



## Analiza efektywności metody proporcjonalnej nawigacji w sterowaniu gazodynamicznym wirujących obiektów latających\*

Leszek BARANOWSKI<sup>1</sup>, Bogdan MACHOWSKI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki, Instytut Techniki Uzbrojenia,

<sup>2</sup>Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki,

Instytut Systemów Mechatronicznych,

ul. Gen. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono model matematyczny procesu samonaprowadzania wirującego obiektu latającego sterowanego gazodynamicznie. Przeprowadzono badania symulacyjne efektywności takiego sterowania według metody proporcjonalnej nawigacji na przykładzie sterowania w końcowej fazie lotu 120 mm przeciwpancernego pocisku moździerzowego. Wyniki przykładowych obliczeń dynamiki lotu pocisku, zwłaszcza w fazie sterowanej, zobrazowano na wykresach.

**Słowa kluczowe:** sterowanie gazodynamiczne, metoda proporcjonalnej nawigacji

### 1. WPROWADZENIE

Sterowanie gazodynamiczne jest stosowane przede wszystkim wtedy, gdy sterowanie aerodynamiczne jest mało efektywne, czyli gdy ciśnienie dynamiczne działające na powierzchnie sterowe jest niewielkie (np. na dużych wysokościach, gdy powietrze ma małą gęstość oraz na początkowym lub końcowym odcinku lotu pocisku, gdy prędkość pocisku jest niewielka).

\* Artykuł był prezentowany na VIII Międzynarodowej Konferencji Uzbrojeniowej nt. „Naukowe aspekty techniki uzbrojenia i bezpieczeństwa”, Pułtusk, 6-8 października 2010 r.

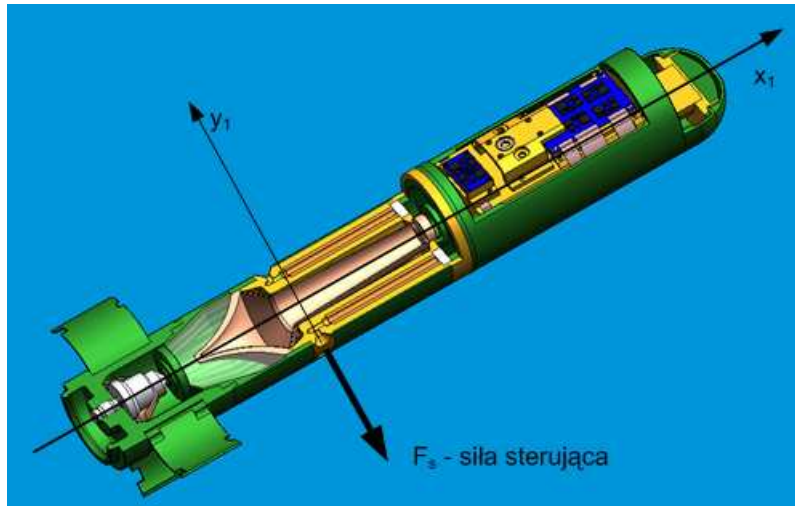
Z tego też względu możemy spotkać wspomagające sterowanie gazodynamiczne zarówno w pociskach balistycznych (np. rakietą Toczka), jak i w pociskach przeciwlotniczych bliskiego zasięgu (zestaw raketowy Igła, Grom). Zaletami tego sterowania mogą być prostota rozwiązań technicznych, brak wystających elementów poza obrys korpusu pocisku (łatwość upakowania pocisku w kontenerze czy lufie działa), ale również szybka reakcja pocisku na sterowanie, zwłaszcza gdy dysze silników sterujących znajdują się na obwodzie pocisku w pobliżu jego środka masy. To rozwiązanie zostało wykorzystane w samonaprowadzającym się przeciwpancernym pocisku móździerzowym Strix.

W pracy podjęto próbę oceny efektywności sterowania gazodynamicznego w samonaprowadzaniu wirujących obiektów latających na cele naziemne. Obliczenia numeryczne oparto o model matematyczny lotu przestrzennego pocisku sterowanego impulsowo zgodnie z metodą proporcjonalnej nawigacji. Sterowanie pociskiem odbywa się wskutek wypływu ze zbiornika strumienia sprężonego gazu poprzez otwory umieszczone na korpusie pocisku w pobliżu jego środka masy. Zbadano wpływ metody naprowadzania przy sterowaniu gazodynamicznym na jakość procesu samonaprowadzania, a w szczególności: na czas trwania procesu, przyspieszenia normalne pocisku, strefę osiągalności, błąd naprowadzania. Wyniki przykładowych obliczeń dla pocisku testowego przedstawiono na wykresach.

