



BIULETYN WAT  
VOL. LV, NR 1, 2006

## Nowy algorytm estymacji pozycji źródła emisji elektromagnetycznej

ADAM KAWALEC, BRONISŁAW WAJSZCZYK

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Elektroniki, Instytut Radioelektroniki,  
00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2

**Streszczenie.** Lokalizacja, czyli określenie miejsca położenia źródła emisji, jest istotnym, a często najważniejszym, elementem łańcucha czynności (zadań) systemu rozpoznania radioelektronicznego, takich jak: wykrywanie (przechwyt) emisji sygnałów elektromagnetycznych, namierzenie, czyli określanie kierunku na źródło emisji, analiza sygnałów w celu klasyfikacji różnych typów (ocena zagrożenia) i identyfikacji egzemplarzy źródeł emisji tego samego typu. W złożonych sytuacjach pomiarowych estymacja miejsca położenia źródła emisji, wykorzystująca dotychczasowe klasyczne metody rozwiązywania równań liniowych, oparte na metodzie najmniejszej sumy kwadratów, często prowadzi do powstania bardzo dużych błędów w ocenie pozycji źródła emisji. W artykule omówiono nowy beziteracyjny algorytm lokalizacji źródeł emisji, będący szczególną implementacją metody najmniejszej sumy kwadratów. Algorytm ten umożliwia estymację pozycji źródeł emisji w przestrzeni. W pracy przedstawiono wyniki przeprowadzonych badań dla nowego algorytmu oraz porównano uzyskane rezultaty z rozwiązaniami obecnie wykorzystywanymi w urządzeniach rozpoznania radioelektronicznego. W przypadkach złego uwarunkowania zagadnienia, regularyzacja Tichonova umożliwia osiągnięcie poprawnego wyniku estymacji oraz zapewnia stabilność numeryczną algorytmu. Dla nowego algorytmu stosowanie regularyzacji Tichonova nie jest wymagane. Poprawia to jego efektywność.

**Słowa kluczowe:** rozpoznanie radioelektroniczne, źródła emisji — lokalizacja

**Symbole UKD:** 621.396.96

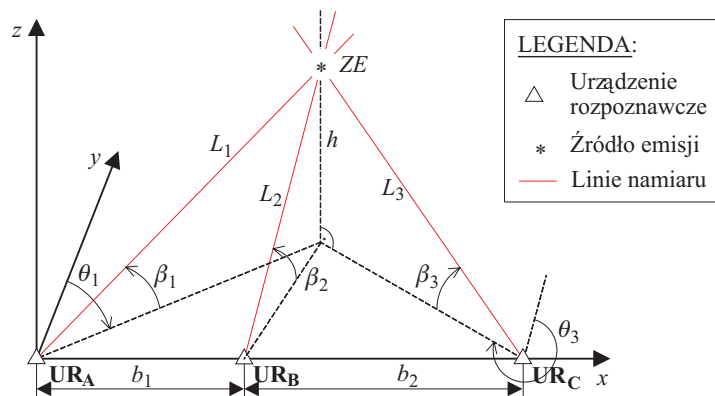
### 1. Wstęp

Lokalizacja źródeł emisji jest częścią procesu wchodzącego w skład szeroko rozumianego rozpoznania radioelektronicznego klasy ELINT (ang. *ELectronic INTelligence*) oraz ESM (ang. *ELectronic Warfare Support Measures*).

W zastosowaniach militarnych szczebla taktycznego, do wyznaczania miejsca położenia źródła emisji elektromagnetycznej powszechnie wykorzystuje się systemy namiarowe pracujące w przestrzeni dwuwymiarowej. Dotychczasowe doświadczenia zdobyte przy opracowywaniu i wdrażaniu nowych urządzeń rozpoznania radioelektronicznego pokazują, że istnieją realne możliwości na zastosowanie systemów umożliwiających pomiar kąta przyjscia sygnałów zarówno w płaszczyźnie poziomej, jak i w płaszczyźnie pionowej. Jest to podstawa do prac nad skutecznymi algorytmami estymacji miejsca położenia źródła emisji (ZE) w przestrzeni trójwymiarowej.

### Metoda wcięcia w przód

W rozpoznaniu radioelektronicznym do określenia położenia źródła emisji w przestrzeni (dla metody wcięcia w przód) potrzebne są trzy kąty: namiar na źródło emisji  $\theta_1$  i  $\theta_2$  z przynajmniej dwóch urządzeń rozpoznawczych i kąt elewacji (wysokości horyzontalnej) w jednym z nich lub odwrotnie: dwa kąty elewacji  $\beta_1$  i  $\beta_2$  oraz jeden namiar (rys. 1). Miejsce położenia źródła emisji jest wyznaczone przez punkt przecięcia się trzech powierzchni położenia (dwie półpłaszczyzny i tworząca stożka lub tworzące dwóch stożków i półpłaszczyzna).



Rys. 1. Określanie miejsca położenia źródła emisji w przestrzeni trójwymiarowej dla metody wcięcia w przód

## 2. Algorytmy estymacji pozycji źródła emisji

Dla metody wcięcia w przód powszechnie stosowany jest algorytm estymacji położenia ZE zbudowany w oparciu o metodę najmniejszej sumy kwadratów [4, 5, 6].

Powyższy algorytm umożliwia estymację pozycji źródła emisji na płaszczyźnie i w przestrzeni trójwymiarowej. W dalszej części artykułu powyższy algorytm będzie określany jako algorytm klasyczny.

Działanie tego algorytmu oparte jest na wykorzystaniu metody Gaussa-Newtona [1, 2]. Położenie ZE jest określone na podstawie zbioru pomiarów wielkości geometrycznych  $u_i$ , dokonanych w układzie obserwacyjnym złożonym z wielu UR rozmieszczonych w różnych miejscach przestrzeni [45, 63].

Zakładając, że UR i ZE są położone w kartezjańskim układzie współrzędnych  $Oxyz$ , przyjmujemy, że położenie  $i$ -tego namiernika będzie określone wektorem

$$\mathbf{x}_i = [x_i, y_i, z_i]^T, \quad (1)$$

a rzeczywiste położenie ZE — wektorem

$$\mathbf{x} = [x, y, z]^T. \quad (2)$$

W każdym punkcie odbioru (2) dokonywany jest pomiar wielkości geometrycznych  $u_i$  w postaci namiarów  $\theta_i$  i  $\beta_i$  na ZE.

