



BIULETYN WAT
VOL. LV, NR 1, 2006

Metody estymacji sygnałów jednoczesnych w układach natychmiastowego pomiaru częstotliwości

HENRYK GRUCHAŁA, MIROSŁAW CZYŻEWSKI, ADAM SŁOWIK

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Elektroniki, Instytut Radioelektroniki,
00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2

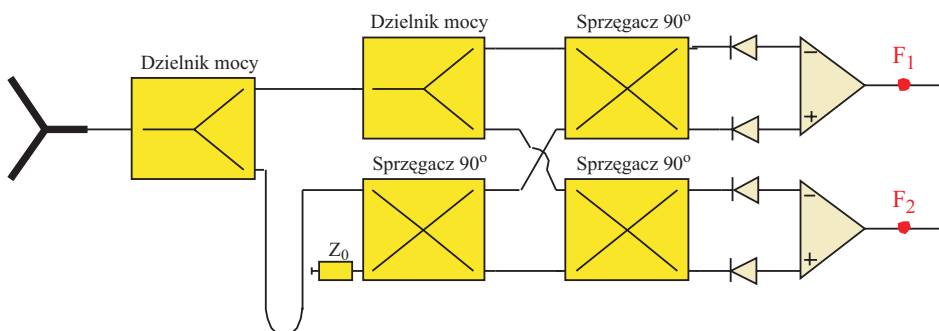
Streszczenie. W artykule przedstawione zostały dwie metody estymacji częstotliwości sygnałów jednoczesnych w układach natychmiastowego pomiaru częstotliwości NPCz. W przeanalizowanych metodach Prony'a i Pisarenki estymacja częstotliwości w odbiorniku NPCz odbywa się w oparciu o wartości funkcji autokorelacji, które mogą być uzyskiwane poprzez odpowiednią transformację sygnału wejściowego w strukturze mikrofalowej odbiornika, a następnie przez jego detekcję na elementach nieliniowych. W artykule przeanalizowano te metody, zwracając szczególną uwagę na warunki ich stosowalności oraz wynikające z nich ograniczenia. Analiza ta poparta została odpowiednimi badaniami eksperymentalnymi dla wybranego układu rzeczywistego NPCz, co pozwoli w toku dalszych badań na wyodrębnienie najbardziej efektywnej metody estymacji częstotliwości.

Słowa kluczowe: pomiar częstotliwości, estymacja sygnałów

Symbole UKD: 621.396.67

1. Wprowadzenie

Układy natychmiastowego pomiaru częstotliwości (NPCz) obok swych zalet, z których najważniejsze to: krótki czas pomiaru, szerokie pasmo i duża czułość, charakteryzują się brakiem odporności na sytuację, w której na ich wejściu pojawiają się dwa sygnały w.cz. jednocześnie. W tej sytuacji częstotliwość chwilowa określona przez odbiornik NPCz, rozumiany tylko jako mikrofalowy dyskryminator częstotliwości z dołączonymi na wyjściu prostymi układami odejmującymi (rys. 1), będzie błędna. Składać się na nią będą składniki pochodzące od pierwszego, ale też od drugiego sygnału wejściowego.



Rys. 1. Schemat mikrofalowego dyskryminatora częstotliwości

Obecna sytuacja radiolokacyjna, w której mamy do czynienia z coraz większym zagęszczeniem sygnałowym, zmusza do poszukiwania rozwiązań pozwalających wyeliminować lub w znaczącym stopniu ograniczyć wpływ tych niekorzystnych czynników, przy jednoczesnym zachowaniu pozytywnych cech tego typu układów. W tym celu stosuje się, obok rozwiązań układowych, coraz bardziej złożone i wyspecjalizowane algorytmy obróbki cyfrowej danych otrzymywanych z części analogowej odbiornika. Estymacja częstotliwości chwilowych tą drogą pozwala uzyskiwać duże dokładności, minimalizować niekorzystne zjawiska, a rozbudowa struktur mikrofalowych zdeterminowana jest wymaganiami zastosowanych metod obróbki cyfrowej. Takie rozwiązania wraz z szybkimi układami cyfrowymi wyznaczają dalszy kierunek rozwoju tego typu układów [1-4].

