Wyznaczanie postaci macierzowej operatora opisującego działanie złożonego układu kwantowego

J. WIŚNIEWSKA
e-mail: Joanna.Wisniewska@wat.edu.pl

Instytut Systemów Informatycznych
Wydział Cybernetyki WAT
ul. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

Artykuł zawiera opis metody pozwalającej na wyznaczenie postaci macierzowej operatora reprezentującego działanie układu kwantowego, zbudowanego z bramek kwantowych o znanych reprezentacjach macierzowych. Wspomniana metoda określa, jakie operacje matematyczne trzeba wykonać na macierzach opisujących bramki, w zależności od sposobu ułożenia tychże bramek w układzie kwantowym, aby otrzymać macierz reprezentującą operator kwantowy, symbolizujący dany układ.

Słowa kluczowe: układ kwantowy, unitarne bramki kwantowe, macierzowa reprezentacja operatora kwantowego

1. Wprowadzenie

W pracach [9] i [10] został opisany algorytm decyzyjny, zaprojektowany tak, aby można było za jego pomocą rozwiązać binarne zadanie decyzyjne [8], używając komputera kwantowego [1] i [3]. W algorytmie tym początkowy stan rejestru kwantowego przekształcany jest w stan końcowy (rozwiązanie zadania) za pomocą unitarnego operatora kwantowego. Operator taki może być przedstawiony za pomocą macierzy unitarnej U [6], czyli takiej, która spełnia zależność:

$$UU^* = U^*U = I \tag{1}$$

gdzie U^* oznacza transponowaną macierz elementów sprzężonych macierzy U, a I jest macierzą jednostkową.

Dodatkowo, we wspomnianym algorytmie decyzyjnym, macierze unitarne, odwzorowujące operator kwantowy, są macierzami zero-jedynkowymi takimi, że w każdym wierszu i kolumnie występuje dokładnie jedna jedynka, a pozostałe elementy mają wartość zero. Wynika z tego jasno, że kolumny takiej macierzy są względem siebie ortogonalne, co jest zgodne z definicją macierzy unitarnych – dowód w pracy [7]. Macierz kwadratowa, reprezentująca operator dla n-bitowego układu kwantowego, według interesującego nas algorytmu decyzyjnego, jest więc permutacją 2^n kolumn:

$$\begin{bmatrix}1\\0\\0\\\vdots\\0\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0\\1\\0\\\vdots\\0\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0\\0\\1\\\vdots\\0\end{bmatrix},\ \ldots,\ \begin{bmatrix}0\\0\\0\\\vdots\\1\end{bmatrix} \tag{2}$$

Dla uproszczenia można przyjąć, że do rozwiązywania zadań o n zmiennych decyzyjnych, za pomocą wspomnianego algorytmu, potrzebne są wszystkie $(2^n)!$ macierze będące różnymi permutacjami kolumn z (2). W związku z tym dla układu jednobitowego mamy dwie takie macierze (macierz jednostkową i macierz negacji), dla układu dwubitowego tych macierzy jest 24, a dla trzybitowego: 40320 ($(2^3)!$). Jeżeli algorytm miałby być zaimplementowany na maszynie kwantowej, to już przy układzie trzybitowym widać, iż niemożliwe jest bezpośrednie dostarczanie każdej postaci macierzowej operatora kwantowego. Konieczne jest wyznaczenie, dla każdego kwantowego układu n-bitowego, podstawowego zbioru macierzy (o mniejszej liczbie elementów niż $(2^n)!$), z których na drodze pewnych przekształceń matematycznych uzyskamy pełny zbiór wszystkich $(2^n)!$ interesujących nas unitarnych macierzy zero-jedynkowych. Zanim jednak będzie można to zrobić, trzeba poznać wspomniane zależności matematyczne, zachodzące pomiędzy łączonymi elementami podstawowymi, dzięki którym otrzymujemy inne, większe (przetwarzające większą liczbę kwantowych bitów) elementy.

2. Synteza układu kwantowego

Zanim przejdziemy do metod wyznaczania reprezentacji macierzowej operatora symbolizującego działanie konkretnego układu kwantowego, przypomnijmy pojęcia z zakresu informatyki kwantowej [2], [4], [5], które będą w tym artykule używane.