W rzeczywistych warunkach każdy namiar obarczony jest błędem pomiarowym

$$\theta_i = \tilde{\theta}_i \pm |\Delta\theta_i| \quad (3)$$

$$\beta_i = \tilde{\beta}_i \pm |\Delta\beta_i|, \quad (4)$$

gdzie:  $\tilde{\theta}_i, \tilde{\beta}_i$  — namiar idealny (bezbłędny);  $|\Delta\theta_i|$  — wartość bezwzględna błędu  $\Delta\theta_i$ ;  $|\Delta\beta_i|$  — wartość bezwzględna błędu  $\Delta\beta_i$ .

Zakładamy tutaj, że błędy  $\Delta\theta_i$  i  $\Delta\beta_i$  są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym z wartością przeciętną równą zero (tzn. nie ma błędów systematycznych) i z wariancją  $\delta_i^2$  określoną na podstawie badań zakładowych UR.

Przy założeniu addytywnych błędów pomiaru wielkości geometrycznych  $i$ -tą zmierzoną wartość wielkości geometrycznej  $u_i$  można przedstawić w postaci:

$$u_i = \tilde{u}_i + \Delta u_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (5)$$

gdzie:  $u_i \in (\theta_i, \beta_i)$ ,  $\tilde{u}_i$  — wartość prawdziwa (bezbłędna) wielkości geometrycznej;  $\Delta u_i$  — błąd pomiaru wielkości geometrycznej;  $\Delta u_i = \varepsilon_i$ ,  $\tilde{u}_i = f_i(\mathbf{x}, \mathbf{X}_i)$ ,  $f_i(\mathbf{x}, \mathbf{X}_i)$  — funkcja predykcji — nieliniowa funkcja wyrażająca dla  $i$ -tej obserwacji ścisłą zależność pomiędzy mierzoną WG a wzajemnym rozmieszczeniem przestrzennym UR i obiektu obserwacji. Wartość ta nie jest znana i będzie podlegać oszacowaniu, czyli estymacji.

Przy ustalonych współrzędnych  $\mathbf{X}_i$  układu pomiarowego równanie  $i$ -tej obserwacji można zapisać w postaci:

$$u_i = f_i(\mathbf{x}) + \varepsilon_i. \quad (6)$$

Głównym problemem estymacji MPO jest znalezienie estymatora  $\hat{\mathbf{x}}$  wektora współrzędnych  $\mathbf{x}$  pozycji obiektu na podstawie zbioru obserwacji  $u_i$ .

Występującą w równaniu obserwacji funkcję predykcji rozwijamy w szereg Taylora wokół pewnego wybranego odpowiednio punktu  $\mathbf{x}_0$ . Przyjmując maksymalny rząd rozwinięcia  $q = 2$  można rozważaną funkcję predykcji przedstawić w postaci:

$$f_i(\mathbf{x}) = f_i(\mathbf{x}_0) + \nabla_{\mathbf{x}} f_i(\mathbf{x}_0)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + R_i^{(2)}(\mathbf{x}'), \quad (7)$$

gdzie:  $\mathbf{x}_0$  — wektor przypuszczalnych współrzędnych MPO;  $R_i^{(2)}(\mathbf{x}')$  — człon nieliniowy rozwinięcia funkcji predykcji.

Macierzowy operator pochodnych cząstkowych  $\nabla_{\mathbf{x}}$  działających na funkcję skalarną  $f_i(\mathbf{x})$  daje w wyniku wektor o wymiarze wektora  $\mathbf{x}$ , nazywany gradientem tej funkcji. Wektor gradientu ma postać

$$\nabla_{\mathbf{x}} f_i(\mathbf{x}_0) \stackrel{def}{=} \left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f_i}{\partial x_p} \right]_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0}. \quad (8)$$

Jeśli nieliniową funkcję predykcji zastąpimy jej przybliżeniem w postaci sumy dwóch pierwszych wyrazów jej rozwinięcia w szereg Taylora, to równanie obserwacji przyjmie postać kombinacji liniowej

$$u_i = f_i(\mathbf{x}_0) + \nabla_{\mathbf{x}} f_i(\mathbf{x}_0)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \varepsilon_i, \quad (9)$$

ponieważ zostają odrzucone wszystkie dalsze, nieliniowe człony rozwinięcia. Wprowadzając oznaczenia

$$f_{0i} = f_i(\mathbf{x}_0) \quad (10)$$

oraz

$$\mathbf{g}_i^T = \nabla_{\mathbf{x}} f_i, \quad (11)$$

równanie obserwacji (9) można zapisać w postaci

$$u_i = f_{0i} + \mathbf{g}_i^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \varepsilon_i. \quad (12)$$

Przekształcając powyższe równanie tak, aby po lewej stronie znalazły się wielkości znane oraz takie, które można oszacować przed dokonaniem estymacji wektora  $\mathbf{x}$  otrzymujemy:

$$u_i + g_i^T \mathbf{x}_0 - f_{0i} = g_i^T \mathbf{x} + \varepsilon_i. \quad (13)$$

Wprowadzając pojęcie obserwacji zmodyfikowanej jako wielkości

$$w_i = u_i + g_i^T \mathbf{x}_0 - f_{0i} \quad (14)$$

równanie obserwacji zmodyfikowanej definiowane jest w postaci wyrażenia

$$w_i = g_i^T \mathbf{x} + \varepsilon_i, \quad (15)$$

w którym wielkość  $w_i$  określana jest jako suma wyniku obserwacji rzeczywistej  $u_i$  i pewnej poprawki, czyli składnika korygującego.

Powyższe układy równań można zapisać w postaci zagregowanej, uzyskując równanie liniowego modelu statystycznego

$$\mathbf{w} = \mathbf{G}\mathbf{x} + \mathbf{e}, \quad (16)$$

gdzie:  $\mathbf{w} = \mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{x}_0 - \mathbf{f}_0$ ,  $\mathbf{w}$  — wektor obserwacji;  $\mathbf{G}$  — macierz gradientów;  $\mathbf{x}$  — wektor parametrów podlegających estymacji;  $\mathbf{e}$  — wektor błędów losowych pomiaru WG;  $\mathbf{u}$  — wektor pojedynczych obserwacji;  $\mathbf{f}_0$  — wektor pojedynczych funkcji predykcji (funkcja predykcji jest funkcją nieliniową wyrażającą dla  $i$ -tej obserwacji ścisłą zależność między mierzoną WG a wzajemnym rozmieszczeniem przestrzennym UR i obiektu obserwowanego).