2. Przetwarzanie sygnałów jednoczesnych w układzie NPCZ

W artykule przeanalizowane zostały dwie metody estymacji częstotliwości chwilowych sygnałów jednoczesnych dla wybranego rzeczywistego układu NPCz. U podstaw zastosowania tych metod leży fakt, że z matematycznego punktu widzenia układ NPCz realizuje w sposób analogowy funkcje autokorelacji sygnału wejściowego. Wartości tych funkcji dla różnych opóźnień stanowią dane wejściowe dla algorytmów obróbki cyfrowej bazujących na tych metodach.

Gdy sygnał wejściowy, na który składają się dwa sinusoidalne sygnały w.cz., ma postać:

$$U_{we} = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t, \quad (1)$$

to na wyjściu odbiornika NPCz otrzymamy sygnały o następującej postaci:

$$F_1 = kA_1^2 \sin \theta_1 + kA_2^2 \sin \theta_2 \quad (2)$$

$$F_2 = kA_1^2 \cos \theta_1 + kA_2^2 \cos \theta_2, \quad (3)$$

gdzie $A_1, A_2, \omega_1, \omega_2$ są odpowiednio amplitudami i pulsacjami poszczególnych sygnałów (przyjęto zerową fazę początkową), k jest współczynnikiem podziału charakterystycznym dla układu, a θ_1, θ_2 są to różnice fazy odpowiadające opóźnieniu τ wprowadzonemu przez zastosowaną w układzie linię opóźniającą, ściśle powiązane z częstotliwościami chwilowymi sygnałów wejściowych.

Dokonując następującej operacji matematycznej:

$$G_1 = F_2 + jF_1 = kA_1^2 \exp(j\theta_1) + kA_2^2 \exp(j\theta_2) \quad (4)$$

$$G_2 = F_2 - jF_1 = kA_1^2 \exp(-j\theta_1) + kA_2^2 \exp(-j\theta_2), \quad (5)$$

otrzymamy sygnały w postaci odpowiadającej wartościom funkcji autokorelacji:

$$R(\tau) = R(1) = P_1 \exp(j\omega_1\tau) + P_2 \exp(j\omega_2\tau) \quad (6)$$

$$R(-\tau) = R(-1) = P_1 \exp(-j\omega_1\tau) + P_2 \exp(-j\omega_2\tau), \quad (7)$$

gdzie P_1 i P_2 odpowiadają mocom sygnałów, a iloczyn $\omega_i\tau = \theta_i$ dla poszczególnych sygnałów przy danej linii opóźniającej. Zmieniając długość linii opóźniającej, można otrzymać również inne wartości funkcji autokorelacji:

$$R(\tau = 0) = R(0) = P_1 + P_2 \quad (8)$$

$$R(2\tau) = R(2) = P_1 \exp(j2\omega_1\tau) + P_2 \exp(j2\omega_2\tau). \quad (9)$$

Równania (6÷8) opisujące sygnały wyjściowe z układu NPCz dla różnych linii opóźniających stanowią jednocześnie dane wejściowe dla algorytmów estymacji częstotliwości [5].

3. Metody estymacji częstotliwości

W artykule przeanalizowane zostały: metoda Prony'a i Pisarenki. Metody te, określane jako parametryczne, pozwalają na wyznaczenie poszczególnych parametrów sygnału, w tym przypadku częstotliwości chwilowych, w oparciu o ograniczoną liczbę wartości funkcji autokorelacji. W związku z tym wymagają one przyjęcia określonych założeń co do stopnia złożoności sygnałów wejściowych, jak również uwzględnienia obecności w nich szumów. W przeprowadzonej analizie ograniczono się do dwóch sygnałów jednoczesnych, gdyż większa ich ilość zwiększa automatycznie ilość równań niezbędnych do rozwiązania, co znacząco komplikuje analizę.

