najmniej dziewięć procesorów.

Ponieważ średnia zdolność struktury nie I -diagnozowalnej do zlokalizowania niezdatnego procesora dla kryterium Λ jest stosunkowo wysoka (co najmniej 0,85 dla struktur rzędu $p > 4$, por. tab. 2), a częstość wystąpienia struktury nie I -diagnozowalnej wśród struktur spójnych – stosunkowo niska (z wyjątkiem struktury terminalnej), to poprzestajemy na stosowaniu tylko I -detekcyjnej struktury diagnozowania porównawczego przyjmując, że brak możliwości zlokalizowania niezdatnego procesora w strukturze, która nie jest strukturą terminalną, powoduje koniec życia sieci. Tak więc, $r(\Lambda) = 4$ oraz $r(C) = 6$, gdzie $r(K)$ oznacza rząd struktury terminalnej dla kryterium degradacji $K \in \{\Lambda, C\}$. Charakterystyki degradacji struktur wyznaczamy przy założeniu, że zdolność struktury nie terminalnej (dla kryterium Λ) do zlokalizowania niezdatnego procesora jest równa jeden.

Niech $G_i^{R(K)}(H^\delta)$ oraz $G_i^{R(K)}(\tilde{H}^\delta)$ oznaczają, odpowiednio, zbiory nietykietowanych oraz etykietowanych struktur roboczych sieci procesorów, o strukturze logicznej typu sześciianu δ -wymiarowego, rzędu i (zawierających i procesorów roboczych) dla określonego kryterium degradacji $K \in \{\Lambda, C\}$.

3. Charakterystyka degradacji struktury

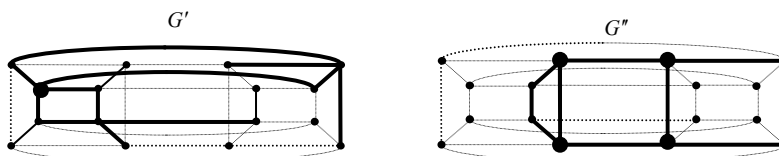
Uszkodzenie się procesora, po którym nie istnieje struktura robocza, powoduje niezdatność sieci. Procesor, którego uszkodzenie się powoduje niezdatność sieci nazywamy procesorem krytycznym, strukturę roboczą, w której istnieje procesor krytyczny – strukturą krytyczną, a strukturę krytyczną, w której każdy procesor jest procesorem krytycznym – strukturą terminalną.

Dla przykładu, struktura robocza G' (rys. 3) sieci procesorów o strukturze logicznej typu sześciianu H^4 diagnozowana metodą porównawczą, zawierająca jedenaście procesorów roboczych, jest strukturą krytyczną o jednym procesorze krytycznym w przypadku zastosowania kryterium degradacji Λ , a struktura G'' jest strukturą krytyczną o czterech procesorach krytycznych w przypadku kryterium degradacji C .

Do wyznaczenia charakterystyk degradacji niezbędna jest znajomość zbiorów struktur roboczych $G_i^{R(K)}(H^\delta)$ oraz $G_i^{R(K)}(\tilde{H}^\delta)$, $i \in \{r(K), \dots, 2^\delta\}$, dla kryteriów degradacji oraz wartości $\nu(G')$ tj. liczby sposobów przypisania etykiet węzłom grafu $G' \in G_i^{R(K)}(H^\delta)$.

