

## TRACKING FRONT AXLE WHEELS TRAJECTORY BY REAR AXLE WHEELS IN AN LOG-CARRYING ARTICULATED VEHICLE ON A BEND

Jerzy Frankowski

Kielce University of Technology  
Al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7,25-314 Kielce, Poland  
tel.: +48 41 3424448, fax:+48 41 3424340  
e- mail: jfrank@tu.kielce.pl

### Abstract

Trucks, multi-axle buses and articulated vehicles, which can only turn front wheels assembly when obviating or overtaking due to the structure of the wheels and suspension system are vulnerable to slipping in the tyres-road surface area. It is a frequent cause of accidents with such vehicles. Parking manoeuvres (handlings) of the discussed vehicles are difficult. The width of the lane the vehicle occupies during the travel along curvilinear trajectory grows with the turn angle of the tractor's front wheels and with the trailer's length. That is why designing solutions offering all wheel steering or steerable axles are gaining ground again. The current work uses a simplified dynamic model of an articulated vehicle with all wheel steering and composed of a two-axle tractor and three-axle log-carrying trailer in motion on a bend. The model helps carry out a qualitative analysis of wheel steering to avoid slipping in the pneumatics-road surface area. The control of the wheels turn angle should make the rear wheels of the trailer cover or follow most closely the path of the tractor's front wheels during travel along curvilinear trajectory. This solution results in decreased tyre abrasive wear, which considering the number of wheels, leads to the reduction of operating costs for such vehicles. To this end of the function of rear wheels turn control in relation to the front wheels turn angle chosen by a driver must be found. By solving the system of motion equations for the discussed vehicle model in curving action, relationships between front and rear turn angles, velocities of tractor's and trailer's centres of mass movement will be determined. It will also be possible to determine the articulated vehicle trajectory for its prescribed design and exploitation parameters. The results will be generalized for three-dimensional models of multi-axle vehicles and articulated vehicles with all wheel steering.

**Keywords:** log-carrying articulated vehicle model, vehicle curvilinear motion

## ZAGADNIENIE ŚLEDZENIA PRZEBIEGU TORÓW KÓŁ OSI PRZEDNIEJ PRZEZ KOŁA OSI TYLNYCH SAMOCHODOWEGO POJAZDU CZŁONOWEGO DO PRZEWOZU DŁUŻYC PODCZAS RUCHU NA ŁUKU DROGI

### Streszczenie

Pojazdy ciężarowe i autobusy wieloosiowe oraz pojazdy członowe posiadające jedynie możliwość skrętu kół osi przedniej w przypadku wykonywania manewru omijania przeszkody bądź wyprzedzania ze względu na strukturę układu jezdnego narażone są na wystąpienie zjawiska poślizgu w obszarze współpracy koła ogumionego z nawierzchnią jezdni. Jest to często przyczyna wypadków z udziałem tego typu pojazdów. Manewry parkowania takich pojazdów są znacznie utrudnione. Szerokość zajmowanego pasa drogi podczas ruchu po torze krzywoliniowym jest tym większa im większy jest kąt skrętu kół przednich ciągnika i im dłuższa jest naczepa. W związku z tym wraca się do rozwiązań konstrukcyjnych wszystkich kół skrętnych bądź osi skrętnych w tego typu pojazdach. Niniejsza praca wykorzystując model dynamiczny pojazdu członowego posiadający możliwość skrętu wszystkich kół, składający się z dwuosiowego ciągnika i trzyosiowej naczepy do przewozu dłużyć - znacznie uproszczony, poruszający się na łuku drogi, stanowi analizę jakościową problemu sterowania kołami ze względu na uniknięcie poślizgu w strefie współpracy pneumatyka z nawierzchnią jezdni. Sterowanie kątem skrętu wszystkich kół ma prowadzić do pokrycia bądź maksymalnego zbliżenia śladów kół osi przedniej ciągnika i śladów kół osi tylnych naczepy pojazdu członowego poruszającego się po torze krzywoliniowym. Wynikiem tego jest zmniejszenie

zużycia ściernego opon, co przy dużej liczbie kół jezdnych prowadzi do obniżenia kosztów eksploatacji tego typu pojazdów. Niezbędne jest znalezienie funkcji sterowania skrętem kół tylnych w zależności od kąta skrętu kół osi przedniej, wybranego przez kierującego pojazdem. Rozwiązanie układu równań ruchu rozważanego modelu pojazdu poruszającego się na łuku drogi pozwoli na określenie zależności między kątami skrętu kół przednich i tylnych, prędkościami przemieszczania środków mas ciągnika i naczepy. Możliwe będzie wyznaczenie toru ruchu pojazdu członowego dla zadanych jego parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych. Otrzymane wyniki będą w dalszych rozważaniach uogólnione na przestrzenne modele pojazdów wieloosiowych i pojazdów członowych z możliwością skrętu wszystkich kół.