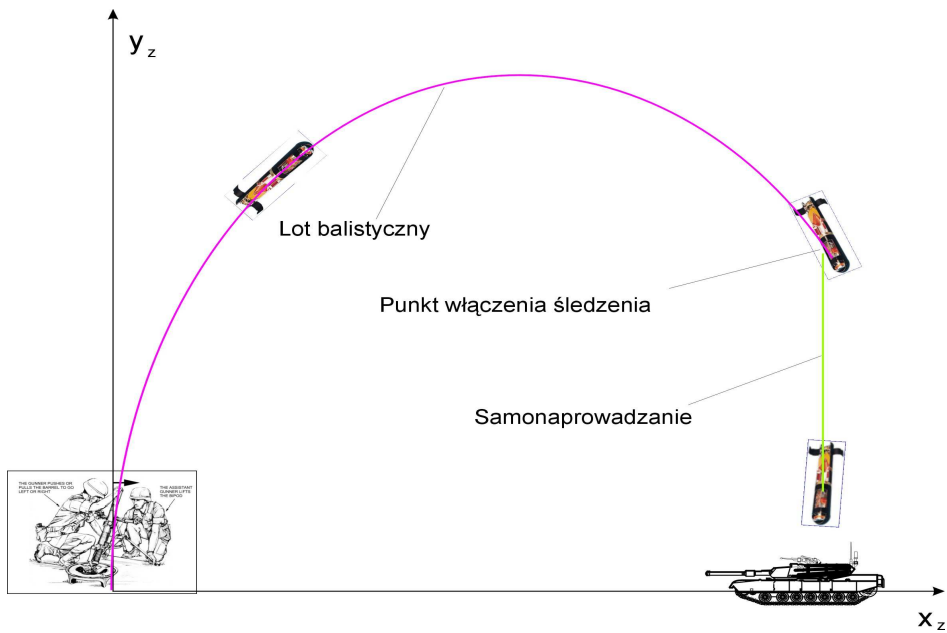
## 2. MODEL FIZYCZNY POCISKU TESTOWEGO

Badania sterowania gazodynamicznego przeprowadzono na przykładzie symulacji strzelania przeciwpancernym, wirującym dookoła własnej osi, pociskiem móździerzowym o charakterystykach geometrycznych i masowo-bezwładnościowych zbliżonych do 120 mm samonaprowadzającego się pocisku móździerzowego Strix (rys. 1). Przyjęto, iż sterowanie odbywa się wskutek wypływu sprężonego gazu przez jeden z dwóch otworów znajdujących się po przeciwnych stronach kadłuba pocisku. Oś symetrii zespołu sterującego przechodzi przez środek masy pocisku, więc siła sterująca nie wywołuje momentu względem środka masy. Wypływ gazu ze zbiornika jest ciągły, a zawór decyduje, zgodnie z metodą proporcjonalnej nawigacji, którym otworem ma gaz wypływać (sterowanie analogiczne jak w jednokanałowym sterowaniu aerodynamicznym sterami przerzutowymi).

Po wylocie pocisku z lufy móździerza rozkładają się skrzydełka stabilizatora (na skutek działania sprężyn) i pocisk porusza się lotem balistycznym. Po minięciu wierzchołkowej, na ustalonej wysokości, włącza się układ śledzenia. W momencie wykrycia celu rozpoczyna pracę układ sterowania gazodynamicznego, ze stałą siłą sterującą. Poszczególne fazy lotu pocisku testowego przedstawiono na rys. 2.



Rys. 1. Przekrój 120 mm przeciwpancernego pocisku testowego  
Fig. 1. The part section of a 120 mm anti-armour test round



Rys. 2. Fazy lotu przeciwpancernego samonaprowadzającego się pocisku  
moździerzowego  
Fig. 2. Main stages of the flight of an anti-armour guided projectile  
fired from a 120 mm mortar

Podstawowe charakterystyki modelu fizycznego pocisku testowego wynoszą:

- długość pocisku  $L_p = 0,840$  m;
- długość części głowicowej  $l_g = 0,060$  m;
- średnica pocisku  $d = 0,120$  m;
- rozpiętość stateczników  $l_{st} = 0,290$  m;
- cięciwa statecznika  $b = 0,110$  m;
- masa pocisku  $m = 18,2$  kg;
- moment bezwładności pocisku względem osi symetrii  $I_x = 0,03276$  kgm<sup>2</sup>;
- moment bezwładności pocisku względem osi poprzecznych  $I_y = I_z = 1,08654$  kgm<sup>2</sup>;
- współrzędna środka masy  $x_{s.m} = 0,410$  m.

Charakterystyki aerodynamiczne (współczynniki sił i momentów aerodynamicznych) pocisku testowego wyznaczono na podstawie danych i algorytmu przedstawionego w pracy [4].

### 3. WYKORZYSTYWANE W MODELOWANIU UKŁADY ODNIESIENIA

Na potrzeby modelowania w pracy wykorzystano następujące układy odniesienia stosowane powszechnie przez artylerzystów i wykorzystywane w instrukcjach obsługi i użytkowania sprzętu uzbrojenia:

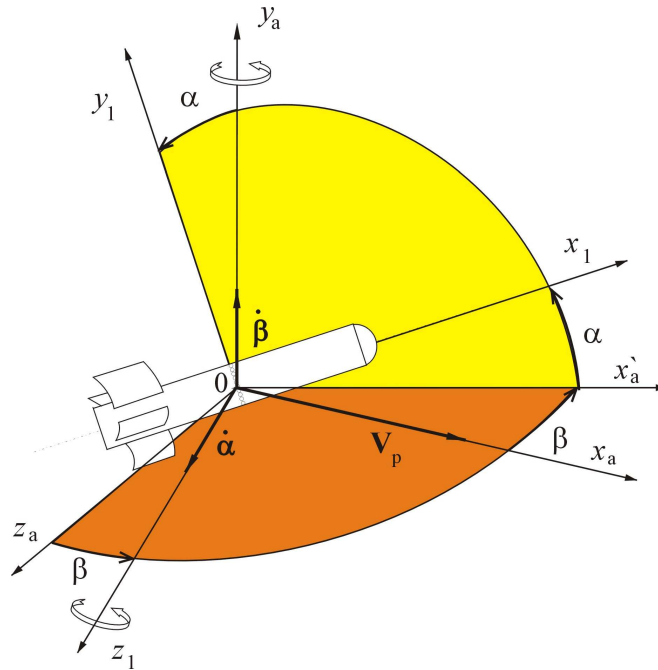
- nieruchomy ziemski układ współrzędnych  $O_0x_zy_zz_z$ , początek układu jest związany z Ziemią i pokrywa się z punktem stanowiska ogniowego, płaszczyzną główną układu jest płaszczyzna  $O_0x_zz_z$  będąca lokalną płaszczyzną poziomą w punkcie wylotu  $0_0$ . Oś  $0_0y_z$  skierowana jest wzdłuż pionu lokalnego w punkcie wylotu, a oś  $0_0x_z$  w stronę celu,
- normalny (ruchomy) ziemski układ współrzędnych  $Ox_zy_zz_z$  (rys. 4), osie układu przemieszczają się razem ze środkiem masy obiektu w taki sposób, że w dowolnej chwili ruchu są równoległe do osi nieruchomego ziemskiego układu współrzędnych  $O_0x_zy_zz_z$ , układ jest układem bazowym, względem którego określa się położenie w przestrzeni innych układów współrzędnych o początkach leżących w środku masy obiektu,
- układ współrzędnych związany z trajekcją  $Ox_ky_kz_k$ , początek układu pokrywa się ze środkiem masy obiektu, oś  $Ox_k$  skierowana jest wzdłuż wektora prędkości środka masy obiektu  $V$ , oś  $Oy_k$  prostopadle do osi  $Ox_k$  leży w płaszczyźnie  $Ox_gy_g$ , zaś oś  $Oz_k$  tworzy z pozostałymi osiami prawoskrętny prostokątny układ współrzędnych,
- związany układ współrzędnych  $Ox_1y_1z_1$  (rys. 3 i 4), początek układu w środku masy obiektu, płaszczyzną główną układu jest płaszczyzna  $0x_1y_1$  pokrywająca

się z główną płaszczyzną symetrii obiektu, oś  $0x_1$  skierowana jest wzdłuż osi podłużnej obiektu w stronę jego noska,