3.1. Metoda Pisarenki

Metoda Pisarenki [5] wykorzystuje do estymacji częstotliwości wartości własne i wektor własny macierzy funkcji autokorelacji. Dla dwóch sygnałów jednoczesnych macierz ta ma następującą postać:

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & R(-2) \\ R(1) & R(0) & R(-1) \\ R(2) & R(1) & R(0) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Metoda ta zakłada również obecność szumów w sygnale wejściowym, w związku z tym:

$$R(0) = P_1 + P_2 + \sigma^2, \quad (11)$$

gdzie σ jest wariancją szumów.

W pierwszym kroku należy wyznaczyć wartość własną λ macierzy R poprzez określenie następującego wyznacznika:

$$\begin{bmatrix} R(0) - \lambda & R(-1) & R(-2) \\ R(1) & R(0) - \lambda & R(-1) \\ R(2) & R(1) & R(0) - \lambda \end{bmatrix} = 0. \quad (12)$$

Następnie, wiedząc, że minimalna wartość własna λ_{\min} powinna równać się wariancji szumów, należy określić wektor własny:

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & R(-2) \\ R(1) & R(0) & R(-1) \\ R(2) & R(1) & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Wykorzystując wektor własny można już sformułować następujące równanie kwadratowe:

$$z_i^2 - a_1 z_i - a_2 = 0 \quad i = 1, 2, \quad (14)$$

gdzie:

$$z_i = \exp(j\theta_i). \quad (15)$$

Na podstawie wartości pierwiastków z_i można określić częstotliwości sygnałów wejściowych:

$$\theta_i = \omega_i \tau = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im } z_i}{\text{Re } z_i} \right). \quad (16)$$

3.2. Metoda Prony'a [5]

Metoda Prony'a jest dwuetapową metodą rozwiązywania układu równań nieliniowych. Na początek, przy korzystaniu z równania (15) sygnały wyjściowe z układu NPCz przekształcone zostają do postaci odpowiednich dla tej metody, przy założeniu braku szumów w sygnale wejściowym:

$$\begin{cases} R(-1) = P_1 z_1^{-1} + P_2 z_2^{-1} \\ R(0) = P_1 + P_2 \\ R(1) = P_1 z_1 + P_2 z_2 \\ R(2) = P_1 z_1^2 + P_2 z_2^2. \end{cases} \quad (17)$$

W pierwszym etapie przy mnożeniu poszczególnych równań przez $a_2, a_1, -1$, wprowadzone zostają dwie nowe niewiadome. Dodając stronami powstałe równania i przyrównując je do zera, otrzymamy następujący wynik:

$$\begin{cases} -R(1) + a_1 R(0) + a_2 R(-1) = P_1 z_1^{-1} (-z_1^2 + a_1 z_1 + a_2) + P_2 z_2^{-1} (-z_2^2 + a_1 z_2 + a_2) = 0 \\ -R(2) + a_1 R(1) + a_2 R(0) = P_1 (-z_1^2 + a_1 z_1 + a_2) + P_2 (-z_2^2 + a_1 z_2 + a_2) = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Z prawej strony równania (18) otrzymujemy układ równań liniowych, którego rozwiązaniem są wprowadzone niewiadome a_1, a_2 :

$$\begin{cases} -R(1) = a_1 R(0) + a_2 R(-1) \\ -R(2) = a_1 R(1) + a_2 R(0). \end{cases} \quad (19)$$

W drugim etapie należy rozwiązać równanie kwadratowe otrzymane z równania (18):

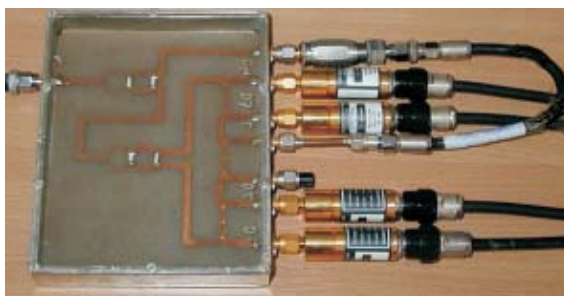
$$z_i^2 - a_1 z_i - a_2 = 0 \quad i = 1, 2. \quad (20)$$

Równanie (20) ma identyczną postać jak w metodzie Pisarenki. Różnica między metodami polega na przyjętych założeniach i widoczna jest także w sposobie dochodzenia do wyniku [5, 6].

