

Analiza zjawisk w obwodzie elektromechanicznym pojazdu trakcyjnego wywołanych poślizgiem kół

W artykule przedstawiono model matematyczny układu napędowego pojazdu trakcyjnego. Umożliwia on obliczenie siły powstającej na styku koło-szyna podczas zmian wartości współczynnika przyczepności. Osiągnięcie maksymalnej wartości siły pociągowej wymaga kontroli wartości siły powstającej na styku koło-szyna. Celem układu sterowania jest dostosowanie momentu napędowego do wartości zapewniającej stabilną pracę pojazdu. Pomiar siły powstającej na styku koło-szyna jest technicznie trudny, dlatego do określenia tej siły stosujemy obserwator. Obserwator na podstawie parametrów układu oraz momentu napędowego oblicza wartość siły powstającej na styku koło-szyna.

1. Wstęp

Ruch pojazdów trakcyjnych odbywa się na skutek momentu elektromagnetycznego silnika napędowego działającego poprzez układ przeniesienia momentu na koła napędowe oraz siły powstającej na styku koło-szyna nazywanej siłą przyczepności. Opracowany model przyjętego systemu wykorzystany jest do badań procesów przejściowych powstających w elektromechanicznym układzie napędowym pojazdu trakcyjnego szczególnie do analizy zjawisk związanych z poślizgiem kół napędowych. Zakładając równomierne obciążenia osi lokomotywy i równość nacisków na koła oraz jednakowe momenty wytwarzane w silnikach, model napędu lokomotywy odniesiony został do jednej osi. Dla zapobieżenia poślizgowi rozwiniętemu kół napędowych istotną jest informacja dotycząca siły przyczepności, której wartość jest zmienna i zależna od wielu czynników.

2. Równanie dynamiki modelu mechanicznego szynowego pojazdu trakcyjnego

Równania opisujące dynamikę ruchu dla szynowego pojazdu trakcyjnego poruszającego się ruchem prostoliniowym po torze poziomym, składającego się z lokomotywy i wagonów ma postać:

$$\begin{aligned} (m_{\text{lok}} + m_w) \ddot{I} &= -F_h + F_p \\ J_k \dot{\omega}_k &= M_n - F_p R_k \end{aligned} \quad (1a)$$

gdzie:

F_p -siła pociągowa pojazdu, siła powstająca na styku koło-szyna (F_p -siła trakcyjna odniesiona do osi zestawu),

F_h -siła oporów ruchu pojazdu w funkcji prędkości, siła która odwzorowuje siłę oporów ruchu szynowego pojazdu trakcyjnego przyłożoną do środka jego masy,

J_k -moment bezwładności mas wirujących sprowadzony do osi wózka z uwzględnieniem przełożenia z_p przekładni,

l -przemieszczenie pojazdu trakcyjnego,

M_n – moment napędowy pochodzący od momentu elektromagnetycznego silnika (M_e) silnika z uwzględnieniem przełożenia z_p przekładni ($M_n = M_e z_p$),

m_{lok} -masa lokomotywy,

m_w -masa wagonów,

$\dot{I} = v$ – prędkość pojazdu, prędkość środka koła,

R_k –promień koła,

ω_k – prędkość kątowna koła.

Opory ruchu pojazdów szynowych są spowodowane przede wszystkim tarciem oraz oporami aerodynamicznymi. Opory ruchu są określone siłą, która ze względu na dyssypacyjny charakter opisywana jest funkcją prędkości pojazdu. Siła oporów ruchu pojazdu w funkcji prędkości aproksymowana jest zwykle wielomianem drugiego stopnia o postaci

$$F_h(v_1) = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 \quad (2)$$

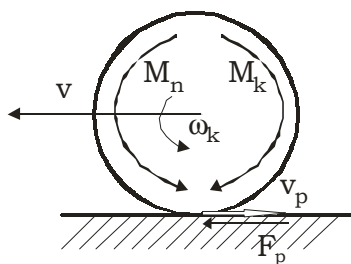
gdzie:

Za pomocą współczynników a_0 , a_1 , a_2 charakteryzuje się warunki ruchu oraz właściwości pojazdu wpływające na opory ruchu.