- prędkościowy (przepływu) układ współrzędnych  $Ox_a y_a z_a$  (rys. 3), płaszczyzna główna układu, prostopadła do głównej płaszczyzny symetrii pocisku  $0x_1 y_1$ , powinna przechodzić przez wektor prędkości  $V_a$  pocisku względem powietrza, oś  $0x_a$  układu prędkościowego skierowana jest zgodnie z wektorem  $V_a$ , oś  $0y_a$  prostopadła do osi  $0x_a$  leży w głównej płaszczyźnie symetrii pocisku, natomiast oś  $0z_a$  dopełnia układ do prawoskrętnego. Jest wygodnym układem do wyznaczania sił aerodynamicznych działających na pocisk w locie.

Położenie pocisku (układu związanego  $Ox_1 y_1 z_1$ ) w stosunku do wektora prędkości pocisku względem powietrza (układu przepływu  $Ox_a y_a z_a$ ) określono tradycyjnie: kątem natarcia  $\alpha$  i ślizgu  $\beta$  (rys. 3). Wówczas macierz transformacji z układu przepływu  $Ox_a y_a z_a$  do układu związanego  $Ox_1 y_1 z_1$  określana jest następująco

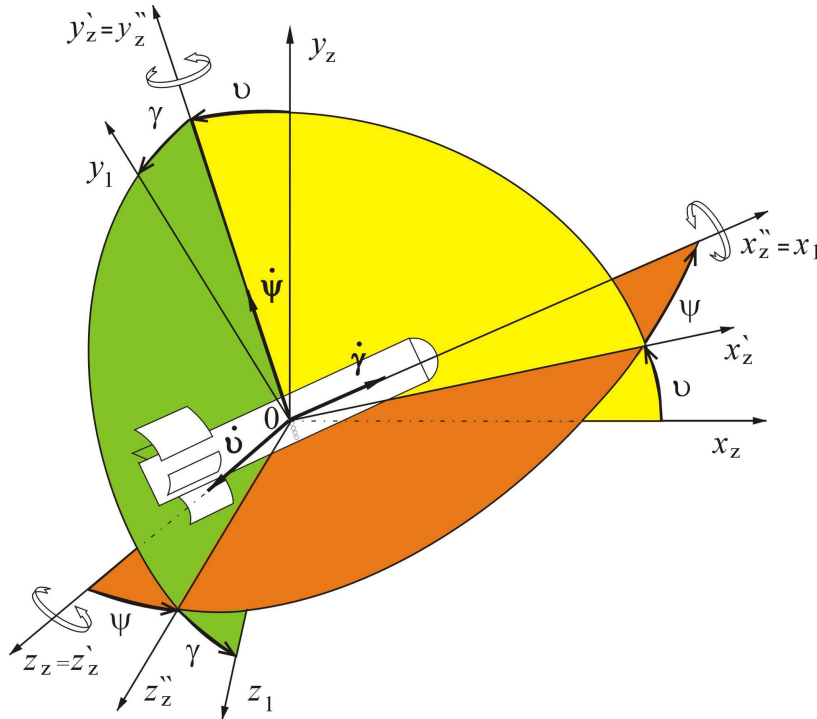
$$\underline{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \alpha & -\cos \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha & \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}$$



Rys. 3. Położenie układu związanego  $Ox_1 y_1 z_1$  względem układu przepływu  $Ox_a y_a z_a$

Fig. 3. Orientation of the body fixed coordinate system  $Ox_1 y_1 z_1$  in relation to the stream fixed coordinate system  $Ox_a y_a z_a$

Aby uniknąć osobliwości w kinematycznych równaniach ruchu dookoła środka masy pocisku, podczas symulacji strzelania na maksymalnych kątach celownika (wówczas w końcowej fazie lotu sterowanego kąt pochylenia pocisku  $\vartheta$  często osiąga wartość  $90^\circ$ ), macierz transformacji między układem ziemskim  $Ox_z y_z z_z$  a układem związanym  $Ox_1 y_1 z_1$  wyprowadzono w oparciu o schemat obrotów przedstawiony na rys. 4 [3].



Rys. 4. Położenie układu związanego  $Ox_1 y_1 z_1$  względem układu ziemskiego  $Ox_z y_z z_z$

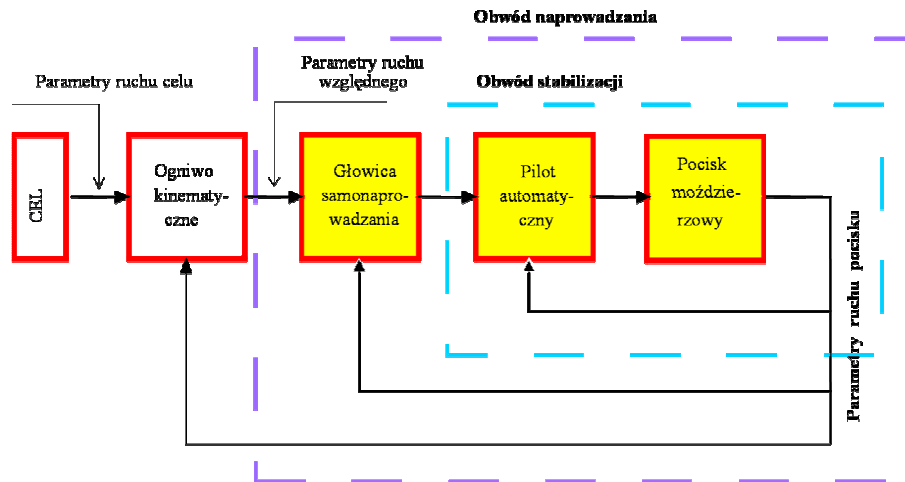
Fig. 4. Orientation of the body fixed coordinate system  $Ox_1 y_1 z_1$  in relation to the earth fixed coordinate system  $Ox_z y_z z_z$

Macierz transformacji z układu ziemskiego  $Ox_z y_z z_z$  do układu związanego  $Ox_1 y_1 z_1$  ma wówczas następującą postać:

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta \cos \psi, & \cos \vartheta \sin \psi, & -\sin \psi \\ -\cos \gamma \sin \vartheta + \sin \gamma \sin \psi \cos \vartheta, & \cos \gamma \cos \vartheta + \sin \gamma \sin \psi \sin \vartheta, & \sin \gamma \cos \psi \\ \sin \gamma \sin \vartheta + \cos \gamma \sin \psi \cos \vartheta, & -\sin \gamma \cos \vartheta + \cos \gamma \sin \psi \sin \vartheta, & \cos \gamma \cos \psi \end{bmatrix}$$

#### 4. MODEL MATEMATYCZNY PROCESU SAMONAPROWADZANIA

Przeprowadzenie modelowania matematycznego procesu samonaprowadzania, rozpatrywanego w pracy pocisku testowego (rys. 1), wymaga opracowania, oprócz równań ruchu pocisku jako obiektu sterowania, także modeli matematycznych pozostałych elementów systemu samonaprowadzania, przedstawionych na schemacie blokowym (rys. 5).



Rys. 5. Schemat blokowy modelu procesu samonaprowadzania pocisku testowego

Fig. 5. Block diagram of a homing guidance model of a 120 mm test round

##### 4.1. Model matematyczny pocisku moździerzowego jako obiektu sterowania

Ze względu na stosunkowo niewielkie zasięgi rozpatrywanego pocisku testowego w modelu matematycznym uwzględniono tylko najistotniejsze siły działające na pocisk: siłę aerodynamiczną, siłę ciężkości i siłę sterującą (nie jest uwzględniana siła Coriolisa).

Wówczas przestrzenny ruch pocisku jako obiektu sterowania (bryły sztywnej o stałej masie), na podstawie twierdzenia o zmianie pędu i krętu [3, 4, 5], można w układzie poruszającym się z pociskiem, którego początek pokrywa się ze środkiem masy pocisku, opisać następującym układem równań wektorowych:

$$m \left( \frac{\delta \mathbf{V}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} \right) = \mathbf{R}^A + \mathbf{G} + \mathbf{F}_S$$

$$\frac{\delta \mathbf{K}_o}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{K}_o = \mathbf{M}_o^A$$

gdzie:

$m$  – masa pocisku,

$\mathbf{V} = [V_{x1}, V_{y1}, V_{z1}]$  – wektor prędkości środka masy pocisku względem Ziemi,

$\boldsymbol{\Omega} = [\omega_{x1}, \omega_{y1}, \omega_{z1}]$  – wektor prędkości kątowej pocisku,

$\mathbf{K}_o$  – wektor momentu pędu (krętu) pocisku względem jego środka masy,

$\mathbf{R}^A = [P_{xa}, P_{ya}, P_{za}]$  – wektor siły aerodynamicznej,

$\mathbf{F}_S = [0, F_S, 0]$  – wektor gazodynamicznej siły sterującej ze składowymi w układzie ziemskim,

$\mathbf{G} = -m[0, g, 0]$  – wektor siły ciężkości ze składowymi w układzie ziemskim,

$\mathbf{M}_0^A = [M_{x1}, M_{y1}, M_{z1}]$  – wektor momentu siły aerodynamicznej względem środka masy,

$$P_{xa} = c_{xa} \frac{\rho V_a^2}{2} S \text{ – siła oporu,}$$

$$P_{ya} = c_{ya} \frac{\rho V_a^2}{2} S \text{ – siła nośna,}$$

$$P_{za} = c_{za} \frac{\rho V_a^2}{2} S \text{ – siła boczna,}$$

$$M_{x1} = m_{x1} \frac{\rho V_a^2}{2} S l_x \text{ – moment przechylający,}$$

$$M_{y1} = m_{y1} \frac{\rho V_a^2}{2} S l_y \text{ – moment pochylający,}$$

$$M_{z1} = m_{z1} \frac{\rho V_a^2}{2} S l_z \text{ – moment odchylający,}$$

$$\frac{\rho V_a^2}{2} \text{ – ciśnienie dynamiczne,}$$

$S$  – powierzchnia charakterystyczna (przekrój poprzeczny pocisku),

$l_x$  – charakterystyczny parametr liniowy (średnica pocisku),

$l_y = l_z$  – charakterystyczny parametr liniowy (długość pocisku).



W układzie odniesienia pokrywającym się z głównymi centralnymi osiami bezwładności pocisku ( $Ox_1y_1z_1$ ), model ten zawiera następujące grupy równań skalarnych:

– dynamiczne równania ruchu postępowego:

$$\frac{dV_{x_1}}{dt} = \omega_{z_1} V_{y_1} - \omega_{y_1} V_{z_1} + (b_{11}P_{x_a} + b_{12}P_{y_a} + b_{13}P_{z_a})/m - a_{12}g \quad (1)$$

$$\frac{dV_{y_1}}{dt} = \omega_{x_1} V_{z_1} - \omega_{z_1} V_{x_1} + (F_s + b_{21}P_{x_a} + b_{22}P_{y_a} + b_{23}P_{z_a})/m - a_{22}g \quad (2)$$

$$\frac{dV_{z_1}}{dt} = \omega_{y_1} V_{x_1} - \omega_{x_1} V_{y_1} + (b_{31}P_{x_a} + b_{32}P_{y_a} + b_{33}P_{z_a})/m - a_{32}g \quad (3)$$

– kinematyczne równania ruchu postępowego:

$$\frac{dx_z}{dt} = a_{11}V_{x_1} + a_{21}V_{y_1} + a_{31}V_{z_1} \quad (4)$$

$$\frac{dy_z}{dt} = a_{12}V_{x_1} + a_{22}V_{y_1} + a_{32}V_{z_1} \quad (5)$$

$$\frac{dz_z}{dt} = a_{13}V_{x_1} + a_{23}V_{y_1} + a_{33}V_{z_1} \quad (6)$$

– dynamiczne równania ruchu dookoła środka masy:

$$\frac{d\omega_{x_1}}{dt} = \left( (I_{y_1} - I_{z_1}) \omega_{y_1} \omega_{z_1} + M_{x_1} \right) / I_{x_1} \quad (7)$$

$$\frac{d\omega_{y_1}}{dt} = \left( (I_{z_1} - I_{x_1}) \omega_{z_1} \omega_{x_1} + M_{y_1} \right) / I_{y_1} \quad (8)$$

$$\frac{d\omega_{z_1}}{dt} = \left( (I_{x_1} - I_{y_1}) \omega_{x_1} \omega_{y_1} + M_{z_1} \right) / I_{z_1} \quad (9)$$