Tab. 2. Wybrane charakterystyki degradowanych struktur rzędu $p \in \{4, \dots, 8\}$ dla kryteriów degradacji Λ i C

	Liczba procesorów struktury (p)				
	8	7	6	5	4
$ G_p^{R(\Lambda)}(\tilde{H}^4) $	5088	3176	1448	720	216
liczba struktur nie I -diagnostowalnych	48	240	456	384	216
% struktur nie I -diagnostowalnych	1	7,6	31	53	100
średnia zdolność struktury nie I -diagnostowalnej do zlokalizowania niezdatnego procesora	0,995	0,953	0,92	0,85	0,52
$ G_p^{R(C)}(\tilde{H}^4) $	664	112	128	0	24
liczba struktur nie I -diagnostowalnych	0	0	0	-	24
% struktur nie I -diagnostowalnych	0	0	0	-	100
średnia zdolność struktury nie I -diagnostowalnej do zlokalizowania niezdatnego procesora	-	-	-	-	0,67



Rys. 3. Przykłady struktur krytycznych: G' – o 11 procesorach dla kryterium degradacji Λ , G'' – o 8 procesorach dla kryterium degradacji C (zaznaczono procesory krytyczne struktur)

Oznaczmy przez $p_j^i(G, K)$ oraz $p_{\bullet}^i(G, K)$, odpowiednio, prawdopodobieństwa zdarzeń, że struktura robocza $G \in G_i^{R(K)}(H^\delta)$ rzędu i zmienia się (po uszkodzeniu się procesora tej struktury) na strukturę roboczą rzędu $j \in \{i-1, i-2, \dots\}$ przy przyjętym kryterium degradacji struktury K oraz, że

przestaje być strukturą roboczą (że sieć staje się niezdatna), to jest:

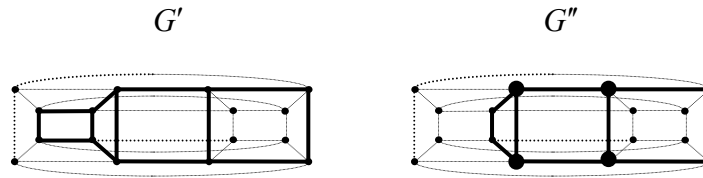
$$p_j^i(G, K) = [i]^{-1} \cdot \left| \{e \in E(G) : (\exists_{G' \in S(\langle E(G) \setminus e \rangle_G)} : G' \in G^{R(K)}(H^\delta)) \wedge (i - |E(G')| = j)\} \right| \quad (2)$$

$$p_\bullet^i(G, K) = [i]^{-1} \cdot \left| \{e \in E(G) : (\forall_{G' \in S(\langle E(G) \setminus e \rangle_G)} : G' \notin G^{R(K)}(H^\delta))\} \right|, \quad (3)$$

gdzie $S(\langle E(G) \setminus e \rangle_G)$ oznacza zbiór składowych spójności podgrafu $\langle E(G) \setminus e \rangle_G$.

Parę $\pi(G, K) = \langle p^i(G, K); p_\bullet^i(G, K) \rangle$, gdzie $p^i(G, K) = (p_{i-1}^i(G, K), \dots, p_{i-s(i)}^i(G, K))$, $5 \leq i \leq 2^\delta$, $s(i) \leq i - 5$ nazywamy **charakterystyką degradacji struktury** $G \in G_i^{R(K)}(H^\delta)$.

Charakterystyka degradacji struktury wynika bezpośrednio z jej postaci graficznej (dla struktury $G' \in G_{11}^{R(\Lambda)}(H^4)$ z rys. 3 jest ona następująca $\pi(G', \Lambda) = \langle (8/11, 0, 2/11); 1/11 \rangle$). Dla przykładu z rys. 4 struktura G' nie jest strukturą krytyczną oraz ma charakterystykę degradacji $\pi(G', C) = \langle (2/10, 4/10, 0, 4/10); 0 \rangle$, a struktura G'' jest strukturą krytyczną o czterech (zaznaczonych) procesorach krytycznych oraz $\pi(G'', C) = \langle (0, 4/8); 4/8 \rangle$.