2.1 Model współpracy koła z szyną

Zakładamy, że zaburzenia ustalonego ruchu obrotowego układu mogą być spowodowane jedynie wymuszeniami zewnętrznymi: M_n (moment napędowy pochodzący od silnika), M_k (momenty działające na zestaw kołowy pochodzące od sił powstających na styku koło-szyna - F_p). Model współpraca koła z szyną

jest określony związkiem między stanem kinematycznym koła a siłą powstającą na styku koła z szyną. Na rys. 1 przedstawiono wielkości opisujące współpracę koło napędowe-szyrna



Rys.1 Ilustracja współpracy koło napędowe-szyrna

M_k – moment działający na koło powstający od siły F_p
 Q_k – siła nacisku koła na szynę,

Prędkość poślizgu (poślizg) koła definiujemy następująco:

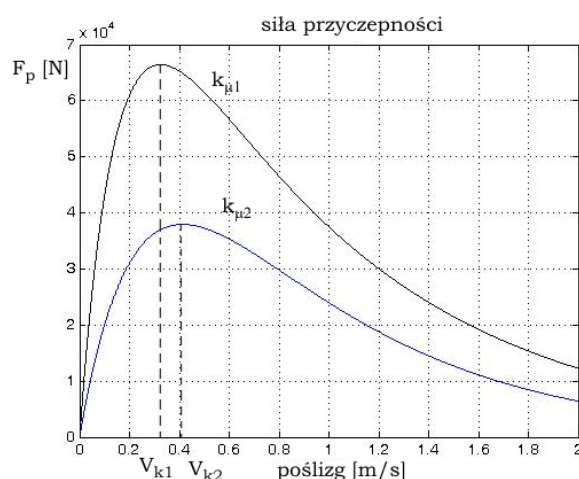
$$v_p = R_k \omega_k - v \quad (3)$$

Wielkością charakteryzującą współpracę koła z szyną jest współczynnik przyczepności. Na wartość tego współczynnika wpływa wiele parametrów charakteryzujących warunki współpracy koła z szyną. Należą do nich między innymi:

- stan kinematyczny koła,
- fizykochemiczne cechy układu koło-szyrna,
- warunki otoczenia.

Wyniki wielu badań wskazują na zależność wartości współczynnika przyczepności od stanu kinematycznego koła. Dlatego najczęściej do opisu układów napędowych pojazdów trakcyjnych podawana jest zależność współczynnika przyczepności od poślizgu koła napędowego. Istnieje szereg publikacji zawierających wyniki obliczeń teoretycznych i pomiarów dotyczących relacji pomiędzy współczynnika przyczepności a poślizgiem. Zawierają one wyniki badań współczynnika przyczepności dla różnych przedziałów prędkości pojazdu, określonych warunków atmosferycznych. Pomiarzy pokazały również, że ze wzrastającą prędkością pojazdu prędkość poślizgu przy której następuje maksymalna wartość współczynnika przyczepności wzrasta. Istotną cechą przebiegu współczynnika przyczepności w funkcji poślizgu jest to, że jego maksymalna wartość następuje wtedy gdy v_p równa się wartości v_k . Po przekroczeniu przez poślizg wartości v_k następuje spadek współczynnika przyczepności, co w konsekwencji prowadzi do rozwiniętego poślizgu kół i niestabilności układu napędowego [5].

W zakresie wartości poślizgu mniejszego od v_k , wraz ze zmniejszeniem poślizgu maleje wartość współczynnika przyczepności - jest to zakres stabilny charakteryzujący klasyczny poślizg koła napędowego. Dla małych prędkości pojazdów wielu badaczy przyjmuje zależność współczynnika przyczepności od poślizgu wyrażonego przez prędkość poślizgu koła. Na podstawie badań literaturowych, w niniejszej pracy autor



Rys.2. Zależność pomiędzy siłą przyczepności a poślizgiem

przyjął, że wartość współczynnika przyczepności jest nieliniową funkcją prędkości poślizgu (v_p) stanu szyn (μ_s), prędkości pojazdu v .

$$\mu = g_\mu(v_p, \mu_s, v) \quad (4)$$

gdzie:

μ_s - wartość współczynnika dla $v=v_k$

Siła wytworzona na styku koło-szyrna opisana jest wyrażeniem

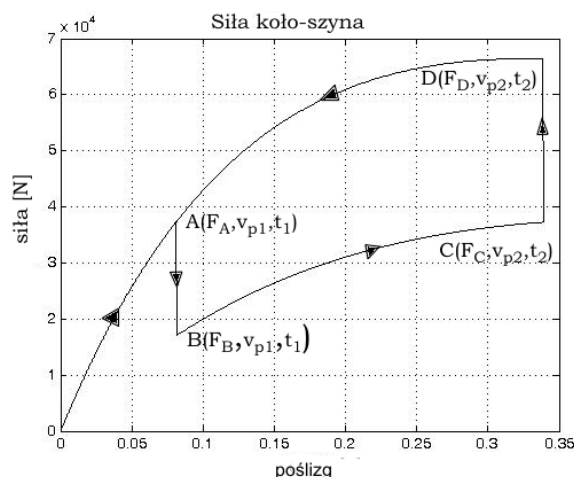
$$F_p = Q_k \mu(v_p) \quad (5)$$

Dla obliczeń trakcyjnych maksymalna wartość współczynnika przyczepności i siły na styku koło-szyrna wskazuje, że największa wartość przyspieszenia pojazdu jest ograniczona właśnie przez tą siłę.