4. Wyniki pomiarów

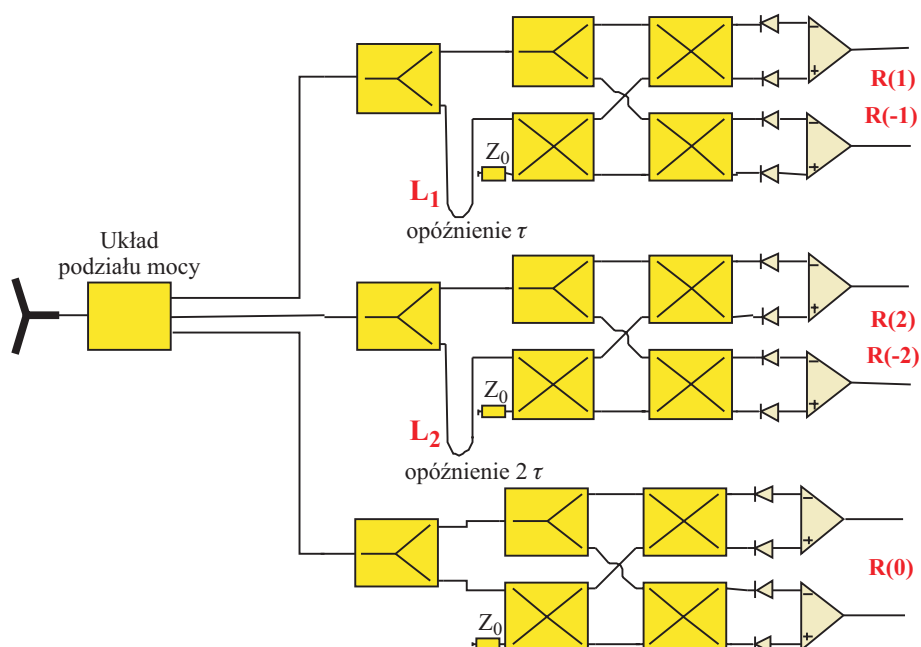
Przeprowadzona powyżej analiza zweryfikowana została badaniami eksperymentalnymi. Pomiarzy przeprowadzone zostały w oparciu o mikrofalowy dys-

kryminator częstotliwości zbudowany w technice mikropaskowej pracujący w paśmie $2 \div 4$ GHz (rys. 2).