– kinematyczne równania ruchu dookoła środka masy:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_{x_1} + tg\psi(\omega_{z_1} \cos \gamma + \omega_{y_1} \sin \gamma) \quad (10)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = (\omega_{z_1} \cos \gamma + \omega_{y_1} \sin \gamma) / \cos \psi \quad (11)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_{y_1} \cos \gamma - \omega_{z_1} \sin \gamma \quad (12)$$

– równania dodatkowe:

- na prędkość pocisku moździerzowego względem powietrza

$$V_a = \sqrt{(V_{x_1} - W_{x_1})^2 + (V_{y_1} - W_{y_1})^2 + (V_{z_1} - W_{z_1})^2} \quad (13)$$

- na kąt natarcia i kąt ślizgu

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left( -\frac{V_{y_1} - W_{y_1}}{V_{x_1} - W_{x_1}} \right) \quad (14)$$

$$\beta = \arcsin \left( \frac{V_{z_1} - W_{z_1}}{V_a} \right) \quad (15)$$

gdzie:

$W_{x_1}, W_{y_1}, W_{z_1}$  – składowe wektora prędkości wiatru w układzie związanym  $Ox_1y_1z_1$ .

#### 4.2. Równania ruchu celu i ruchu względnego (ogniwa kinematycznego)

Ogniwo kinematyczne systemu sterowania przedstawia związki matematyczne opisujące ruch celu względem pocisku testowego. W przypadku samonaprowadzania ogniwo kinematyczne stanowią:

– równania ruchu celu:

$$\frac{dx_{zC}}{dt} = V_C \cos \Theta_C \cos \Psi_C \quad (16)$$

$$\frac{dy_{zC}}{dt} = V_C \sin \Theta_C \quad (17)$$

$$\frac{dz_{zC}}{dt} = -V_C \cos \Theta_C \sin \Psi_C \quad (18)$$

– kinematyczne równania ruchu względnego celu i pocisku samonaprowadzającego się:

$$\begin{aligned} \frac{dr_w}{dt} = & V_C \cos \Theta_C \cos \varepsilon \cos(\Psi_C - \nu) + V_C \sin \varepsilon \sin \Theta_C + \\ & -V \cos \Theta \cos \varepsilon \cos(\Psi - \nu) - V \sin \varepsilon \sin \Theta \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{r_w} V_c (\cos \varepsilon \sin \Theta_c - \cos \Theta_c \sin \varepsilon \cos(\Theta_c - \nu)) + \frac{1}{r_w} V (\cos \Theta \sin \varepsilon \cos(\Theta - \nu) - \cos \varepsilon \sin \Theta_c) \quad (20)$$

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{1}{r_w \cos \varepsilon} (V_c \cos \Theta_c \sin(\Psi_c - \nu) - V \cos \Theta \sin(\Psi - \nu)) \quad (21)$$

gdzie:

- $x_{zC}, y_{zC}, z_{zC}$  – współrzędne położenia celu w układzie ziemskim  $Ox_z y_z z_z$ ,
- $V_c, \Theta_c, \Psi_c$  – moduł oraz kąt pochylenia i odchylenia wektora prędkości celu,
- $V, \Theta, \Psi$  – moduł oraz kąt pochylenia i odchylenia wektora prędkości pocisku,
- $r_w$  – odległość między pociskiem i celem,
- $\nu, \varepsilon$  – kąt odchylenia (azymutu) i pochylenia (elewacji) linii obserwacji celu.

### 4.3. Model matematyczny głowicy samonaprowadzającej i pilota automatycznego

Przyjęto, że zawór sterujący działa bez opóźnień, miernik prędkości kątowej l.o.c. jest członem bezinercyjnym, natomiast głowica samonaprowadzania pracuje idealnie, formując bezbłędnie sygnał sterujący  $U_n$ , z uwzględnieniem ograniczeń konstrukcyjnych możliwości śledzenia celu przez koordynator.

W związku z tym siłą sterującą można wyznaczyć z następującej zależności

$$F_s = \begin{cases} +F_s & \text{dla } U_n \sin(\gamma - \mu) + U_l \sin(\omega_l t) \geq 0 \\ -F_s & \text{dla } U_n \sin(\gamma - \mu) + U_l \sin(\omega_l t) < 0 \end{cases} \quad (22)$$

gdzie:

- $F_s$  – ciąg silnika sterującego,
- $U_n = k_n \omega_{l.o.c}$  – amplituda sygnału naprowadzania,
- $U_l$  – amplituda sygnału linearyzacji,
- $\omega_l$  – prędkość kątowa sygnału linearyzacji,
- $\omega_{l.o.c} = \sqrt{\dot{\nu}^2 + \dot{\varepsilon}^2}$  – prędkość kątowa linii obserwacji celu,
- $k_n$  – współczynnik wzmocnienia sygnału naprowadzania,
- $\gamma$  – kąt obrotu pocisku wokół osi podłużnej,
- $\mu = \arcsin\left(\frac{\dot{\nu}}{\sqrt{\dot{\nu}^2 + \dot{\varepsilon}^2}}\right)$  – faza sygnału naprowadzania.

## 5. OMÓWIENIE WYNIKÓW BADAŃ SYMULACYJNYCH

W celu stwierdzenia poprawności, przedstawionego w pkt. 4, modelu matematycznego procesu samonaprowadzania pocisku testowego opracowano program komputerowy symulacji strzelania bazujący na równaniach (1)-(22) i parametrach modelu fizycznego pocisku określonych w pkt. 2.

Przeprowadzono wstępne badania symulacyjne wpływu sterowania gazodynamicznego według metody proporcjonalnej nawigacji na jakość procesu samonaprowadzania, a w szczególności: na czas trwania procesu, przyspieszenia normalne pocisku, strefę osiągalności, błąd naprowadzania.