3.1 Obszar stabilny

Do opisu zjawisk występujących na styku koło-szyrna przy skokowej zmianie współczynnika przyczepności na odcinkach toru odpowiednio l_1 , l_2 i l_3 . przyjęto model opisany równaniami 1ab. Na odcinkach toru l_1 i l_3 zależność siły powstającej na styku koło-szyrna od poślizgu koła aproksymowana jest krzywą $k_{\mu 1}$ –szyny suche, natomiast na odcinku l_2 krzywą $k_{\mu 2}$ –szyny mokre (rys. 2). Krzywe $k_{\mu 1}$ i $k_{\mu 2}$ zależne są od współczynnika przyczepności μ i nacisku zestawu kołowego na szynę Q_k . Koło napędowe pojazdu ma prędkość kątową ω_k , a środek koła porusza się z prędkością v . Na koło działa poprzez przekładnię moment M_n wytworzony w silniku napędowym pojazdu. Moment powstający od siły F_p wytworzonej na styku koło-szyrna ma wartość M_k . W przypadku gdy momenty M_n i M_k równoważą się prędkość kątowa koła nie ulega zmianie. Przyjmijmy, że gdy koło znajduje się na odcinku l_1 wartość poślizgu koła wynosi v_{p1} , a wartość siły powstającej na styku koło-

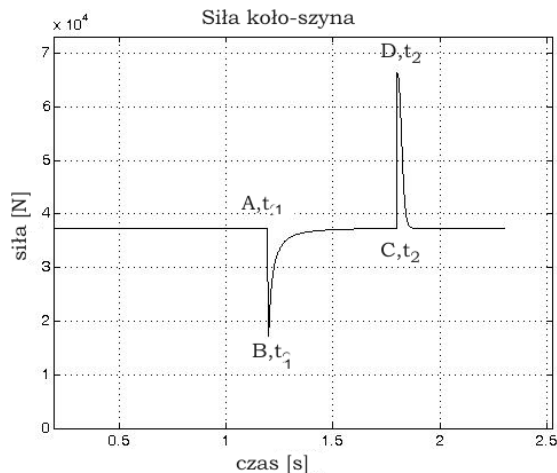
szyna na odcinku l_1 aproksymowana jest krzywą $k_{\mu 1}$ i wynosi F_A (rys. 3, pkt. A). Moment powstający od siły F_A , ma wartość M_{kA} , prędkość kąтова koła jest stała (M_n i M_{kA} równoważą się). Gdy chwili t_1 koło pojazdu wjeżdża na nowy odcinek l_2 (szyny mokre), następuje skokowa zmiana wartości współczynnika przyczepności i siły z wartości F_A na F_B (skok z pktu A do B, rys. 3), gdyż na odcinku l_2 zależność siły powstającej na styku koło-szyna od poślizgu aproksymowana jest krzywą $k_{\mu 2}$.



Rys. 3. Przebieg siły koło-szyna w funkcji poślizgu przy zmianie współczynnika przyczepności

Moment o wartości M_{kB} powstający od siły F_B jest teraz mniejszy od momentu M_n i prędkość kąтова koła zwiększa się. Poślizg koła będzie dążył do wartości takiej, dla której wartość siły wytworzonej na styku koło-szyna i powstający od niej moment będzie równy momentowi M_n a zatem zwiększa się poślizg koła z wartości v_{p1} do wartości v_{p2} (z punktu B do C, rys. 3). Powstaje wtedy nowy punkt pracy koła (pkt. C rys. 3) opisany przez poślizg v_{p2} i siłę F_C na krzywej $k_{\mu 2}$. Moment powstający od siły T_C równoważy wtedy moment M_n . W chwili t_2 koło pojazdu wjeżdża ponownie na szyny suche (odcinek l_3), następuje skokowy wzrost wartości współczynnika przyczepności. Zależność siły powstającej na styku koło-szyna od poślizgu koła opisana jest ponownie krzywą $k_{\mu 1}$. W momencie zmiany (chwila t_2) współczynnika przyczepności, wartość siły zmieni się z F_C na F_D (rys. 3 z pktu C do D). Moment pochodzący od siły F_D ma wartość M_{kD} i jego wartość jest większa od wartości momentu napędowego M_n . Ze względu na relację pomiędzy momentami M_n i M_{kB} następuje zmniejszenie prędkości kąkowej koła i spadek poślizgu do wartości v_{p1} . Powracamy do punktu pracy zaznaczonego literą A na krzywej $k_{\mu 1}$, którego współrzędne to poślizg v_{p1} i siła T_A (rys. 3). Skutkiem przejazdu koła przez odcinek o innym współczynniku przyczepności (szyny suche - szyny mokre - szyny suche) jest zmiana wartości chwilowej siły powstającej na styku koło-szyna co