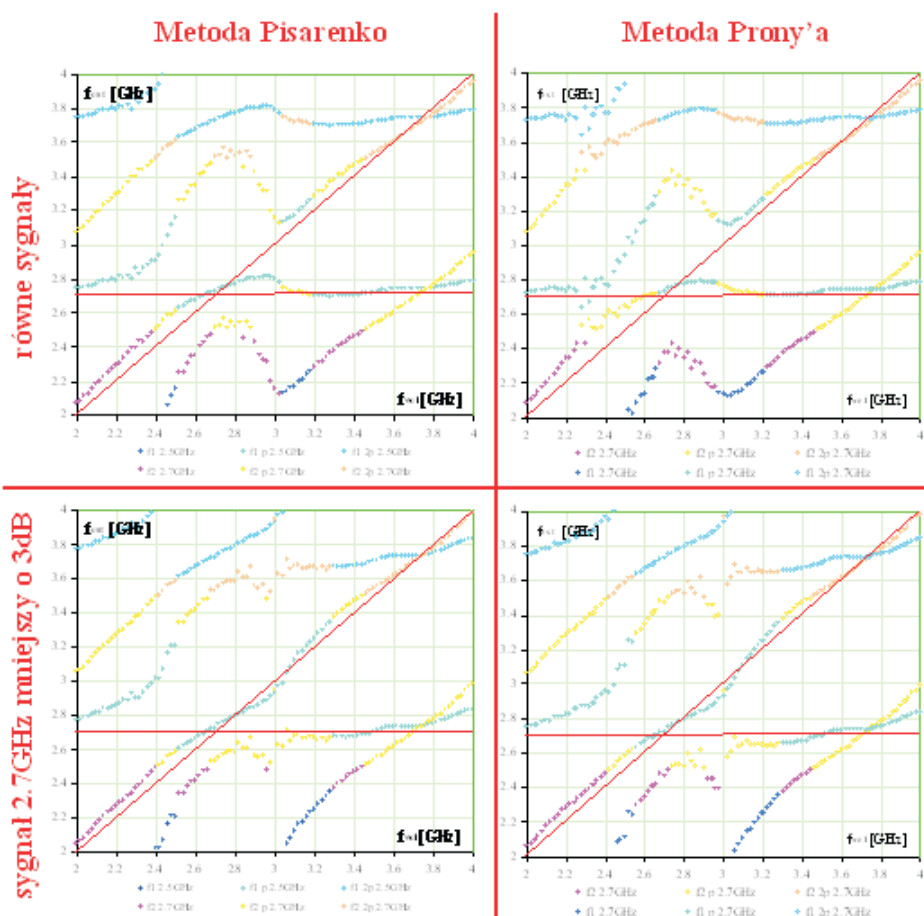
Rys. 2. Mikrofalowy dyskryminator częstotliwości

Metody estymacji częstotliwości omówione powyżej wymagają zastosowania struktury trzykanałowej (rys. 3). W pierwszy kanał włączona została linia opóźniająca o opóźnieniu τ , określająca pasmo pracy układu NPCz oraz pozwalająca uzyskać wartości autokorelacji $R(1)$ i $R(-1)$. Pozostałe wartości funkcji autokorelacji uzyskane zostały z następnych dwóch kanałów, w które włączono linie o opóźnieniu 2τ lub nie włączono żadnej linii.



Rys. 3. Struktura NPCz dostosowana do estymacji dwóch sygnałów jednoczesnych

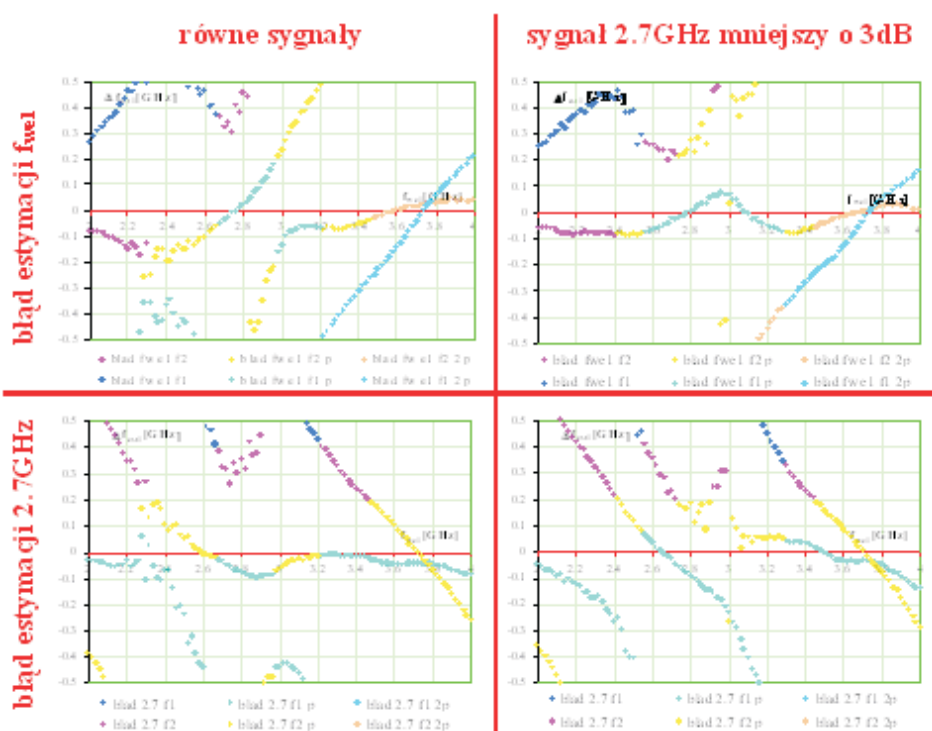
Sygnaly wyjściowe z układu NPCz wykorzystane zostały jako dane wejściowe dla algorytmów estymacji częstotliwości opracowanych w oparciu o metodę Pisarenki i Prony’ a. Pierwsza z tych metod zakłada obecność szumów w sygnale, jednak przy wyznaczaniu wartości własnej i wektora własnego macierzy wymaga ona skomplikowanych operacji matematycznych, co wpływa na wydłużenie procesu obliczeniowego. Metoda Prony’ a, zakładająca brak szumów w sygnale, prowadzi do tych samych rozwiązań, ale o wiele prostszą drogą. Tezę tę potwierdza rysunek 4, na którym zamieszczono wyniki pracy estymatorów dla obydwu metod w układzie rzeczywistym, dla sygnału wejściowego o dużym stosunku S/N.