Definicja 1: Bitem kwantowym (kubitem) nazywamy wektor jednostkowej długości w dwuwymiarowej przestrzeni Hilberta H_2, a także układ kwantowy, którego stan opisany jest wektorem przestrzeni H_2 (zgodnie z notacją „ket", zaproponowaną przez Diraca, stan (wektor) x przestrzeni Hilberta oznaczany będzie jako $|x>$).

Definicja 2: Rejestrem kwantowym o n bitach nazywamy wektor o jednostkowej długości w przestrzeni Hilberta H_{2^n}, która to została utworzona jako iloczyn tensorowy n przestrzeni (kubity rejestru) H_2.

Stan $|k>$ każdego n-bitowego rejestru kwantowego można zapisać za pomocą superpozycji 2^n składowych:

$$\begin{aligned}|k\rangle &= \alpha_0|00...000\rangle + \alpha_1|00...001\rangle + \\ &+ \alpha_2|00...010\rangle + ... + \alpha_{(2^n-1)}|11...111\rangle\end{aligned} \qquad (3)$$

przy zachowanym warunku normalizacyjnym:

$$\sum_{i=0}^{2^n-1} \alpha_i^2 = 1. \qquad (4)$$

Stan rejestru kwantowego może również być wyrażony jako kolumnowy wektor amplitud K:

$$K = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_{2^n-1} \end{bmatrix} \qquad (5)$$

Niech K reprezentuje początkowy stan rejestru obliczeniowego $|k>$, a K' jego stan końcowy $|k'>$:

$$K' = \begin{bmatrix} \alpha_0' \\ \alpha_1' \\ \vdots \\ \alpha_{2^n-1}' \end{bmatrix} \qquad (6)$$

Macierz unitarna, reprezentująca operator, odpowiedzialny za przekształcenie:

$$K \xrightarrow{U} K' \qquad (7)$$

ma postać daną równaniem (8).

$$U = \begin{bmatrix} u_{00} & u_{01} & \cdots & u_{0(2^n-1)} \\ u_{10} & u_{11} & \cdots & u_{1(2^n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{(2^n-1)0} & u_{(2^n-1)1} & \cdots & u_{(2^n-1)(2^n-1)} \end{bmatrix} \qquad (8)$$

Operacja działania operatora kwantowego na rejestr może być przedstawiona jako zwykłe mnożenie dwóch macierzy: reprezentującej przekształcenie U przez macierz K (wektor kolumnowy może być traktowany jako macierz o jednej kolumnie) opisującą stan początkowy rejestru $|k>$, co wyraża zależność (9).

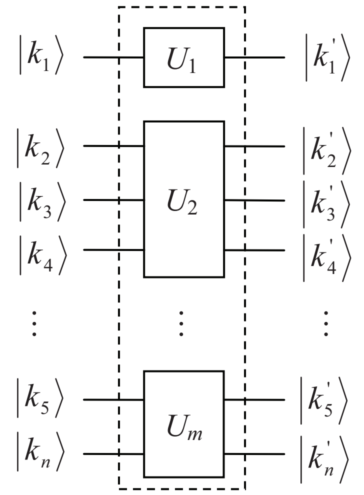
$$UK = K' \qquad (9)$$

Definicja 3: Unitarną bramką kwantową, działającą na układ składający się z n kubitów, nazywamy unitarny operator liniowy w przestrzeni H_{2^n}. Bramka ta jest reprezentowana przez macierz unitarną o wymiarze $2^n \times 2^n$.

Niech dany będzie n-bitowy układ kwantowy, złożony z równolegle ułożonych dowolnych m bramek kwantowych, którym działamy na stan początkowy n-bitowego rejestru kwantowego $|k>$, gdzie:

$$\begin{aligned}|k\rangle &= |k_1 k_2 k_3 \ldots k_n\rangle = \\ &= |k_1\rangle \otimes |k_2\rangle \otimes |k_3\rangle \otimes \ldots \otimes |k_n\rangle\end{aligned} \qquad (10)$$

co można zobrazować za pomocą rysunku 1.