Rozkład wektorów błędów  $\mathbf{e}$  ma wartość średnią:

$$E(\mathbf{e}) = \mathbf{0}. \quad (17)$$

Błędy składowe  $\mathbf{e}$  są nieskorelowane, więc macierz kowariancji błędu  $\mathbf{e}$  przyjmie postać:

$$E(\mathbf{e}\mathbf{e}^T) = \mathbf{R} = \delta^2 \mathbf{I}. \quad (18)$$

Estymator  $\hat{\mathbf{x}}$  wektora  $\mathbf{x}$  współrzędnych MPO można uzyskać metodą największej wiarygodności (NW) [61]. Dla przyjętego rozkładu normalnego wielkości  $\mathbf{e}$  estymator ten sprowadza się do estymatora minimalizującego formę kwadratową. Z warunku minimalizacji formy kwadratowej:

$$S(\mathbf{x}) = \mathbf{e}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e}, \quad (19)$$

gdzie:

$$\mathbf{e} = \mathbf{w} - \mathbf{G}\mathbf{x};$$

$$\min S(\mathbf{x}) = \min (\mathbf{w} - \mathbf{G}\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{w} - \mathbf{G}\mathbf{x}), \quad (20)$$

a ściślej z rozwiązania równania macierzowego, stanowiącego warunek konieczny istnienia minimum ww. formy (19)

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} S(\mathbf{x}) = 0 \quad (21)$$

można uzyskać estymator najmniejszej sumy kwadratów w postaci:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{G}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{w}. \quad (22)$$

Wektor  $\mathbf{w}$  ma rozkład  $N(\mathbf{G}\mathbf{x}, \mathbf{R})$ , natomiast estymator  $\hat{\mathbf{x}}$  posiada następujące właściwości:

- (a)  $E(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{x}$ ,
- (b)  $E[(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T] = (\mathbf{G}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G})^{-1} = \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}}$ ,  
gdzie  $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}}$  oznacza macierz kowariancji błędów estymacji wektora  $\hat{\mathbf{x}}$ ,
- (c)  $\hat{\mathbf{x}}$  jest estymatorem o minimalnej wariancji w klasie estymatorów liniowych,
- (d)  $\hat{\mathbf{x}}$  ma rozkład  $N(\mathbf{x}, \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}})$  dla dużej liczby obserwacji.

Estymator  $\hat{\mathbf{x}}$  został uzyskany dla zlinearyzowanego równania obserwacji przy znanym punkcie rozwinięcia  $\mathbf{x}_0$ . W rzeczywistości jednak równanie pierwotne jest nieliniowe i może być przedstawione w postaci:

$$\mathbf{u} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{e}, \quad (23)$$

gdzie:  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x})]^T$ .

Oznaczając

$$\mathbf{w}_0 = \mathbf{u} + \mathbf{G}_0 \mathbf{x}_0 - \mathbf{f}_0, \quad (24)$$

gdzie:  $\mathbf{x}_0$  — jest wybranym początkowo intuicyjnie punktem rozwinięcia;  
 $\mathbf{w}_0$  — wektor obserwacji,

stosując metodę Gaussa-Newtona uzyskujemy wyrażenie określające pierwszą estymatę wektora  $\mathbf{x}$ :

$$\hat{\mathbf{x}}_1 = (\mathbf{G}_0^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}_0)^{-1} \mathbf{G}_0^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{w}_0. \quad (25)$$

Z powyższego wyrażenia widać, że gdy punkt początkowy jest punktem dobrze przybliżonym, tzn. takim, że  $\mathbf{G}_0 \cong \mathbf{G}$ , to wówczas wyrażenie powyższe staje się klasycznym, liniowym estymatorem. Zatem metodę otrzymywania estymatora liniowego można potraktować jako metodę Gaussa-Newtona z jedną iteracją.

Podstawiając  $\hat{\mathbf{x}}_1$  w miejsce  $\mathbf{x}_0$  uzyskujemy kolejne przybliżenie  $\hat{\mathbf{x}}_2$ . Realizując proces iteracyjny dla  $k = 1, 2, \dots$  otrzymujemy wyrażenie na estymator  $\hat{\mathbf{x}}$  w postaci:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = (\mathbf{G}_k^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}_k)^{-1} \mathbf{G}_k^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{w}_k, \quad (26)$$

gdzie:

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{u} + \mathbf{G}_k \mathbf{x}_k - \mathbf{f}_k.$$

Przy zachowaniu warunków zbieżności procesu iteracyjnego otrzymujemy

$$\hat{\mathbf{x}} = \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{x}}_k \quad (27)$$

pod warunkiem, że proces iteracyjny zostanie zainicjowany w punkcie  $\mathbf{x}_0$ , wybranym otoczeniu minimum globalnego funkcji.

Pomimo znanych właściwości otrzymywanych estymatorów oraz dobrej budowy teoretycznej stosowanie tego algorytmu napotyka na szereg trudności związanych z [7]:

- istnieniem rozwiązania,
- brakiem zbieżności w kolejnych krokach iteracji;
- znalezieniem rozwiązania.

Jest to algorytm iteracyjny i wymaga określenia współrzędnych punktu będącego pierwszym (zgrubnym) przybliżeniem estymowanego położenia ZE oraz odpowiednich reguł zatrzymania procesu iteracyjnego kolejnych przybliżeń do rozwiązania.

Drugim przedstawionym rozwiązaniem jest nowy algorytm estymacji pozycji źródeł emisji w przestrzeni trójwymiarowej, nazywany dalej autorskim, będący szczególną realizacją metody najmniejszej sumy kwadratów [8].

Zakładamy, że UR i ZE są położone w kartezjańskim układzie współrzędnych  $Oxyz$ , oraz położenie UR dane jest wektorem

$$\mathbf{x}_i = [x_i, y_i, z_i], \quad (28)$$

a położenie ZE wektorem

$$\mathbf{x} = [x, y, z]. \quad (29)$$

W każdym punkcie odbioru dokonywany jest pomiar WG  $u_i$  w postaci namiarów  $\theta_i$  i  $\beta_i$  na ZE.

Współrzędne położenia ZE (29) nie są znane i będą podlegały estymacji. Zakładamy, że namiar poziomy dany jest wyrażeniem:

$$\frac{x - x_i}{y - y_i} = \operatorname{tg} \theta_i, \quad -\frac{\pi}{2} < \theta_i < \frac{\pi}{2}, \quad (30)$$

a pionowy

$$\frac{z - z_i}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}} = \operatorname{tg}\beta_i, \quad -\frac{\pi}{2} < \beta_i < \frac{\pi}{2}. \quad (31)$$

Przekształcając równania (30) i (31) otrzymujemy:

$$(x - x_i)^2 = \operatorname{tg}^2\theta_i (y - y_i)^2 \quad (32)$$

$$(z - z_i)^2 = \operatorname{tg}^2\beta_i \left[ (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \right]. \quad (33)$$

Po podstawieniu (32) do (33) otrzymujemy

$$(z - z_i)^2 = \operatorname{tg}^2\beta_i \left[ \operatorname{tg}^2\theta_i (y - y_i)^2 + (y - y_i)^2 \right]. \quad (34)$$