Rys. 4. Przykłady określenia charakterystyki degradacji struktury $\pi(G', C) = \langle (2/10, 4/10, 0, 4/10); 0 \rangle$ oraz $\pi(G'', C) = \langle (0, 4/8); 4/8 \rangle$ (zaznaczono węzły krytyczne struktury)

4. Charakterystyka degradacji sieci

Zbiór $\{\langle p^i(\tilde{H}^\delta, K); p_\bullet^i(\tilde{H}^\delta, K) \rangle : i \in \{r(K), \dots, 2^\delta\}\}$ nazywamy **charakterystyką degradacji sieci** procesorów o strukturze logicznej typu sześcianu H^δ dla kryterium degradacji struktury K , przy czym

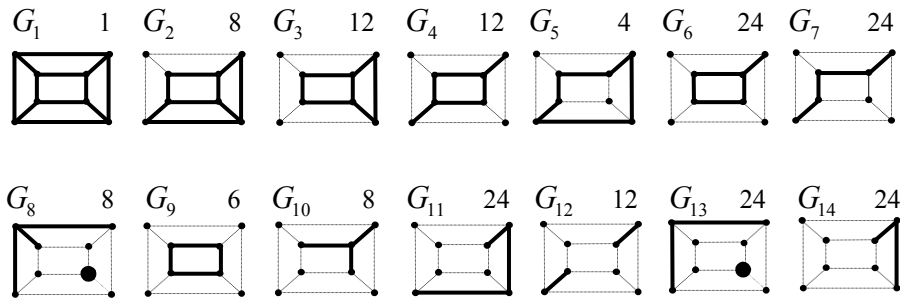
$$p_j^i(\tilde{H}^\delta, K) = |G_i^{R(K)}(\tilde{H}^\delta)|^{-1} \sum_{G \in G_i^{R(K)}(H^\delta)} p_j^i(G, K) \nu(G), \quad (4)$$

$$p_i^i(\tilde{H}^\delta, K) = |G_i^{R(K)}(\tilde{H}^\delta)|^{-1} \sum_{G \in G_i^{R(K)}(\tilde{H}^\delta)} p_i^i(G, K) \nu(G). \quad (5)$$

Znajomość charakterystyk degradacji sieci dla obu kryteriów $K \in \{\Lambda, C\}$ wystarcza do zrealizowania celu niniejszego artykułu.

Do wyznaczenia charakterystyki degradacji sieci procesorów o strukturze logicznej typu sześcianu H^4 potrzebna jest znajomość zbioru struktur roboczych $G \in \tilde{G}_p^{R(K)}(H^4)$ rzędu $p \in \{r(K), \dots, 16\}$, liczby $\nu(G)$ – możliwych sposobów przypisania etykiet węzłom struktury G oraz charakterystyki degradacji $\pi(G, K)$ struktury G .

Zbiór struktur roboczych $G \in G_p^{R(K)}(H^4)$, $p \in \{r(K), \dots, 16\}$, sieci o strukturze logicznej typu H^4 wyznaczymy posługując się zbiorem wzorców $\hat{G}(H_a^3)$ [10], które mogą indukować struktury $G' \in G_p^{R(K)}(H^4)$, $p \geq r(K)$, zależnie od rozpatrywanego kryterium degradacji. Zbiór $\hat{G}(H_a^3)$ oraz liczebność $\nu(G)$, ($G \in \hat{G}(H_a^3)$), grupy węzłowej (zbioru przekształceń automorficznych) grafu G wyznaczono w pracy [10] (rys. 5). Sposób określenia liczby $\nu(G)$ można znaleźć w [5], [8].



Rys. 5. Zbiór $\hat{G}(H_a^3)$ wzorców [10], które mogą indukować struktury $\tilde{G}_p(H^4)$ ($p \geq 6$) (podano liczebność grupy węzłowej grafu $G \in \hat{G}(H_a^3)$)

Do wyznaczenia zbioru struktur roboczych określonego rzędu p , $G \in G_p^{R(K)}(H^4)$, $p \in \{r(K), \dots, 16\}$, należy określić klasy kompozycji struktur $\aleph^p = \langle G_i, \zeta_p \rangle$ ($G_i \in \hat{G}(H_a^3)$, $\zeta_p = \langle \alpha_a, \alpha_b, \alpha \rangle$), które indukują strukturę

$G \in G_p^{R(K)}(\tilde{H}^4)$ takie, że $|E(G')| = \alpha_a$ i $\alpha_a + \alpha_b = p$ oraz dokonać ich redukcji (wyłączając grafy izomorficzne).