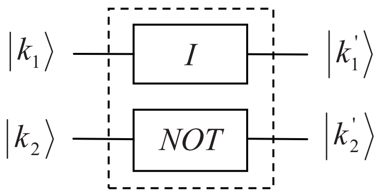
Rys. 1. Układ złożony z bramek kwantowych ułożonych równolegle

Spostrzeżenie 1: Jeżeli n-bitowy układ kwantowy składa się z m równolegle ułożonych bramek kwantowych, o dowolnych rozmiarach i znanych reprezentacjach macierzowych: U_1, $U_2, \ldots, U_m$; to macierz U reprezentującą cały układ można wyznaczyć, mnożąc tensorowo przez siebie macierze U_i (gdzie $i = 1,...,m$), rozpoczynając od macierzy, na której pierwsze wejście wchodzi kubit $|k_1>$, poprzez kolejne macierze wyznaczane przez rosnący indeks j kubitów k_j (gdzie $j = 1,\ldots,n$), aż do macierzy, na której ostatnie wejście wchodzi kubit $|k_n>$.

<u>Przykład 1:</u> Niech dany będzie układ składający się z dwóch jednobitowych bramek kwantowych: *I* oraz *NOT*; ułożonych równolegle, gdzie reprezentacja macierzowa *I* oraz *NOT* jest następująca:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad NOT = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

a układ jest przedstawiony na schematycznym rysunku 2.



Rys. 2. Przykładowy układ 2-bitowy złożony z bramek kwantowych, ułożonych równolegle

Według spostrzeżenia nr 1 reprezentacja macierzowa powyższego układu kwantowego ma postać:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Poprawność postaci macierzy U z (12) można sprawdzić za pomocą: tabeli prawdy (sporządzonej na podstawie rysunku 2) oraz równania (9).

Tab. 1. Tabela prawdy dla funkcji realizowanej przez układ kwantowy z rysunku 2

$\lvert k_1k_2\rangle$	$\lvert k_1'k_2'\rangle$
$\lvert 00\rangle$	$\lvert 01\rangle$
$\lvert 01\rangle$	$\lvert 00\rangle$
$\lvert 10\rangle$	$\lvert 11\rangle$
$\lvert 11\rangle$	$\lvert 10\rangle$

W tabeli nr 1 widzimy, że wartość kubitu $|k_1>$ nie ulega zmianie – jest on przetwarzany przez operator identyczności, a wartość kubitu $|k_2>$ jest zaprzeczona.

Niech stany początkowe rejestru obliczeniowego należą do bazy standardowej, czy takiej, w której kubity |0> i |1> mają następujące reprezentacje:

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{13}$$

czyli

$$\begin{aligned} |00\rangle &= |0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ |01\rangle &= |0\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ |10\rangle &= |1\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ |11\rangle &= |1\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{14}$$

Z równania (9) oraz macierzy z (12), która została wyznaczona za pomocą metody opisanej spostrzeżeniem 1, wynika, że:

$$\begin{aligned} U|00\rangle &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = |01\rangle \\ U|01\rangle &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = |00\rangle \\ U|10\rangle &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = |11\rangle \\ U|11\rangle &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = |10\rangle \end{aligned} \tag{15}$$

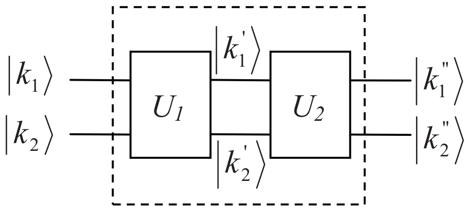
co jest zgodne z wynikami zawartymi w wyznaczonej wcześniej tabeli prawdy.

Spostrzeżenie 2: Jeżeli n-bitowy układ kwantowy składa się z m szeregowo połączonych bramek kwantowych takich, że każda bramka jest n-bitowa i znane są reprezentacje macierzowe tych bramek: U_1, $U_2, \ldots, U_m$; to macierz U reprezentującą cały układ można wyznaczyć, mnożąc przez siebie wszystkie macierze U_i (gdzie $i = 1,\ldots,m$), rozpoczynając od macierzy reprezentującej bramkę leżącą najbliżej wyjścia całego układu, poprzez kolejne macierze reprezentujące bramki leżące coraz bliżej wejścia analizowanego układu.