Rys. 4. Wyniki pracy estymatorów dla różnych metod i poziomów sygnałów wejściowych

Na rysunku 4 przedstawione zostały wyniki pracy estymatorów dla dwóch sygnałów wejściowych, z których jeden był o stałej częstotliwości 2,7 GHz, a częstotliwość drugiego zmieniała się w sposób liniowy. Ze względu na cechy estymatorów (jednoznaczność w zakresie π), w zakresie zmian kąta 2π występuje niejednoznaczność. Drugim problemem, którego nie uwzględniają metody i który należy rozwiązać dodatkowo jest problem zbliżonych częstotliwości. Błąd estymacji częstotliwości gwałtownie wzrasta w otoczeniu częstotliwości 2,7 GHz. Zjawisko to związane jest z pracą mikrofalowego dyskryminatora częstotliwości, na którego wyjściu w tym przypadku nie otrzymamy sygnału w postaci opisanej w równaniach (2) i (3). Sygnały te będą zawierać dodatkowo składniki będące efektem mieszania obydwu sygnałów na elemencie nieliniowym. Gdy częstotliwości będą zbliżone, ich różnica również zostanie przeniesiona przez układ filtracyjny. Spowoduje to, że sygnał wyjściowy z dyskryminatora nie będzie już odpowiadał wartości funkcji autokorelacji.