Aby wyznaczyć $|G_p^{R(K)}(\tilde{H}^4)|$ dla $p \geq r(K)$, wystarczy dla każdej klasy kompozycji $\mathfrak{N}_i^p = \langle G_i, \zeta_p \rangle$ obliczyć sumę indukowanych przez nie struktur.

Na podstawie [10] wiadomo, że roboczą strukturę cykliczną $G \in G_p^{R(C)}(H^4)$ mogą indukować tylko takie pary $\langle G', \langle \alpha_a, \alpha_b, \alpha \rangle \rangle$, że $G' \in \tilde{G}(H_a^3)$.

Przedstawimy teraz w zarysie sposób postępowania (algorytm) przy wyznaczaniu charakterystyk degradacji sieci procesorów o strukturze logicznej typu sześcianu H^4 dla określonego kryterium degradacji struktury $K \in \{\Lambda, C\}$.

Algorytm

Krok 0. Ustal kryterium degradacji, jeżeli $K = \Lambda$ przyjmij $r(K) = 5$, dla $K = C$ przyjmij $r(K) = 7$;

POWTARZAJ (Krok 1 – Krok 3) dla wszystkich $p \in \{r(K), \dots, 16\}$

{
Krok 1.

Określić klasy kompozycji struktur $\mathfrak{N}_i^p = \{\langle G_i, \zeta_p \rangle\}$ ($G_i \in \hat{G}(H_a^3)$, $\zeta_p = \langle \alpha_a, \alpha_b, \alpha \rangle$), które indukują struktury $G \in G_p^{R(K)}(\tilde{H}^4)$ takie, że $|E(G_i)| = \alpha_a$ i $\alpha_a + \alpha_b = p$;

Krok 2.

Dla każdej struktury $G' \in G_p^{R(K)}(H^4)$ w ustalonej klasie kompozycji \mathfrak{N}_i^p ($G' \in G(\mathfrak{N}_i^p)$):

- a) wyznaczyć wartości $v(G')$ tj. liczby sposobów przypisania etykiet węzłom grafu $G' \in G_p^{R(K)}(H^4)$;
- b) wyznaczyć wartości $p_j^p(G', K)$ dla $j = p-1, p-2, \dots$, oraz $p_\bullet^p(G', K)$ rozpatrując $\forall e \in E(G')$ zgodnie z kryterium degradacji K wszystkie składowe spójności podgrafu $\langle E(G') \setminus e \rangle_{G'}$;

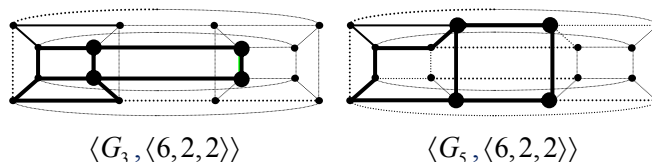
Krok 3.

Wykorzystując wyniki uzyskane w Kroku 2 a) i b) obliczyć na podstawie zależności (2.4) i (2.5) charakterystyki dla struktur rzędu p tj. $p_j^p(\tilde{H}^4, K)$ oraz $p_\bullet^p(\tilde{H}^4, K)$.