wpływa na zmianę przyspieszeń kąkowych koła, oraz momentów w układzie przeniesienia momentu z silnika na koła napędowe pojazdu.

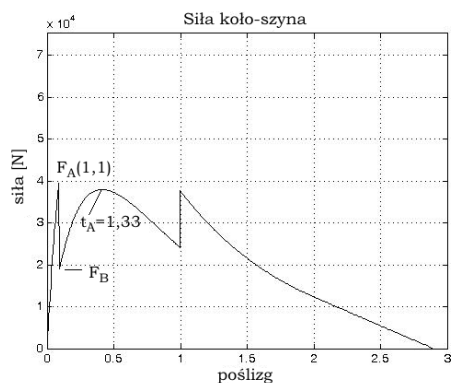


Rys. 4. Przebieg siły koło-szyna przy zmianie współczynnika przyczepności w funkcji czasu

3.2 Obszar niestabilny

Moment napędowy ma wartość M_n . Przyjmijmy, że gdy koło znajduje się na odcinku l_1 wartość poślizgu koła wynosi v_3 , a wartość siły powstającej na styku koło-szyna na odcinku l_1 aproksymowana jest krzywą $k_{\mu 1}$ i wynosi F_A (rys. 5). Moment powstający od siły F_A ma wartość M_{kA} , prędkość kąтова koła jest stała (M_n i M_{kA} równoważą się). Gdy chwili $t_1=1.1$ sek koło pojazdu wjeżdża na nowy odcinek l_2 (szyny mokre), następuje skokowa zmiana wartości współczynnika przyczepności i siły z wartości F_A na F_B (skok z pktu A do B, rys. 5), gdyż na odcinku l_2 zależność siły powstającej na styku koło-szyna od poślizgu aproksymowana jest krzywą $k_{\mu 2}$. Moment o wartości M_{kB} powstający od siły F_B jest teraz mniejszy od momentu M_n i prędkość kąтова koła zwiększa się. Poślizg koła będzie zwiększał swoją wartość do chwili gdy M_n i M_k będą równe. W 1.33 sekundzie poślizg osiąga wartość dla której siła F_B osiąga maksymalną wartość dla przyjętych warunków jazdy (szyny mokre). Powstający moment ma jednak mniejszą wartość od momentu M_n a różnica pomiędzy wartością M_n i M_k będzie zwiększać się, (znajdujemy się w obszarze w którym wraz ze wzrostem poślizgu maleje wartość siły koło-szyna) powodując wzrost wartości przyspieszenia kąkowego koła i jego prędkość kąową. Zmniejszająca wartość siły koła szyna wpływa dodatkowo na spadek prędkości pojazdu co w konsekwencji zwiększa wartość poślizgu. Poślizg koła znajduje się w obszarze poślizgu rozwiniętego.

Jedynym sposobem zahamowania tego niebezpiecznego procesu jest spadek wartości momentu napędowego wytwarzanego w silniku napędowym pojazdu trakcyjnego.



Rys. 5. Przebieg siły koło-szyna przy zmianie wartości współczynnika przyczepności w funkcji poślizgu

4 Obserwator siły przyczepności.

Przez \hat{F}_p oznaczmy estymatę siły powstającej na styku koło-szyna. Błąd pomiędzy wartością estymowaną a rzeczywistą siły F_p oznaczmy przez

$$e = \hat{F}_p - F_p \quad (6)$$

Żądamy aby błąd e był zerowy w dłuższym odcinku czasu [2]. Chcemy to osiągnąć poprzez następujący warunek

$$\dot{e} + h_1 e = 0 \quad (7)$$

Oczywiście chwilowo może on być spełniony dla $e \neq 0$ ale jest to przypadek szczególny a nie rozwiązanie ogólne takiego zagadnienia. Wykorzystując równania 1b i 6 oraz 7 zakładając, że $\dot{F}_p = 0$ otrzymujemy równanie różniczkowe pozwalające na obliczenie estymaty siły przyczepności