Przykład 2: Niech dany będzie układ składający się z dwóch dwubitowych bramek kwantowych: U_1 oraz U_2, połączonych szeregowo, gdzie reprezentacja macierzowa U_1 oraz U_2 jest następująca:

$$U_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad U_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{16}$$

a układ ma postać jak na rysunku nr 3.



Rys. 3. Przykładowy układ 2-bitowy złożony z bramek kwantowych położonych szeregowo

Tab. 2. Tabela prawdy dla funkcji realizowanej przez układ kwantowy z rysunku 3

$\|k_1k_2\rangle$	$\|k_1'k_2'\rangle$	$\|k_1''k_2''\rangle$
$\|00\rangle$	$\|00\rangle$	$\|01\rangle$
$\|01\rangle$	$\|10\rangle$	$\|11\rangle$
$\|10\rangle$	$\|11\rangle$	$\|10\rangle$
$\|11\rangle$	$\|01\rangle$	$\|00\rangle$

Układ powinien wykonywać następujące operacje:

$$\begin{aligned} \left|k_1'k_2'\right\rangle &= U_1\left|k_1k_2\right\rangle \\ \left|k_1''k_2''\right\rangle &= U_2\left|k_1'k_2'\right\rangle \end{aligned} \tag{17}$$

co dla stanów kwantowych z bazy standardowej możemy przedstawić w tabeli 2. Korzystając z danych z powyższej tabeli (z jej pierwszej i trzeciej kolumny) oraz zależności (9), można skonstruować układ 2^{2n} równań, który pozwoli na wyznaczenie wartości wszystkich elementów macierzy U, symbolizującej działanie rozważanego w tym przykładzie układu kwantowego. Rozwiązanie tego układu równań daje następujący wynik:

$$U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{18}$$

Wyznaczenie postaci macierzy U, za pomocą metody opisanej spostrzeżeniem 2, daje taki sam wynik:

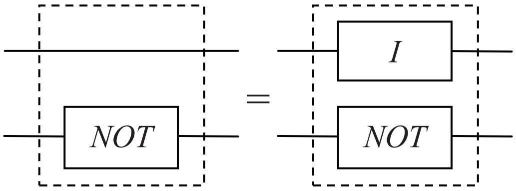
$$U = U_2U_1$$

$$U = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Określenie 1: Przez pojęcie warstwy układu kwantowego rozumiemy taką część układu, w której może występować dowolna liczba bramek równoległych, ale nie występują bramki połączone szeregowo.
Oczywiście cały układ kwantowy może być układem jednowarstwowym – przykładem takiego układu jest układ z rysunku 2.

Uwaga 1: Jeżeli układ kwantowy, złożony z więcej niż jednej bramki, jest n-bitowy i w dowolnej jego warstwie suma liczby wejść znajdujących się tam bramek jest mniejsza niż n, to wejścia będące różnicą n i sumy liczby wejść bramek tej warstwy traktujemy tak jakby były wejściami jednobitowych bramek wykonujących operację identyczności I.

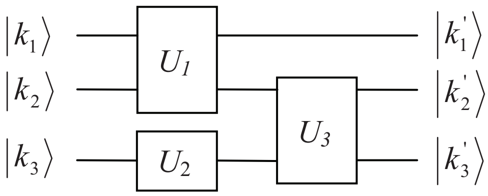


Rys. 4. Przykład równorzędnych warstw układu kwantowego

Sposób wyznaczania postaci macierzowej U operatora symbolizującego działanie układu kwantowego, złożonego z bramek o znanych reprezentacjach macierzowych, ułożonych zarówno szeregowo, jak i równolegle, opisują następujące kroki:

1) podzielenie układu na warstwy,
2) wyznaczenie postaci macierzowej operatora opisującego każdą warstwę, zgodnie ze spostrzeżeniem 1,
3) wyznaczenie postaci macierzowej operatora opisującego cały układ poprzez obliczenie wyniku iloczynu macierzy uzyskanych w kroku drugim, zgodnie ze spostrzeżeniem 2.