} /* Koniec algorytmu */

Dla przykładu, stosując przedstawiony algorytm dla spójnych struktur cyklicznych rzędu 8 ($p = 8$, kryterium degradacji $K = C$), w kroku 1 otrzymamy następujący zbiór par $\{\langle G_i, \zeta_8 \rangle\} = \{\langle G_1, \langle 8, 0, 0 \rangle\rangle, \langle G_3, \langle 6, 2, 2 \rangle\rangle, \langle G_5, \langle 6, 2, 2 \rangle\rangle, \langle G_7, \langle 5, 3, 2 \rangle\rangle, \langle G_6, \langle 5, 3, 3 \rangle\rangle, \langle G_9, \langle 4, 4, 2 \rangle\rangle, \langle G_{11}, \langle 4, 4, 2 \rangle\rangle, \langle G_{10}, \langle 4, 4, 4 \rangle\rangle, \langle G_{11}, \langle 4, 4, 4 \rangle\rangle\}$. Struktury $G' \in G_8^{R(C)}(H^4)$ indukowane przez pary $\langle G_3, \langle 6, 2, 2 \rangle\rangle, \langle G_5, \langle 6, 2, 2 \rangle\rangle$ przedstawiono na rys. 6.

Zauważmy, że jeżeli zmienne losowe opisujące stan zdadności poszczególnych procesorów sieci są wzajemnie niezależne oraz prawdopodobieństwo uszkodzenia się dowolnego procesora jest jednakowe, to $p_j^i(\tilde{H}^4, K)$ oraz $p_\bullet^i(\tilde{H}^4, K)$ oznaczają prawdopodobieństwa zdarzeń, odpowiednio, że struktura robocza $G \in G_i^{R(K)}(H^4)$ rzędu i zostanie zdegradowana przy zastosowaniu kryterium degradacji K (po uszkodzeniu się procesora tej struktury) do struktury rzędu j oraz, że sieć stanie się nieprzydatna do dalszego użytkowania.



Rys. 6. Przykłady struktur indukowanych przez pary: $\langle G_3, \langle 6, 2, 2 \rangle\rangle, \langle G_5, \langle 6, 2, 2 \rangle\rangle$

Stosując zaproponowaną metodę, po obliczeniach (dosyć pracochłonnych), wyznaczono charakterystykę degradacji sieci o początkowej strukturze logicznej typu H^4 dla kryterium degradacji Λ (tab. 3) oraz dla degradowalnej sieci cyklicznej – kryterium C (tab. 4).

Tab. 3. $\{\{p^i(\tilde{H}^4, \Lambda); p_\bullet^i(\tilde{H}^4, \Lambda)\} : i \in \{5, \dots, 13\}\}$

$i \setminus j$	$i-1$	$i-2$	$i-3$	$i-4$	$i-5$	p_\bullet^i
13	0,9912	0,0088				0
12	0,9820	0,0180				0
11	0,9510	0,0432	0,0045			0,0013
10	0,8684	0,1029	0,0225	0,0037		0,0025
9	0,7523	0,1461	0,0493	0,0354	0,0095	0,0074
8	0,6544	0,1824	0,0913	0,0374		0,0345
7	0,5786	0,2103	0,1003			0,1108
6	0,5493	0,1814				0,2693
5	0,4500					0,5500

Tab. 4. $\{\langle p^i(\tilde{H}^A, C); p_{\bullet}^i(\tilde{H}^A, C) \rangle : i \in \{5, \dots, 13\}\}$