Po uproszczeniu otrzymamy

$$(z - z_i)^2 = \operatorname{tg}^2\beta_i (1 + \operatorname{tg}^2\theta_i) (y - y_i)^2 \quad (35)$$

i biorąc pod uwagę założenia otrzymuje się dwa równania dla każdego punktu obserwacji UR:

$$(x - x_i) = \operatorname{tg}\theta_i (y - y_i) \quad (36)$$

$$(z - z_i) = \operatorname{tg}\beta_i \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\theta_i} (y - y_i) \quad (37)$$

otrzymujemy układ równań

$$x - \operatorname{tg}\theta_i y = x_i - \operatorname{tg}\theta_i y_i \quad (38)$$

$$z - \operatorname{tg}\beta_i \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\theta_i} y = z_i - \operatorname{tg}\beta_i \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\theta_i} y_i. \quad (39)$$

Można więc zapisać:

$$\mathbf{A}_i \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{b}_i, \quad (40)$$

gdzie:

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 1 & -\operatorname{tg}\theta_i & 0 \\ 0 & -\operatorname{tg}\beta_i \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\theta_i} & 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$



$$\mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} x_i - \operatorname{tg}\theta_i y_i \\ z_i - \operatorname{tg}\beta_i \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\theta_i} y_i \end{bmatrix}. \quad (42)$$

Dla  $n$  — UR otrzymuje się nadokreślony (gdy  $n > 1$ ) układ  $2n$  równań z 3 niewiadomymi i macierzami współczynników  $\mathbf{A}$  i prawą stroną  $\mathbf{b}$ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_n \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_n \end{bmatrix}. \quad (44)$$

Układ ten może być w ogólności sprzeczny (ze względu na błędy danych pomiarowych), więc jego rozwiązanie uogólnione należy dla danych przybliżonych znajdować jako rozwiązanie liniowego zadania najmniejszej sumy kwadratów  $\mathbf{A}\mathbf{x} \approx \mathbf{b}$ .

Rozwiązanie wyznacza się z równania:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^T \mathbf{b}, \quad (45)$$

czyli uzyskujemy typową postać estymatora najmniejszej sumy kwadratów

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}. \quad (46)$$

Jest to algorytm beziteracyjny. Bardzo ważną cechą tego algorytmu jest jego niewielka złożoność obliczeniowa oraz brak etapów „pośrednich” związanych z rozpoczęciem i zakończeniem procesu iteracyjnego kolejnych przybliżeń do rozwiązania.

### 3. Wyniki badań

Badania wykonano dla trzech wariantów rozmieszczenia urządzeń rozpoznawczych względem obserwowanej strefy:

- sztyk liniowy trzech urządzeń rozpoznawczych;
- sztyk łamany trzech urządzeń rozpoznawczych „kątem w przód”;
- sztyk łamany trzech urządzeń rozpoznawczych „kątem w tył”.

Założono błąd pomiaru kąta  $\delta_\theta = 1$  [°] dla każdego z urządzeń rozpoznawczych. Wyniki badań przedstawione zostały na wykresach:  
RMSE — błędu średniokwadratowego lokacji obiektów;  
PNN — odsetek prób nieakceptowalnych.

Nieakceptowalny wynik estymacji w artykule zdefiniowano jako jeden z poniższych przypadków:

- wynik dzielenia liczby przez zero;
- wynik działania niemieszczący się w zakresie reprezentacji liczby zmiennej w maszynie cyfrowej;
- osobliwość macierzy kowariancji.

### 3.1. Wyniki badań algorytmów w dwuwymiarowej strefie obserwacji

#### Rozmieszczenia urządzeń rozpoznawczych w szyku liniowym

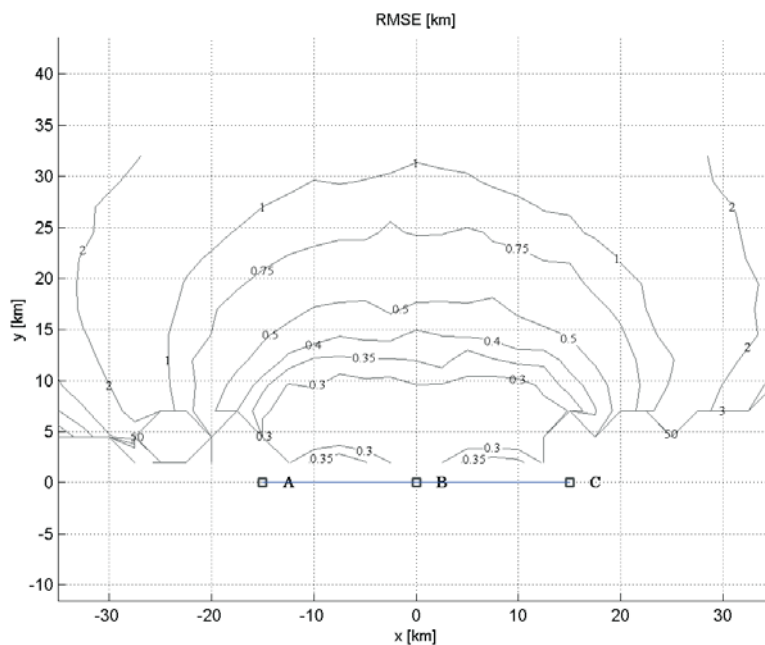
Dla tego wariantu rozmieszczenia urządzeń rozpoznawczych w centralnej i tylnej części strefy obserwacji dla każdego z algorytmów uzyskano wyniki estymacji pozycji źródła emisji na porównywalnym poziomie błędu RMSE. Tę sytuację przedstawiono na wykresach wybranych wartości błędu średniokwadratowego (rys. 2 i 3).

Inaczej przedstawia się sytuacja w przedniej lewej i przedniej prawej części strefy obserwacji. O ile dla algorytmu autorskiego zanotowano błąd estymacji na porównywalnym poziomie (RMSE  $\approx 10$  km) i nie zaobserwowano dla tych algorytmów występowania prób nieakceptowalnych, to dla algorytmu klasycznego w tych samych obszarach zanotowano bardzo duże wartości błędu RMSE, dyskwalifikujące wyniki estymacji. Dodatkowo dla algorytmu klasycznego wystąpiła pewna liczba prób (ok.  $15 \div 20\%$ ) nieakceptowalnych (rys. 4).