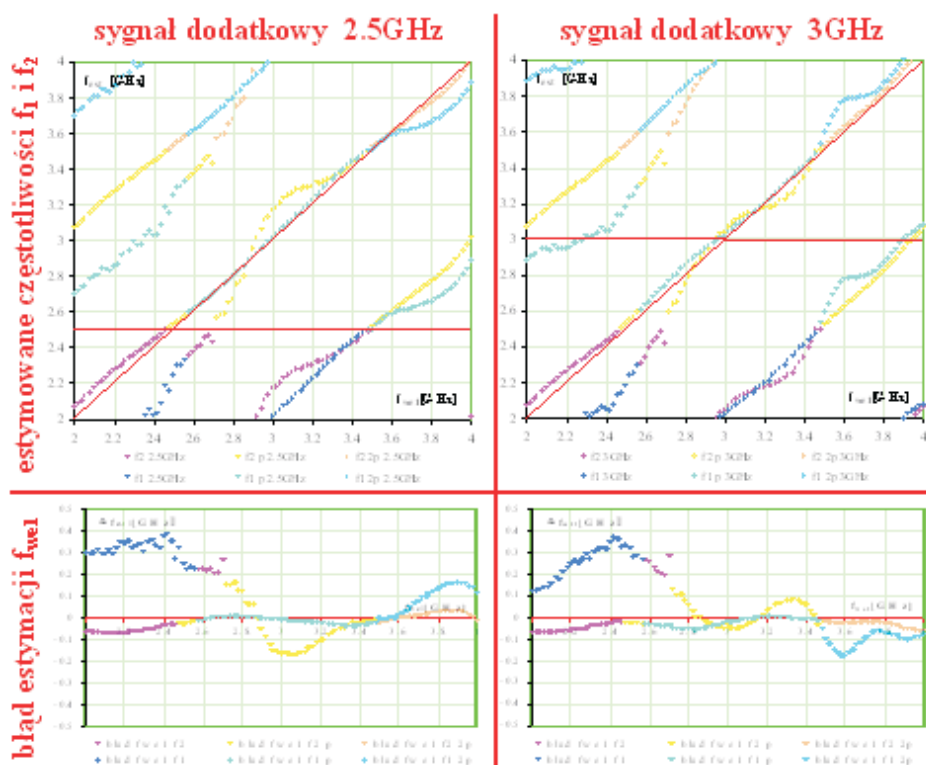
Analiza została przeprowadzona dla różnych poziomów sygnałów jednoczesnych. Dla sygnałów o równej amplitudzie, stała i zmienna częstotliwość estymowane są ze zbliżoną dokładnością, którą po uwzględnieniu omówionych po-



Rys. 5. Błędy estymacji obydwu sygnałów dla różnych poziomów mocy wejściowej

wyżej problemów związanego z jednoznacznością i częstotliwościami zbliżonymi można określić na poziomie ± 100 MHz. Dla sygnału o stałej częstotliwości mniejszego o 3 dB błąd jego estymacji wzrasta, natomiast dla sygnału silniejszego błąd maleje. Charakterystyki tych błędów dla obydwu sygnałów przedstawia rysunek 5. Błędy przedstawione zostały tylko dla metody Prony'a, ale można przyjąć, że dla sygnału o dużym stosunku S/N dla metody Pisarenki sytuacja będzie podobna.

Dla dużej różnicy poziomów sygnałów jednoczesnych wyniki otrzymywane w procesie estymacji powiązane są już tylko z częstotliwością silniejszego sygnału, co przedstawione zostało na rysunku 6. Wyniki pracy estymatorów wskazują, że niezależnie od częstotliwości sygnału dodatkowego, tj. 2,5 GHz i 3 GHz mniejszego o 10 dB, wyznaczana jest tylko częstotliwość sygnału silniejszego, z którą powiązane są obydwie częstotliwości estymowane.



Rys. 6. Wyniki pracy estymatorów i błędy estymacji dla sygnału dodatkowego mniejszego o 10 dB

5. Wnioski

Przeprowadzona analiza wskazuje na możliwość skutecznego zastosowania metody Prony'a i Pisarenki do estymacji sygnałów w rzeczywistych układach NPCz. Metody te pozwalają, jeśli nawet nie wyeliminować, to w znaczący sposób ograniczyć niedokładności związane z sygnałami jednoczesnymi. Należy jednak pamiętać o przyjętych tu założeniach i pewnych ograniczeniach wynikających, czy to z samych metod, czy też z układu mikrofalowego. Stwarzają one pewne problemy, których rozwiązania można szukać w dalszej modyfikacji struktury układu NPCz, jak również w rozbudowie algorytmu obróbki cyfrowej.

Głównym przyjętym w analizie założeniem jest obecność tylko dwóch sygnałów, podczas gdy w rzeczywistości może ich być o wiele więcej. Rozpatrywanie n -sygnałów wymaga zastosowania uogólnionych metod estymacji, co z matematycznego punktu widzenia jest poprawne, jednak w układach rzeczywistych trudne do realizacji, jeśli w ogóle możliwe. W związku z tym, dla rzeczywistych układów NPCz, należy ograniczyć liczbę rozpatrywanych sygnałów. Podobny wniosek można wyciągnąć w oparciu o analizę wyników estymacji silnego sygnału na tle słabego. Nawet w obecności bardzo wielu sygnałów estymatory poprawnie powinny określać częstotliwości sygnałów najsilniejszych, a ich liczba zależy będzie od przyjętego rozwiązania. Poza tym, częstotliwości sygnałów słabszych mogą być traktowane podobnie jak częstotliwości różnicowe sygnałów zbliżonych i eliminowane poprzez przyjęcie dodatkowych założeń w algorytmach obróbki cyfrowej.