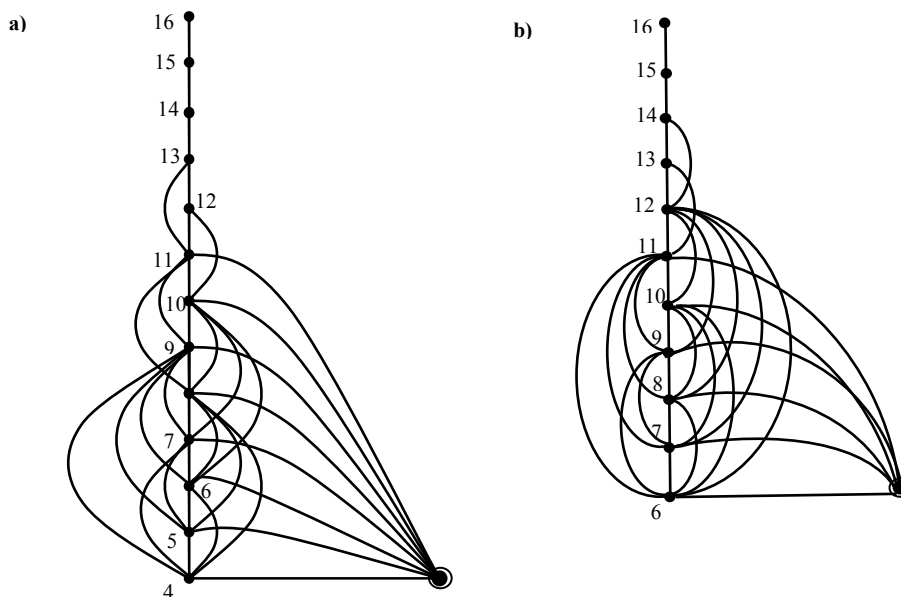
$i \setminus j$	$i-1$	$i-2$	$i-3$	$i-4$	$i-5$	p_{\bullet}^i
16	1					0
15	1					0
14	0,870	0,130				0
13	0,796	0,204				0
12	0,604	0,267	0,119	0,005	0,005	0
11	0,541	0,247	0,138	0,034	0,033	0,007
10	0,384	0,218	0,149	0,139		0,112
9	0,316	0,103	0,226			0,355
8	0,032	0,323				0,645
7	0,245					0,755
6						1

5. Okres życia sieci

Sieć procesorów zachowuje zdolność do funkcjonowania pomimo nieodwracalnego uszkodzania się procesorów, jeżeli jej struktura robocza jest zdolna do detekcji jednego niezdatnego procesora metodą porównawczą, a więc, jeżeli spełnia zależność (1).

Korzystając z wyników przedstawionych w tab. 3 i 4 łatwo wyznaczamy rozkłady prawdopodobieństwa $P_{H^A}^{\Lambda} \{\xi = k\}$ i $P_{H^A}^C \{\xi = k\}$, $k \in \{1, 2, \dots\}$ liczby kolejnych uszkodzeń procesorów sieci o początkowej strukturze logicznej \tilde{H}^A , po której zgodnie z przyjętą regułą degradacji, sieć traci zdolność do poprawnego funkcjonowania przy założeniu, że uszkodzenia procesorów są wzajemnie niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym prawdopodobieństwie.

Charakterystyki degradacji sieci (tab. 3 i 4) jednoznacznie określają diagramy degradacji liczby procesorów roboczych sieci (rys. 7a i 7b). Wystarczy zatem wyznaczyć sumę prawdopodobieństw przejść sieci od stanu początkowego do stanu niezdatności po wszystkich ścieżkach diagramu o długości k , aby określić wartości $P_{H^A}^K \{\xi = k\}$, $K \in \{\Lambda, C\}$ (rys. 8).

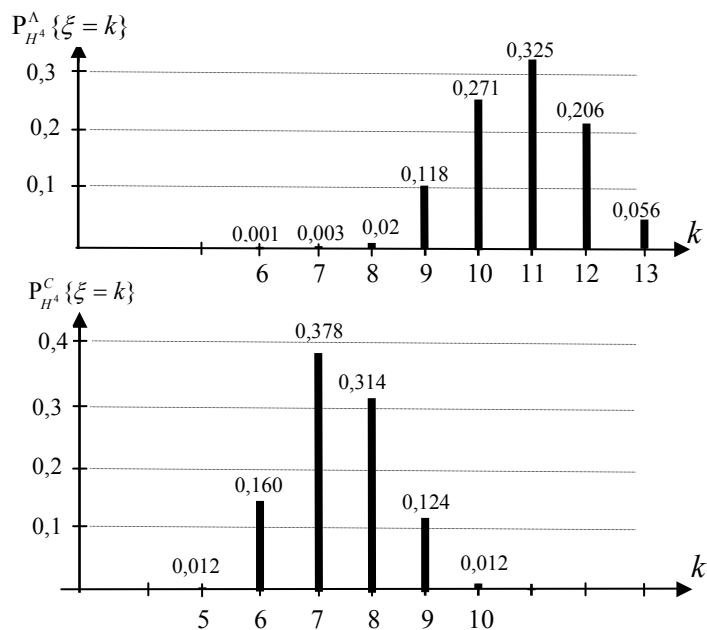


Rys. 7. Diagramy degradacji struktur roboczych sieci o podanej liczbie procesorów dla kryterium Λ (a) oraz dla kryterium C (b)