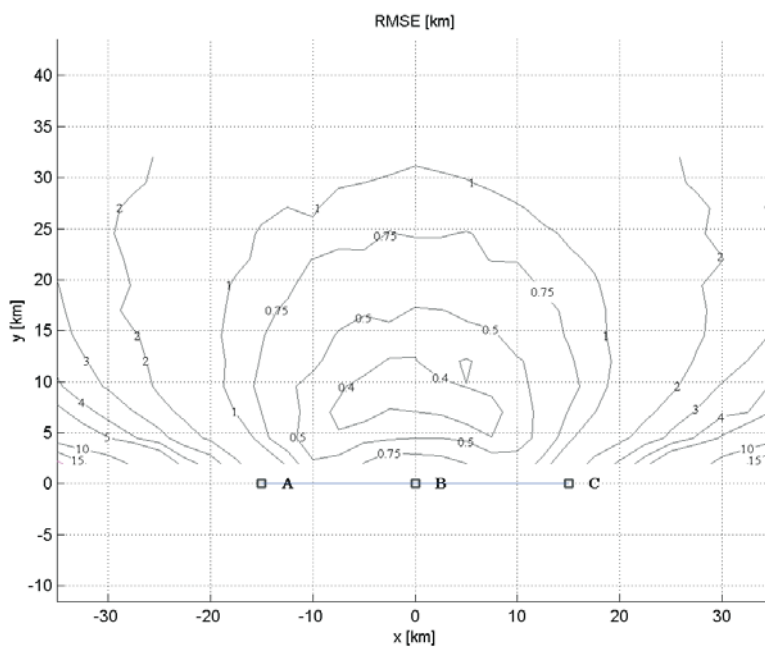
#### Rozmieszczenia urządzeń rozpoznawczych w szyku „kątem w przód”

Dla tego wariantu rozmieszczenia urządzeń rozpoznawczych dla poszczególnych algorytmów uzyskano znacznie różniące się wyniki estymacji pozycji źródła emisji. Dla algorytmu klasycznego (rys. 5) na skrajach strefy obserwacji uzyskano błąd estymacji RMSE w zakresie  $0,7 \div 2$  km. Dla algorytmu autorskiego (rys. 6) zaobserwowano wzrost błędów RMSE do wartości  $0,7 \div 4$  km.

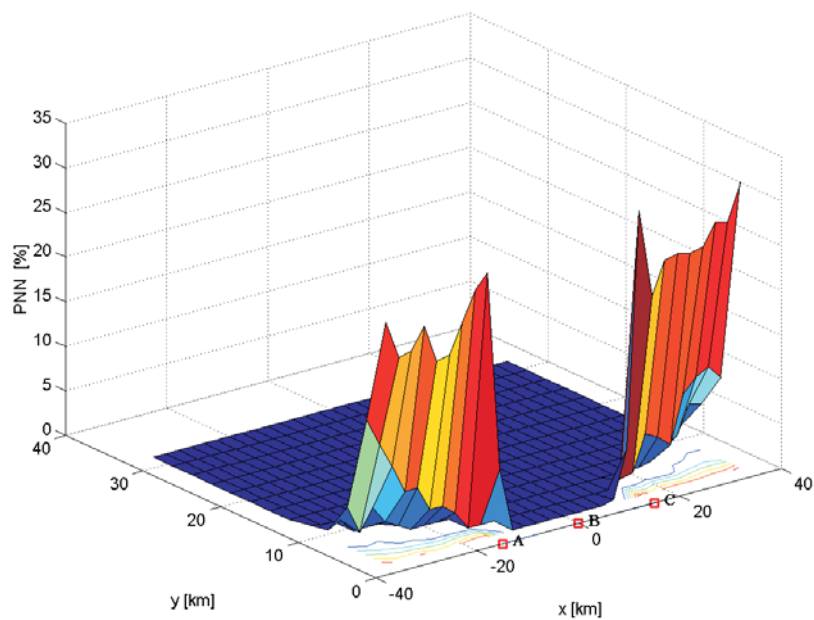
Inaczej przedstawia się sytuacja dla obszarów znajdujących się na przedłużeniu baz urządzeń rozpoznawczych (UR)  $UR_A$  i  $UR_B$  oraz  $UR_B$  i  $UR_C$ . Dla algorytmu klasycznego odnotowano występowanie prób nieakceptowalnych (rys. 7) dochodzących do  $PNN = 20\%$ . Dla algorytmu autorskiego (rys. 6) nie odnotowano znacznego pogorszenia dokładności lokalizacji na przedłużeniu baz urządzeń rozpoznawczych.



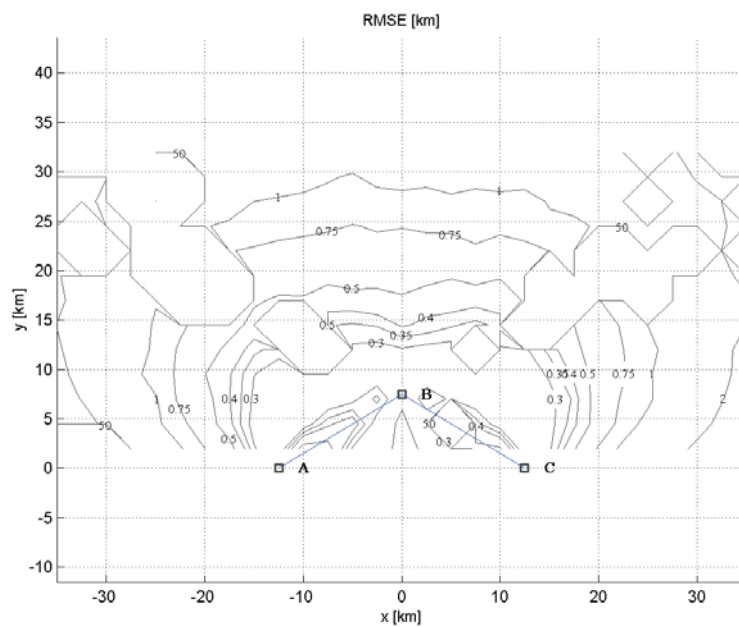
Rys. 2. Wybrane wartości błędu RMSE dla algorytmu klasycznego