Na podstawie informacji o pocisku Strix i sterowaniu jednokanałowym, w badaniach symulacyjnych przyjęto, że:

- prędkość początkowa pocisku testowego wynosi 300 m/s,
- sterowanie na końcowym odcinku toru rozpoczyna się na wysokości 1000 m,
- promień strefy osiągalności [1] podczas strzelania na kącie celownika 45 [deg] jest rzędu 300 m, co zapewnia siła sterująca  $F_s = 365$  N,
- amplituda sygnału naprowadzania  $U_n = f(\omega_{l.o.c.})$  (tzw. charakterystyka pelengacyjna) kształtowana jest następująco:

$$\begin{aligned} \text{dla } \omega_{l.o.c.} \leq 4 \frac{\text{deg}}{\text{s}} & \quad U_n = \frac{1}{57.3} \omega_{l.o.c} \\ \text{dla } 4 \frac{\text{deg}}{\text{s}} < \omega_{l.o.c.} \leq 12 \frac{\text{deg}}{\text{s}} & \quad U_n = U_{n(\max)} = \frac{4}{57.3} \\ \text{dla } \omega_{l.o.c.} > 12 \frac{\text{deg}}{\text{s}} & \quad U_n = 0, \end{aligned}$$

- amplituda sygnału linearyzacji  $U_l = \frac{1}{2} U_{n(\max)}$ ,
- częstotliwość sygnału linearyzacji  $\omega_l = 16 \frac{\text{obr.}}{\text{s}}$  (dwukrotnie większa niż prędkość obrotowa pocisku w fazie opadania).

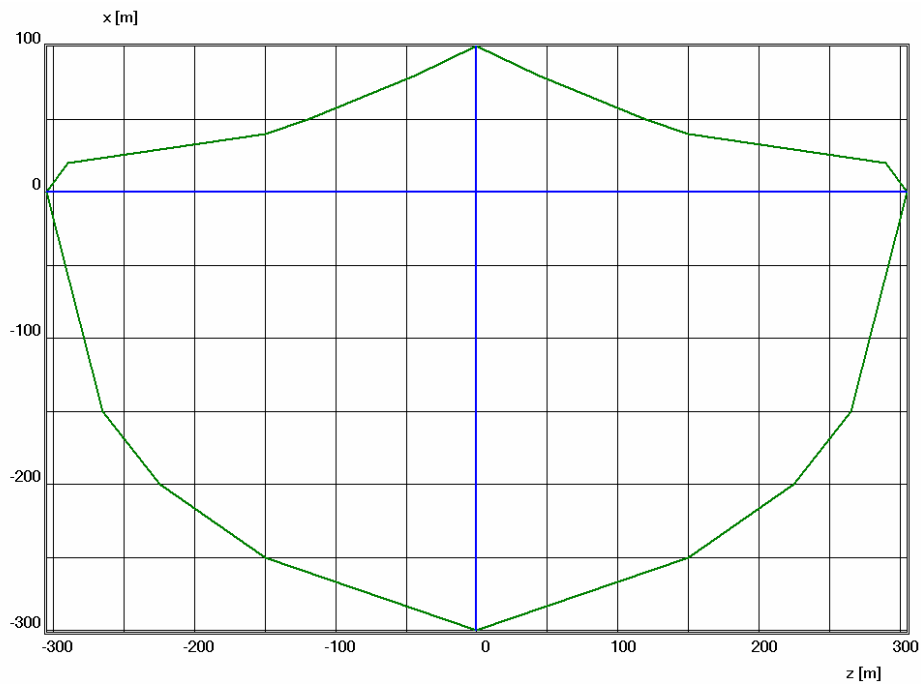
W pracy przedstawiono tylko wybrane wyniki obliczeń, ilustrujące możliwości obliczeniowe opracowanego programu komputerowego.

Na rys. 6 przedstawiono strefę osiągalności dla kąta celownika  $C = 45$  [deg], tzn. obszar na powierzchni ziemi usytuowany względem punktu upadku pocisku w locie swobodnym, w którego granicach jest możliwość trafienia celu z uchybem nie większym niż założono (w rozpatrywanym przypadku przyjęto, że dopuszczalny uchyb wynosi 1 m).

Na rysunkach 7-12 porównano parametry lotu pocisku w locie swobodnym z parametrami lotu sterowanego, gdy w chwili wykrycia celu pocisk znajduje się na wysokości 1000 m, a cel położony jest na granicy strefy osiągalności (300 m bliżej oraz 100 m dalej od przewidywanego punktu upadku pocisku w locie swobodnym wzdłuż osi  $x_2$ ).

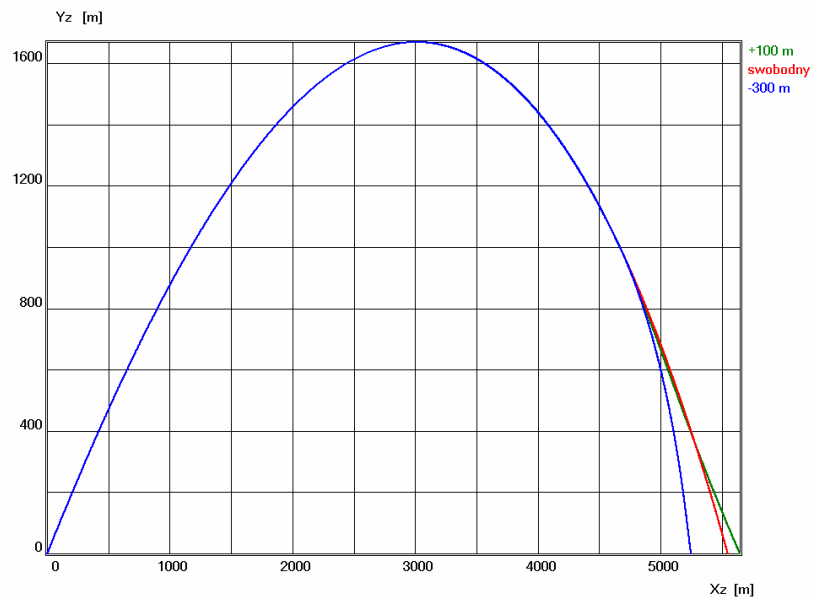
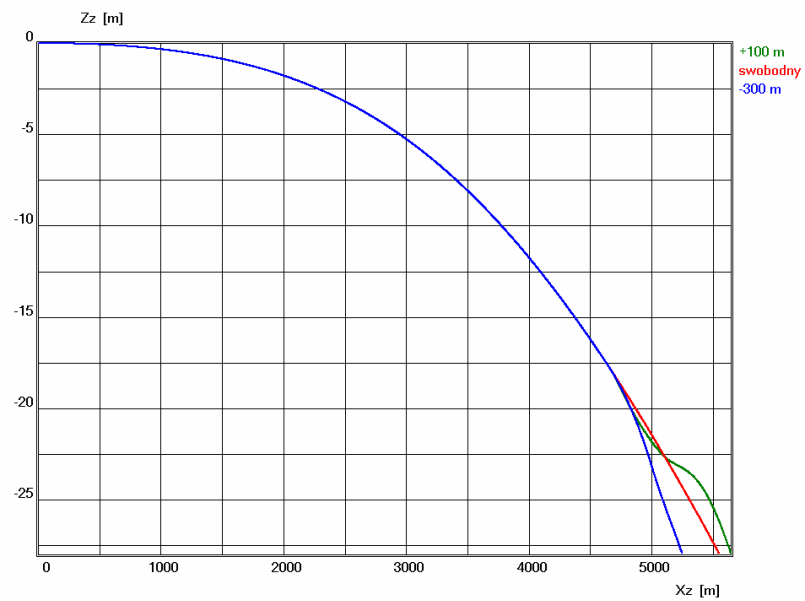
I tak:

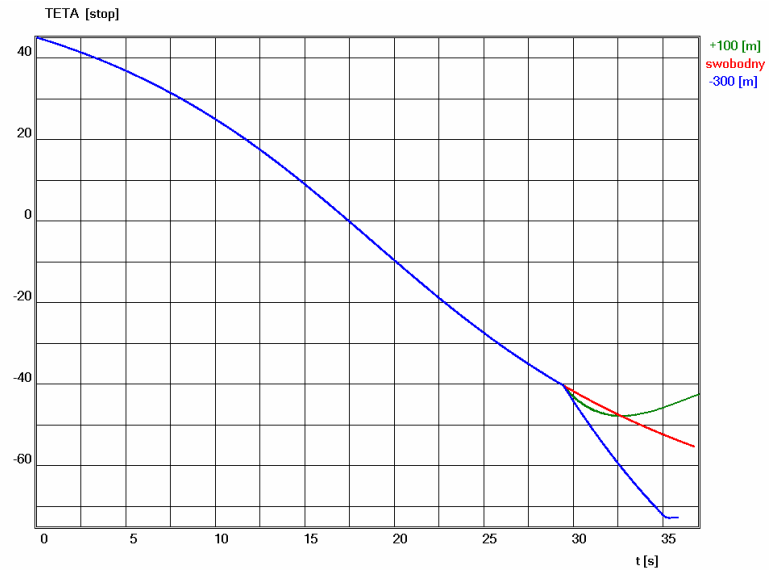
- na rys. 7 i 8 przedstawiono toru lotu pocisku w płaszczyźnie pionowej i poziomej,
- na rys. 9 – kąty pochylenia toru lotu pocisku  $\Theta = f(t)$  [deg],
- na rys. 10 – kąty odchylenia pocisku  $\psi = f(t)$  [deg],
- na rys. 11 – prędkości pocisku  $V = f(t)$  [m/s],
- na rys. 12 – kąty nutacji (przestrzennego kąta natarcia) pocisku, wywołane sterowaniem gazodynamicznym  $\delta = f(t)$  [deg].



Rys. 6. Wykres strefy osiągalności dla kąta celownika  $C = 45$  [deg]

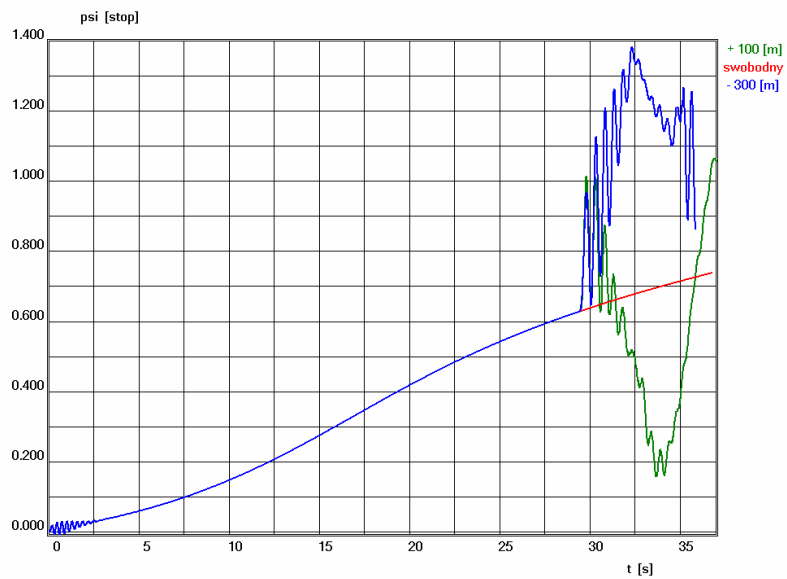
Fig. 6. Attainable zone for quadrant elevation of  $C = 45$  [deg]

Rys. 7. Porównanie torów lotu pocisku w płaszczyźnie pionowej  $y_z=f(x_z)$ Fig. 7. Comparison of projectile trajectories in vertical plane  $y_z=f(x_z)$ Rys. 8. Porównanie torów lotu pocisku w płaszczyźnie poziomej  $z_z=f(x_z)$ Fig. 8. Comparison of projectile trajectories in horizontal plane  $z_z=f(x_z)$