6. Podsumowanie

Rozpatrzono dwa kryteria wyboru struktury logicznej sieci zdegradowanej. W przypadku kryterium Λ wyznaczana jest najbardziej liczna składowa spójności struktury, która powstaje z poprzedniej struktury, po wyeliminowaniu z niej niezdatnego procesora. Sieć traci więc zdolność do funkcjonowania, jeżeli jej zdegradowana struktura nie pozwala na zastosowanie l -detekcyjnego testu porównawczego lub l -detekcyjny test nie pozwala na identyfikację niezdatnego procesora. Ze względu na przyjęte założenie, że zdolność struktury l -detekcyjnej do zlokalizowania niezdatnego procesora dla kryterium Λ wynosi 1, uzyskane wyniki (w przypadku tego kryterium degradacji) są przybliżone dla struktur o liczbie procesorów roboczych $p \leq 8$.

Wyznaczone rozkłady prawdopodobieństwa liczby kolejnych i nienaprawialnych uszkodzeń procesorów roboczych sieci typu sześcianu 4-wymiarowego (rys. 8), po której traci ona zdolność do funkcjonowania, pozwalają na wymierną ocenę monotonicznie malejącego potencjału obliczeniowego sieci o przyjętej strategii jej eksploatacji.



Rys. 8. Rozkłady prawdopodobieństwa liczby uszkodzeń procesorów sieci typu H^4 , po której kończy ona życie (dla kryterium Λ oraz C)

Analityczne wyznaczenie tych rozkładów wymagało opracowania metody wyznaczania charakterystyki degradacji sieci (pkt. 4), to jest prawdopodobieństw zdarzeń, że struktura robocza, zawierająca i procesorów, zmieni się (po uszkodzeniu się procesora tej struktury) na strukturę roboczą zawierającą $j \in \{i-1, i-2, \dots\}$ procesorów roboczych, oraz że przestanie być strukturą roboczą (sieć stanie się niezdatna).

Metoda ta, ze względu na ograniczoną objętość artykułu, została przedstawiona w sposób ogólny. Jej celem głównym było wyznaczenie charakterystyki degradacji sieci o strukturze typu H^4 (tab. 3 i 4). Zrealizowanie tego celu dało (przy okazji) wnikliwy obraz charakteru zmian roboczej struktury logicznej sieci wraz ze wzrostem stopnia jej degradacji.