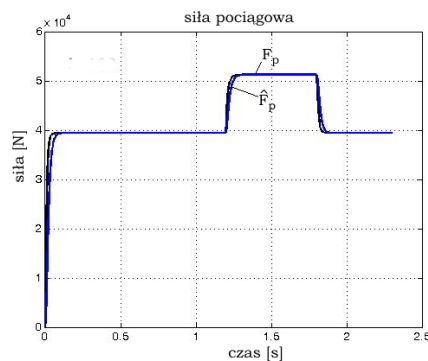
$$\dot{\hat{F}}_p = -h_1 \hat{F}_p + \frac{h_1 M_n}{R_k} - \frac{h_1 J_k}{R_k} \dot{\omega}_k \quad (8)$$

gdzie: gdzie h_1 – stała obserwatora

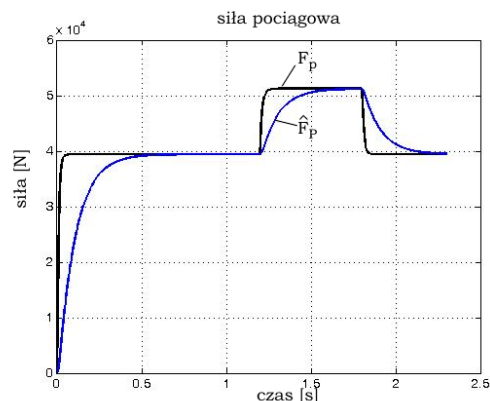
Założenie odcinkami stałej siły pociągowej F_p podczas symulacji pozwala na określenie prędkości ustalania się estymaty w stanach dynamicznych. Na rys. 6 i 7 przedstawiono przebieg wartości \hat{F}_p i F_p obliczonej dla skokowej zmiany momentu napędowego przy $h_1=100$ i $h_1=10$.

5. Podsumowanie

Jak wynika z wykresów rys.6, rys.7 w pierwszym przypadku estymata ustala się szybciej niż w drugim. Ma to znaczenie dla układu rzeczywistego bowiem w pierwszym przypadku estymata jest wrażliwa na szybkie zakłócenia oddziałujące na układ, a w drugim przypadku reaguje ze znacznym opóźnieniem w stosunku do istotnych zmian stanu układu. Dlatego trzeba wybrać kompromis pomiędzy nadmiernym wpływem zakłóceń, np. pomiarowych, na chwilową wartość estymaty a powolnym ustalaniem się estymaty



Rys.6. Przebieg siły koło-szyna i jej estymaty przy zmianie momentu napędowego dla $h=100$



Rys.7. Przebieg siły koło-szyna i jej estymaty przy zmianie momentu napędowego dla $h=10$

po zmianie przyczepności koła. W obserwatorze z filtrem Kalmana dokonuje się tego na podstawie parametrów statystycznych z uwzględnieniem dynamiki układu [1 3 7].

Literatura

1. Athans M., Falb P.L.: *Sterowanie optymalne. Wstęp do teorii i jej zastosowania*, PWN 1978.
2. Kadowaki S., Ohishi K., Miyashita I., Yasukawa Y.: "Anti-slip/skid Re-adhesion Control of Electric Motor Coach Based on Disturbance Observer and Sensor-less Vector Control", *EPE Journal*, Vol.16, No.2, pp7-15 (2006-5).
3. Lewandowski M., *Analiza zjawisk elektromechanicznych w szynowym pojeździe trakcyjnym z uwzględnieniem zmian współczynnika przyczepności kół napędowych*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej Warszawa 2009.
4. Ohishi K., Kadowaki S., Simuzu Y., Sano T., Yasukawa S., Koseki T., *Anti-slip Re-adhesion Control of Electric Commuter Train Based on Disturbance Observer Considering Bogie Dynamics*. *IEEE Industrial Electronics, IECON 2006 - 32nd Annual Conference on Nov. 2006*, s. 5270-5275.
5. Polach O.: *Creep forces in simulations of traction vehicles running on adhesion limit*. *6th International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems (CM2003)*, Gothenburg, Sweden June 10-13 2003, s. 279-285.
6. Shimizu Y., Ohishi K., Sano T., Yasukawa S., Koseki T.: "Anti-slip/skid Re-adhesion Control Based on Disturbance Observer Considering Bogie Vibration", *Proc. of PCC Nagoya 2007 - The Fourth Power Conversion Conference, Nagoya, Japan*, pp.1376-1381 (2007-4).
7. Takahashi Y., Rabins M.J., Auslander D.M.: *Sterowanie i systemy dynamiczne*. WNT 1976.