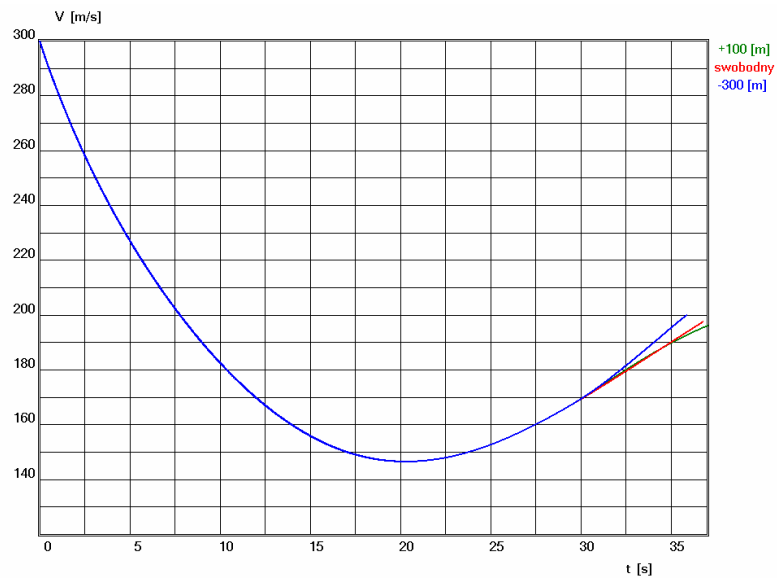
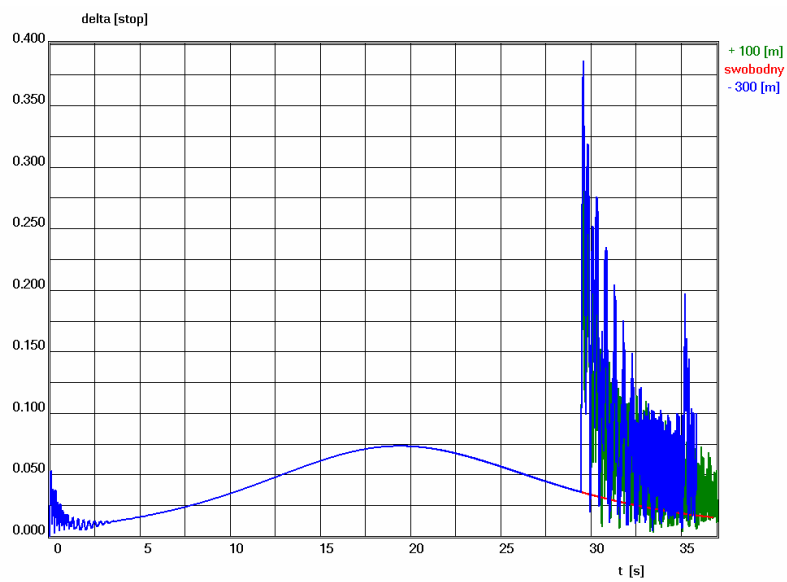
Rys. 9. Porównanie kątów pochylenia torów lotu pocisku  $\Theta=f(t)$

Fig. 9. Comparison of angles of tangent to projectile trajectories  $\Theta=f(t)$



Rys. 10. Porównanie kątów odchylenia pocisku  $\psi=f(t)$

Fig. 10. Comparison of projectile yaw angles  $\psi=f(t)$

Rys. 11. Porównanie prędkości lotu pocisków  $V=f(t)$ Fig. 11. Comparison of projectiles velocity  $V=f(t)$ Rys. 12. Porównanie wywołanych sterowaniem kątów nutacji pocisku  $\delta=f(t)$ Fig. 12. Comparison of projectile nutation angles  $\delta=f(t)$  generated by control



## 6. WNIOSKI

Przeprowadzone wstępne badania symulacyjne i analiza uzyskanych wyników obliczeń pozwalają sądzić o poprawności opracowanego modelu matematycznego pocisku jako obiektu sterowania oraz o poprawności działania procedur sterowania. Rozpatrywany w pracy obiekt jest stateczny, sterowalny, a zaproponowana metoda jednokanałowego sterowania gazodynamicznego może być alternatywą dla aktualnie stosowanych metod sterowania impulsowego.

Strefa osiągalności (rys. 6), dla przyjętych założeń odnośnie do warunków początkowych strzelania, parametrów modelu fizycznego pocisku testowego i parametrów systemu sterowania, ma istotną asymetrię względem punktu upadku pocisku z lotu niesterowanego, tzn. istnieje możliwość trafienia celu z założoną dokładnością (uchyb maksymalny nie przekracza jednego metra) położonego aż o 300 metrów bliżej, ale tylko o 100 metrów dalej.

W procesie projektowania systemu samonaprowadzania należy pamiętać o istotnej zależności między charakterystyką pelengacyjną a wymaganą minimalną siłą sterowania, niezbędną do uzyskania założonej strefy osiągalności.

Przedstawiony w pracy model matematyczny procesu samonaprowadzania i opracowany program komputerowy mogą być w przyszłości wykorzystane (po niewielkich zmianach) na potrzeby syntezy jednokanałowego systemu sterowania gazodynamicznego dowolnego wirującego obiektu latającego przeznaczonego do niszczenia celów naziemnych.

*Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2009-2011  
jako projekt badawczy rozwojowy nr O R00 0032 08.*

## LITERATURA

- [1] Baranowski L., Gacek J., *Możliwości i ograniczenia sterowania impulsowego w przeciwpancernych pociskach moździerzowych naprowadzanych bezpośrednio, Zeszyty Naukowe Politechniki Świętokrzyskiej, Mechanika 80, s. 25-31, Kielce, 2004.*
- [2] Дмитриевский А.А., *Баллистика и навигация ракет*, Машиностроение, Москва, 1985.
- [3] Gacek J., Motyl K., *Wpływ charakterystyk dodatkowego napędu na strefę osiągalności sterowanego gazodynamicznie pocisku moździerzowego Materiały XLII Sympozjonu „Modelowanie w Mechanice”, s. 117-122, Wiśła, 2003.*
- [4] ЛЕБЕДЕВ А.А., ЧЕРНОБРОВКИН Л.С., *Динамика полета*, Машиностроение, Москва, 1973.
- [5] Pars L.A., *A Treatise on Analytic Dynamics*. Heinemann, London, 1965.

- [6] Vogt R., Głębocki R., Dynamika lotu przy nieciągłych impulsowych wymuszeniach sterujących *Materiały VII Konferencji „Mechanika w Lotnictwie”*, Warszawa, 1996.

## **The Analysis of Efficiency of Proportional Navigation Method in Gas-Dynamic Control of Spinning Objects in Flight**

Leszek BARANOWSKI, Bogdan MACHOWSKI

**Abstract.** In the paper the simulation research of target-homing accuracy of a spinning object in flight is presented. Numerical calculation was based on the mathematical model of three-dimension flight of jets control projectile according to the proportional navigation method. Control jets are small orifices in center of gravity and sides of the object to be controlled, through which gas can be ejected. This gas may be generated from compressed gas in bottles or by burning fuel. The influence of the guidance method on the mortar missile flight trajectory, and thus affects such guidance criteria as duration of flight to target, normal accelerations of the missile, guidance error and the possibility of attacks zone was analysed. Achievements of example calculations were presented in the tables and on the graphs.

**Keywords:** gas-dynamic control, proportional navigation method, guided missiles