Przykład 3: Niech dany będzie układ kwantowy, jak na rysunku 5



Rys. 5. Przykładowy trzybitowy układ kwantowy

którego elementy mają następujące reprezentacje macierzowe:

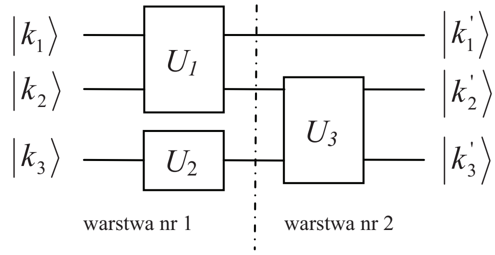
$$U_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$U_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Obliczenie postaci macierzowej U operatora, który opisuje działanie powyższego układu:

1) układ ten ma dwie warstwy (rysunek 6)



Rys. 6. Warstwy trzybitowego układu kwantowego

2) macierz W_1 opisująca warstwę nr 1 ma postać:

$$W_1 = U_1 \otimes U_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{21}$$

macierz W_2 opisująca warstwę nr 2 (zgodnie z uwagą 1):

$$W_2 = I \otimes U_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{22}$$

3) macierz U opisująca działanie całego układu:

$$U = W_2 W_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

3. Podsumowanie

Jak zostało to pokazane w przykładach 1 i 2, obliczenie macierzowej U postaci operatora symbolizującego działanie układu kwantowego, przy znanych reprezentacjach macierzowych bramek, użytych do konstrukcji tego układu, jest możliwe bez korzystania ze spostrzeżeń 1 i 2. Niemniej jednak, jak zostało to już podkreślone we wstępie artykułu, aby zaimplementować interesujący nas operator (jego reprezentacja macierzowa będzie permutacją 2^n kolumn z (2)), potrzebujemy wyodrębnić pewien zbiór podstawowych operatorów, za pomocą których można zbudować układ realizujący dowolne przekształcenie stanu rejestru kwantowego z bazy standardowej w inny stan z tej samej bazy. Zadanie wyznaczenia operatorów podstawowych byłoby znaczenie trudniejsze do zrealizowania, gdyby nie spostrzeżenia 1 i 2, ponieważ wymagałoby obliczeń podzielonych na etapy, wyznaczane przez użyte z układzie elementy, co wiąże się z obliczaniem stanu rejestru kwantowego po każdym etapie oraz wyznaczaniem wartości 2^{2n} elementów macierzy U na podstawie 2^n par macierzy K (5) i K' (6), symbolizujących odpowiednio stan początkowy $|k>$ i końcowy $|k'>$ rejestru obliczeniowego.

4. Bibliografia

[1] S. Bugajski, M. Gibas, J. Klamka, J. Miszczak, S. Nowak, S. Węgrzyn, R. Winiarczyk, L. Znamirowski, *Nano i Kwantowe Systemy Informatyki*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2004.

[2] M. Chudy, *Elementy teoretycznych podstaw informatyki*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2006.

[3] D. DiVincenzo, D. Loss, „Quantum information is physical", arXiv: cond-mat/9710259, 1998.

[4] K. Giaro, M. Kamiński, *Wprowadzenie do algorytmów kwantowych*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2003.

[5] M. Hirvensalo, *Algorytmy kwantowe*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa, 2004.

[6] T. Kaczorek, *Wektory i macierze w automatyce i elektronice*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1998.

[7] W. Kwiatkowski, *Wstęp do cyfrowego przetwarzania sygnałów*, Instytut Automatyki i Robotyki, Wydział Cybernetyki WAT, Warszawa, 2003.

[8] T. Masters, *Sieci neuronowe w praktyce*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1996.

[9] J. Wiśniewska, „Algorytm decyzyjny wraz z koncepcją jego kwantowej implementacji", *Techniczne i teoretyczne aspekty współczesnych sieci komputerowych*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa, 2009.

[10] J. Wiśniewska, „Fast method of calculating unitary matrix for quantum decision algorithm", *Polish Journal of Environmental Studies*, Vol. 18, No. 3B, 381-385 (2009).

Calculating matrix form of an operator describing complex quantum circuit

J. WIŚNIEWSKA

The article contains a method's description, which allows to calculate matrix form of quantum operator representing quantum circuit, made of quantum gates (in case, when matrix representations of these gates are known). Mentioned method shows, what kind of mathematic operations we need to perform on matrices describing gates, included in circuit in various configurations, to gain matrix form of quantum operator, which represents given quantum circuit.

Keywords: quantum circuit, unitary quantum gates, matrix representation of quantum operator