Literatura

- [1] CARUSO A., CHESSA S., MAESTRINI P., SANTI P., *Diagnosability of Regular Systems*, J. Algorithms, Vol. 1, No. 1, 2002, pp. 1 – 12.
- [2] CHANG C. P., LAI P. L., TAN J. J. M., HSU L. H., *Diagnosability of t -Connected Networks and Product Networks under the Comparison Diagnosis Model*, IEEE Trans. Comput., Vol. 53, 2004, pp. 1582 – 1590.
- [3] CHANG G. Y., CHEN G. H., CHANG G. J., *(t, k) -Diagnosis for Matching Composition Networks under the MM^* Model*, IEEE Trans. Comput., Vol. 56, No. 1, 2007, pp. 73 – 79.
- [4] HSIEH S. H., CHEN Y. S., *Strongly Diagnosable Product Networks Under the Comparison Diagnosis Model*, IEEE Trans. Comput., Vol. 57, No. 6, 2008, pp. 721 – 732.
- [5] KULESZA R., Podstawy diagnostyki sieci logicznych i komputerowych, WAT, Warszawa, 2000.
- [6] KULESZA R., ZIELIŃSKI Z., CHUDZIKIEWICZ J., *Reconfiguration of the Ring Structure in a Hypercube Computer Network with Faulty Links*, 9th IMEKO TC-10, International Conference on Technical Diagnostics, 22-24 September 1999, Wrocław, Poland, pp. 159 – 164.
- [7] KULESZA R., ZIELIŃSKI Z., *Wnikliwość diagnozowania sieci procesorów metoda porównawczą*, Systemy czasu rzeczywistego. Postępy badań i zastosowania, Warszawa, WKŁ, 2009, str. 199 – 210.
- [8] KULESZA R., ZIELIŃSKI Z., *The life period of the hypercube processors' network diagnosed with the use of the comparison method*, Monographs On System Dependability – Technical Approach To Dependability, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2010, pp. 65 – 78.
- [9] KULESZA R., ZIELIŃSKI Z., *Diagnosis resolution of processors' network using the comparison method*, Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review), No. 9/2010, pp. 157 – 162.
- [10] KULESZA R., ZIELIŃSKI Z., *Metoda generowania struktur logicznych sieci procesorów o łagodnej degradacji typu 4-wymiarowego sześcianu*, Biuletyn WAT, 4, 2011 (w druku).
- [11] LAI P. L., TAN J. J. M., TSAI C. H., HSU L. H., *The Diagnosability of the Matching Composition Network under the Comparison Diagnosis Model*, IEEE Trans. Comput., Vol. 53, No. 8, 2004, pp. 1064 – 1069.
- [12] LAI P. L., TAN J. J. M., CHANG C. P., HSU L. H., *Conditional Diagnosability Measures for Large Multiprocessor Systems*, IEEE Trans. Comput., Vol. 54, No. 2, Feb. 2005, pp. 165 – 175.
- [13] MAENG J., MALEK M., *A Comparison Connection Assignment for Self-Diagnosis of Multiprocessor Systems*, Digest Int'l Symp. FTC, 1981, pp. 173 – 175.

- [14] MALEK M., *A Comparison Connection Assignment for Diagnosis of Multiprocessor Systems*, Proc. Seventh Int'l Symp. Computer Architecture, 1980, pp. 31 – 35.
- [15] SENGUPTA A., DAHBURA A. T., *On Self-Diagnosable Multiprocessor Systems: Diagnosis by the Comparison Approach*, IEEE Trans. Comput., Vol. 41, No. 11, Nov. 1992, pp. 1386 – 1396.
- [16] WANG D., *Diagnosability of Hypercubes and Enhanced Hypercubes under the Comparison Diagnosis Model*, IEEE Trans. Comput., Vol. 48, No. 12, Dec. 1999, pp. 1369 – 1374.
- [17] ZIELIŃSKI Z., STRZELECKI Ł., KULESZA R., *Diagnosability characterization of the 4-dimensional cube type soft degradable processors' network*, Monographs On System Dependability, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2011.
- [18] ZIELIŃSKI Z., CHUDZIKIEWICZ J., ARCIUCH A., KULESZA R., *Sieć procesorów o łagodnej degradacji i strukturze logicznej typu sześcianu 4-wymiarowego*, w monografii „Systemy czasu rzeczywistego”, WKŁ, 2011.

The life period of a 4-dimensional cube type processors' network diagnosed with the use of the comparison method

ABSTRACT: The paper investigates the case where the system is degradable multi-processor network organized as a 4-dimensional cube in which only processors may fail and a diagnosis is performed by the comparison method. The network degradation characteristics are defined and discussed. An analytical method of determining characteristics of a network performance degradation is proposed. On the basis of determined characteristics of the network performance degradation, a set of probability distributions of the number of failures of working processors in the network after which it loses the ability to function was depicted..

KEYWORDS: system level diagnosis, fault-tolerant systems, hypercube processors network, degradable networks

Praca wpłynęła do redakcji: 24.04.2011