Drugie założenie, wymagane w metodach estymacji, związane jest obecnością szumu w sygnale. W rzeczywistych układach szumy występują zawsze, ale fakt ten nie eliminuje metod estymacji pomijających te zjawiska. Przeprowadzona analiza wskazuje, że stosowanie metod Prony'a w przypadku sygnałów o dużym stosunku S/N jest bardziej zasadne niż metody Pisarenki, ponieważ jest ona dużo prostsza, a w rezultacie otrzymujemy takie same wyniki. Sytuacja zmieni się w przypadku małego stosunku S/N, gdzie złożona metoda Pisarenki może być jedyną, która daje wiarygodne rezultaty. Przy projektowaniu układu NPCz należy więc rozstrzygnąć, z jakiego typu sygnałami będzie on pracował. Można też stosować obie metody równolegle, co komplikuje algorytm, ale niesie również dodatkowe informacje o relacjach szumowych w sygnale.

Problemy, które pojawiły się w trakcie analizy, związane z jednoznacznością, zbliżonymi częstotliwościami sygnałów, jak również dalsze badania nad zwiększeniem dokładności estymacji i problemami związanymi z szumami, będą stanowić dalszy kierunek prac badawczych prowadzonych w tym zakresie.

Artykuł wpłynął do redakcji 20.10.2005 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w marcu 2006 r.

LITERATURA

- [1] J. P. COUPEZ, H. GRUCHAŁA, A. SŁOWIK, Cz. REĆKO, A. RUTKOWSKI, *High resolution IFMs*, Proceedings of the XIV International Conference on Microwave, Gdańsk, 20-22 maja 2002.
- [2] B. SMÓLSKI, *Analiza i synteza mikrofalowych układów natychmiastowego pomiaru częstotliwości*, Dodatek do Biul. WAT nr 7(335), Warszawa 1980.
- [3] B. STEC, *Analiza i badania mikrofalowego dyskryminatora częstotliwości*, Biul. WAT nr 7(431), Warszawa 1988.
- [4] H. GRUCHAŁA, M. CZYŻEWSKI, *The instantaneous frequency measurement receiver in the complex electromagnetic environment*, Proceedings of the XIV International Conference on Microwave, Warszawa, 18-20 maja 2004, tom I, s. 155-159.
- [5] J. B. Y. TSUI, *Digital Microwave Receivers. Theory and Concepts*, Artech House, Norwood 1989.
- [6] J. B. Y. TSUI, *Digital Techniques for Wideband Receivers*, Artech House, Norwood 1995.

H. GRUCHAŁA, M. CZYŻEWSKI, A. SŁOWIK

Estimate methods of simultaneous signals in instantaneous frequency measurement systems

Abstract. The real-time measurement of the carrier frequency of radar signals is an essential part of electronic-reconnaissance systems. The wide band instantaneous frequency measurement (IFM) systems offers the high probability of intercept over broad instantaneous RF bandwidths, high dynamic ranges, good sensitivity, and high frequency measurement accuracy. However, under simultaneous signals conditions, the conventional IFM system may generate erroneous estimate that can cause serious problems in the further digital processing. In the paper, the estimations of simultaneous signals frequencies using Prony's and Pisarenko methods have been proposed. First of them is a special high-resolution parametric estimator that solves a specific set of simultaneous non-linear equations. Second approach is based on the eigenvectors solution of autocorrelations matrix. The experimental data for both methods have been presented and compared in the paper.

Keywords: IFM system, simultaneous signals estimate, Prony's method

Universal Decimal Classification: 621.396.67