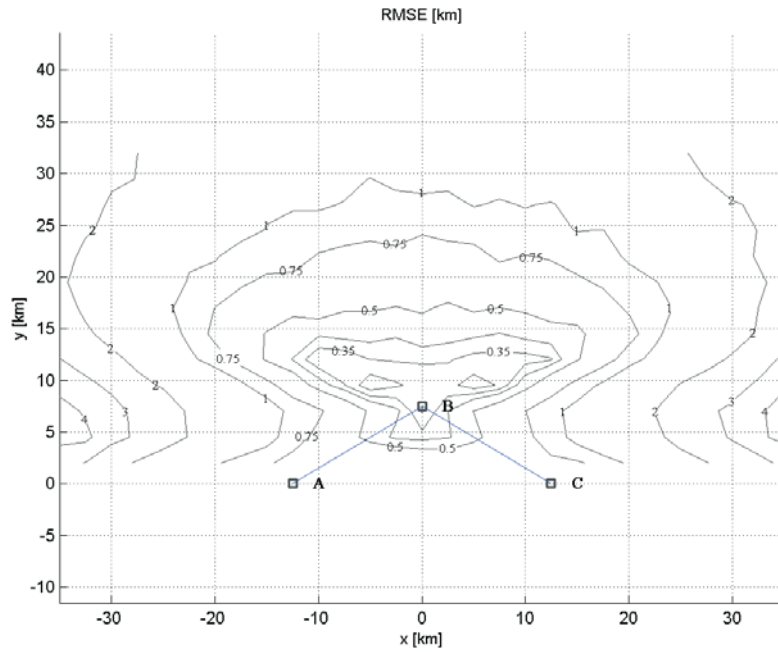
Rys. 3. Wybrane wartości błędu RMSE dla algorytmu autorskiego



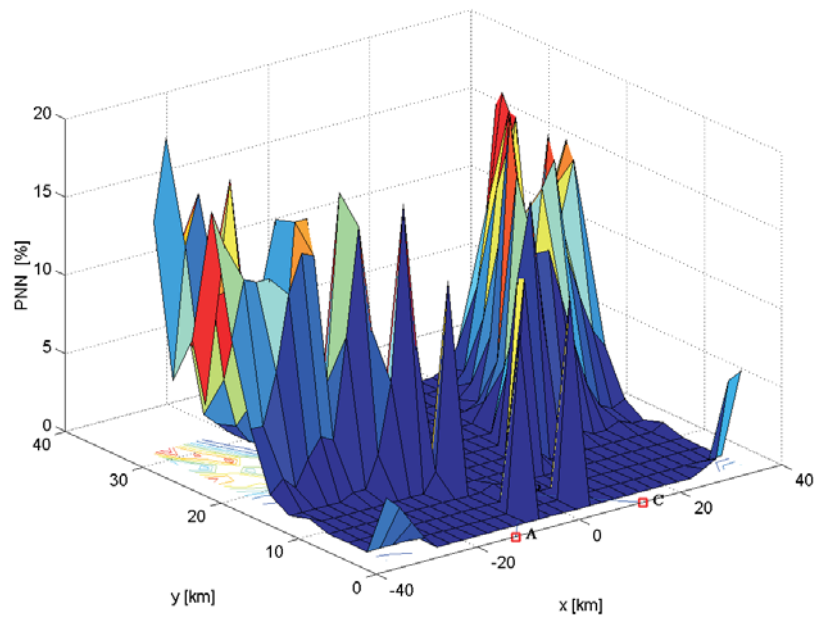
Rys. 4. Odsetek prób nieakceptowalnych dla algorytmu klasycznego



Rys. 5. Wybrane wartości błędu RMSE dla algorytmu klasycznego



Rys. 6. Wybrane wartości błędu RMSE dla algorytmu autorskiego



Rys. 7. Odsetek prób nieakceptowalnych dla algorytmu klasycznego

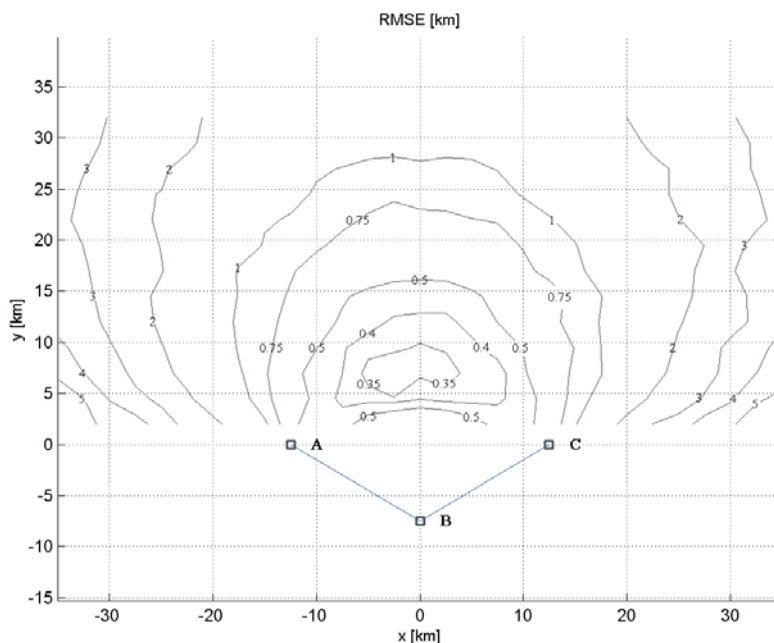
### Rozmieszczenia urządzeń rozpoznawczych w szyku „kątem w tył”

Dla obydwu algorytmów (rys. 8 i 9) w skrajnych częściach strefy obserwacji odnotowano porównywalne wartości błędu lokalizacji.

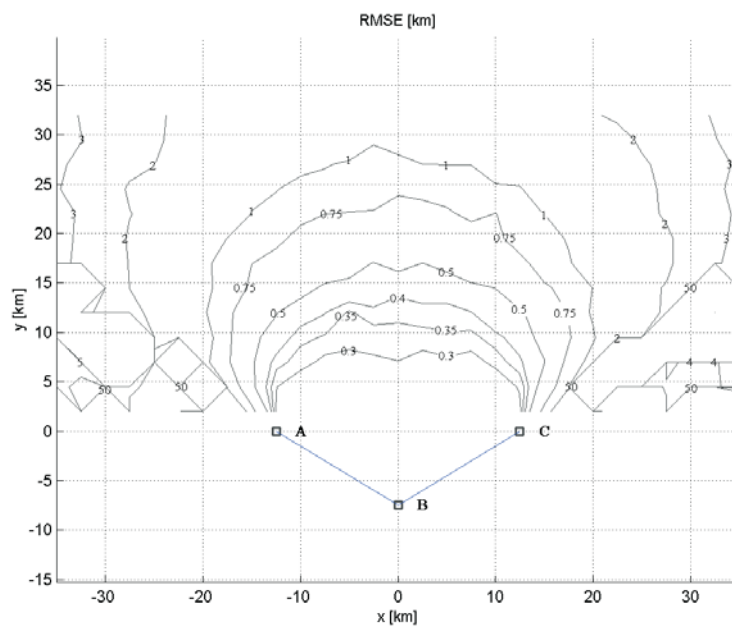
Dla algorytmu klasycznego zaobserwowano znaczne różnice w dokładności estymacji pozycji źródła emisji dla obszarów znajdujących się na przedłużeniu baz urządzeń rozpoznawczych.

Podobnie jak dla innych wariantów rozmieszczenia urządzeń rozpoznawczych, dla algorytmu klasycznego zanotowano występowanie prób, dla których otrzymano wynik nieakceptowalny (rys. 10). Dotyczy to obszarów będących przedłużeniem baz pomiędzy  $UR_A$  i  $UR_B$  oraz  $UR_B$  i  $UR_C$ .

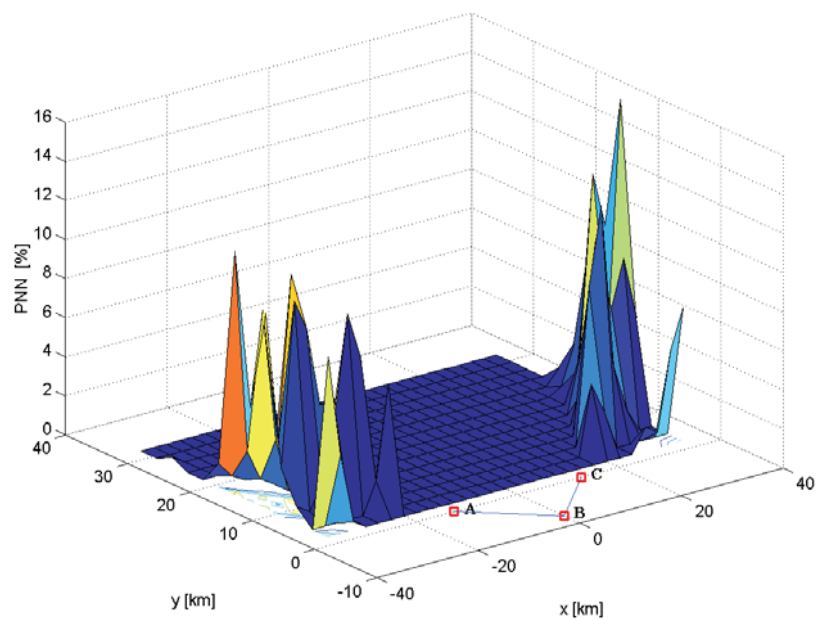
Dla sytuacji pomiarowych, w których linie namiaru z poszczególnych urządzeń rozpoznawczych przecinają się pod kątami zbliżonymi do kątów ortogonalnych, obydwa przedstawione algorytmy cechują się uzyskiwaniem zbliżonych wyników estymacji pozycji źródła emisji. Znaczne różnice zaczynają być dostrzegalne w sytuacjach gdy linie namiaru przecinają się pod bardzo ostrymi kątami. Algorytm klasyczny w tych przypadkach wykazuje bardzo negatywne cechy związane z trudnościami natury numerycznej, uniemożliwiającymi znalezienie rozwiązania.



Rys. 8. Wybrane wartości błędu RMSE dla algorytmu autorskiego



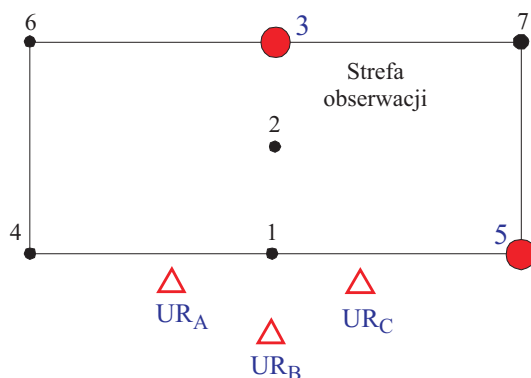
Rys. 9. Wybrane wartości błędu RMSE dla algorytmu klasycznego



Rys. 10. Odsetek prób nieakceptowalnych dla algorytmu klasycznego

### 3.2. Wyniki badań algorytmów dla estymacji wysokości

W tym punkcie przedstawiono ocenę wyników badań estymacji wysokości dla wybranych punktów charakterystycznych. Badania zostały wykonane dla sytuacji pomiarowej przedstawionej na rysunku 11.



Rys. 11. Wariant rozmieszczenia urządzeń rozpoznawczych i punktów charakterystycznych

W badaniach założono, że błąd pomiaru kąta elewacji wynosi  $\delta\beta = 1$  [°] dla każdego z urządzeń rozpoznawczych. Przyjęto dwie wysokości położenia źródła emisji, a mianowicie  $h_{ZE} = 1$  km oraz  $h_{ZE} = 5$  km. Przyjęto, że poszczególne urządzenia rozpoznawcze położone są na identycznej wysokości ( $h_{UR} = 0$  km). Wyniki badań estymacji wysokości przedstawiono w tabeli 1.

Dla punktu charakterystycznego nr 3, niezależnie od wysokości położenia źródła emisji, uzyskano porównywalne błędy estymacji wysokości dla obydwu algorytmów. Występujące w dokładności estymacji różnice na poziomie poje-

TABELA 1

Wyniki badań estymacji wysokości

Nr punktu	$h_{ZE}$ [km]	Algorytm	RMSE [km]	$PNN$ [%]
3	1	klasyczny	0,37	0
		autorski	0,36	0
	5	klasyczny	0,39	0
		autorski	0,41	0
5	1	klasyczny	$1,9 \cdot 10^{12}$	<b>10</b>
		autorski	0,57	0
	5	klasyczny	$1,16 \cdot 10^{12}$	<b>4,5</b>
		autorski	1,61	0



dynczych metrów (na niekorzyść algorytmu autorskiego) nie dają podstaw do wskazania algorytmu bardziej efektywnego. Wynika z tego wniosek, że w przypadku zadań dobrze uwarunkowanych dokładność estymacji wysokości źródła emisji przy wykorzystaniu obydwu algorytmów jest porównywalna.

Znaczne różnice pomiędzy algorytmami zostały zaobserwowane podczas badań dla punktu charakterystycznego nr 5.

Dla algorytmu klasycznego odsetek prób nieakceptowalnych mieści się w zakresie  $PNN = 4,5 \div 10\%$ . Ponadto wśród prób akceptowalnych wystąpiły bardzo duże błędy estymacji uniemożliwiające oszacowanie wyniku estymacji.

### 3.3. Oszacowanie czasu obliczeń

Czas obliczeń został określony z wykorzystaniem dostępnych w pakiecie Matlab 6.1 funkcji pomiaru czasu pracy procesora. Badania zostały wykonane na tej samej maszynie cyfrowej, przy zachowaniu podobnych warunków obciążenia procesora. W badaniach przyjęto, że algorytm klasyczny będzie wykonywany dla stałej liczby kroków iteracji (nie dotyczy to algorytmu autorskiego, który jest wykonywany beziteracyjnie).

Jak wynika z przeprowadzonych badań, algorytm autorski potrzebuje ok.  $2 \div 5\%$  czasu potrzebnego na wykonanie algorytmu klasycznego.

## 4. Podsumowanie

Dla dogodnych sytuacji pomiarowych wykonane badania nie wykazały znacznych różnic w dokładności estymacji pozycji źródła emisji pomiędzy użytymi algorytmami. Nie zaobserwowano również niestabilnego numerycznie zachowania się algorytmów. W związku z tym, zasadne jest stwierdzenie, że w takich sytuacjach najlepszym rozwiązaniem jest to, które umożliwia estymację pozycji źródła emisji przy jak najmniejszej liczbie działań arytmetycznych.

Jak wykazano w badaniach, algorytm klasyczny w niekorzystnych sytuacjach pomiarowych cechuje się dużymi błędami lokalizacji oraz brakiem zbieżności do rozwiązania w kolejnych krokach iteracji. Główną przyczyną takiego stanu rzeczy są błędy w danych pomiarowych powodujące powstawanie źle uwarunkowanej macierzy kowariancji. Przyjęte a priori założenie o złym uwarunkowaniu macierzy kowariancji i zastosowaniu uogólnionej odwrotności Moore'a-Penrose'a w wielu przypadkach okazało się nieskuteczne, co zaowocowało uzyskiwaniem nieakceptowalnych wyników estymacji. Stosowanie tego algorytmu wymaga konieczności wykonywania znacznej liczby działań.

Rozwiązaniem konkurencyjnym, które w znacznym stopniu eliminuje wady ww. algorytmów jest algorytm autorski. Algorytm ten, będący szczególną implementacją metody najmniejszej sumy kwadratów, w trudnych sytuacjach pomia-

rowych umożliwił uzyskiwanie oczekiwanych wyników estymacji. Nie zaobserwowano występowania trudności numerycznych związanych ze znalezieniem rozwiązania.

Jak wynika z przeprowadzonych badań estymacja wysokości przy pomocy tego algorytmu w trudnych sytuacjach pomiarowych jest wykonywana z mniejszymi błędami niż dla algorytmu klasycznego. Czas, jaki jest wymagany dla wykonania estymacji pozycji źródła emisji dla tego algorytmu, jest nieporównywalnie mniejszy w stosunku do pozostałych rozwiązań. W związku z powyższym, należy uznać ten algorytm za rozwiązanie korzystniejsze dla systemów czasu rzeczywistego lub systemów cechujących się niewielkimi możliwościami obliczeniowymi.

Należy podkreślić fakt, iż algorytm klasyczny jest algorytmem iteracyjnym, natomiast algorytm autorski umożliwia osiągnięcie porównywalnego w sensie dokładności wyniku estymacji beziteracyjnie. Jest to szczególnie istotne w złożonych sytuacjach pomiarowych, dla których zatrzymanie kolejnych przybliżeń do rozwiązania odbywa się po stosunkowo dużej liczbie wykonanych iteracji, co znacznie wydłuża czas potrzebny na wykonanie lokalizacji źródeł emisji.

Podsumowując, można przedstawić główne cechy algorytmu autorskiego:

- możliwość uzyskania oczekiwanych wyników estymacji w złożonych sytuacjach pomiarowych;
- możliwość estymacji wysokości położenia źródła emisji;
- brak etapów „pośrednich” związanych z rozpoczęciem i zakończeniem procesu iteracyjnego kolejnych przybliżeń do rozwiązania;
- brak trudności numerycznych związanych ze znalezieniem rozwiązania;
- niewielka złożoność obliczeniowa;
- rozwiązanie korzystne dla systemów czasu rzeczywistego lub systemów cechujących się niewielkimi możliwościami obliczeniowymi;
- rozwiązanie łatwe do implementacji w specjalizowanych strukturach programowalnych.

Praca naukowa finansowana ze środków Komitetu Badań Naukowych w latach 2004/05 jako projekt badawczy O T00A 014 27.

Artykuł wpłynął do redakcji 20.10.2005 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w marcu 2006 r.

#### LITERATURA

- [1] R. DEUTSCH, *Teoria estymacji*, PWN, Warszawa 1969.
- [2] A. KIELBASIŃSKI, H. SCHWETLICK, *Numeryczna algebra liniowa. Wprowadzenie do obliczeń zautomatyzowanych*, WNT, Warszawa 1992.
- [3] A. PAGES-ZAMORA, D. H. BROOKS, J. VIDAL MANZANO, *Closed-form solution for Positioning Based on Angle of Arrival Measurements*, Proc. PIMRC 2002, Lisboa, 15-18 September 2002.

- [4] L. PARADOWSKI, *Estymacja miejsca położenia obiektu na podstawie danych z wielopozycyjnych systemów radiotechnicznych. Ujęcie kompleksowe bez ograniczeń klasycznych*, Wyd. WAT, Warszawa 1990.
- [5] L. PARADOWSKI, B. WAJSZCZYK, *Object position determination from netted radar systems operating in active and passive modes*, International Radar Symposium IRSI-2001, Bangalore, India, 11-14.12. 2001, 656-666.
- [6] D. J. TORRIERI, *Statistical theory of passive location systems*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. AES-20, no. 2 (Mar. 1984), 183-198.
- [7] B. WAJSZCZYK, *Badanie stabilności numerycznej algorytmów lokalizacji źródeł emisji w systemie pelengacyjnym*, raport naukowy z pracy badawczej PBW 543 nt.: „Metody klasyfikacji, identyfikacji i lokalizacji źródeł emisji z uwzględnieniem selektywności czasowej, częstotliwościowej i przestrzennej”—rozd. 4, Instytut Radiolokacji WEL WAT, Warszawa 2003.
- [8] B. WAJSZCZYK, *Efektywność algorytmów estymacji pozycji źródła emisji mikrofalowej w pasywnym systemie obserwacji technicznej*, rozprawa doktorska, WAT, Warszawa 2005.

A. KAWALEC, B. WAJSZCZYK

#### A new algorithm for determining of radar position

**Abstract.** A problem of localising position of point emitter in Cartesian co-ordinates from passive radar bearings can be formulated as a linear least squares problem. A non-iterative algorithm of triangulation method, being an implementation of linear least squares method, is presented. The algorithm enables us fast and reliable spatial localisation of electromagnetic emitter. The characteristic features of the new algorithm follow from the results of numerical experiments. The results of its testing on simulated data are given.

The new algorithm enables us reliable determination of all three co-ordinates of emitter position, especially when the signal receiving points are in array of angle forwards or backwards. The errors in estimated emitter position are for most cases of bearings much smaller then those produced by the matrix estimation algorithm frequently commented and referred to in literature.

**Keywords:** radar recognition, algorithm for emitter position estimation

**Universal Decimal Classification:** 621.396.96