**Słowa kluczowe:** model pojazdu członowego, ruch po torze krzywoliniowym

## 1. Wprowadzenie

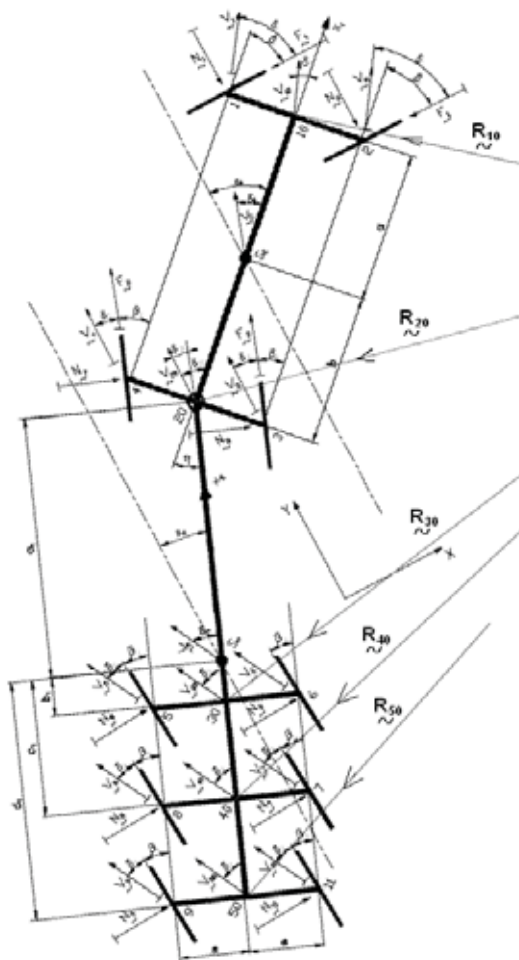
Pojazdy wieloosiowe i członowe oraz pojazdy do wielkogabarytowych ładunków specjalnych [1, 3, 8, 11-12] w przypadku wykonywania manewru omijania bądź wyprzedzania ze względu na strukturę układu jezdnego narażone są często na wystąpienie zjawiska poślizgu w obszarze współpracy koła ogumionego z nawierzchnią jezdni. Manewry parkowania takich pojazdów są znacznie utrudnione. W związku z tym wraca się do rozwiązań konstrukcyjnych kół skrętnych bądź osi skrętnych zarówno w pojazdach jak i naczepach wieloosiowych. Niniejsza praca wykorzystując model dynamiczny pojazdu członowego składającego się z dwuosiowego ciągnika i trzyosiowej naczepy znacznie uproszczony, stanowi analizę jakościową problemu sterowania kołami ze względu na uniknięcie poślizgu w strefie współpracy pneumatyka z nawierzchnią jezdni. Płaskie modele pojazdów rozważane były w literaturze przedmiotu [4-7] z uwzględnieniem hipotezy bocznego znoszenia Rocarda przy rozpatrywaniu zagadnień kierowności i stateczności ruchu pojazdu.

## 2. Opis modelu pojazdu

Schemat pojazdu członowego pokazano na Rys. 1. Przyjęto, że środki mas ciągnika i naczepy nie zmieniają swego położenia w czasie ruchu, a płaszczyzny pionowe, w których one się znajdują są płaszczyznami symetrii podłużnej ciągnika i naczepy. Zmiana kinematyki pojazdu następuje w zależności od założonej prędkości środka masy ciągnika  $V_s$ , a kąty bocznego znoszenia  $\delta_i$  przyjmują małe wartości. Pojazd obciążony jest siłami bocznymi  $N_i$  między nawierzchnią jezdni a ogumieniem, innych oddziaływań zewnętrznych nie uwzględnia się. Z ciągnikiem związany jest układ  $x_1y_1$  zaczepiony w środku masy  $S_c$  a z naczepą układ  $x_2y_2$  zaczepiony w środku masy  $S_n$ . Ruch pojazdu członowego rozpatruje się względem nieruchomego układu współrzędnych  $XY$  związanego z nawierzchnią jezdni. Składa się on z krzywoliniowego przemieszczania środka masy ciągnika z prędkością  $V_c$  oraz obrotu dookoła środka masy z prędkością kątową  $\omega_c$  oraz z krzywoliniowego przemieszczania środka masy naczepy  $S_n$  z prędkością  $V_n$  oraz obrotu dookoła środka masy z prędkością kątową  $\omega_n$ . Promienie krzywizny toru dla ciągnika  $R_c$  i dla naczepy  $R_n$  mogą być określone z wyrażeń:

$$R_c = V_c / \left( \frac{d\varepsilon_c}{dt} - \frac{d\delta_c}{dt} \right); \quad R_n = V_n / \left( \frac{d\varepsilon_n}{dt} - \frac{d\delta_n}{dt} \right). \quad (1)$$

Na poniższym rysunku pokazano ustawienie kół jezdnych ciągnika i naczepy o dużej długości i ładowności w ruchu krzywoliniowym. Przednie i tylne koła ciągnika i koła naczepy są skręcane w przeciwne strony. Dzięki temu przedłużenie ich osi obrotu może przecinać się w jednym punkcie, określanym jako chwilowy środek obrotu ciągnika i naczepy. Koła naczepy, mimo jej dużej długości, mogą toczyć się dzięki temu przy małym poślizgu bocznym na łuku drogi, zatem zużycie ściernie ogumienia, bardzo ważne przy dużej liczbie kół jezdnych w naczepie wieloosiowej będzie małe, a trwałość duża [10-11].



Rys. 1. Model pojazdu członowego  
Fig. 1. The two axle vehicle and three axle semi-trailer model.

Zamieszczone na rysunku oznaczenia określają odpowiednio:

- $a, b, a_1, b_1, c_1, d_1, c$  - wymiary geometryczne modelu pojazdu członowego
- $\eta$  - kąt między osią wzdłużną ciągnika a osią wzdłużną naczepy
- $\varepsilon_c, \varepsilon_n$  - kąt między osią wzdłużną ciągnika oraz kąt między osią wzdłużną naczepy a osią Y nieruchomego układu odniesienia XY
- $\delta_c, \delta_n$  - średni kąt znoszenia osi ciągnika oraz średni kąt znoszenia osi naczepy
- $V_c, V_n$  - prędkość środka masy ciągnika oraz prędkość środka masy naczepy
- $V_{S_i}$  - prędkości środków poszczególnych kół pojazdu
- $\delta_i$  - średnie kąty znoszenia środków poszczególnych kół pojazdu
- $N_i$  - siły boczne oddziaływania nawierzchni jezdni na pojazd

Średnie kąty znoszenia środków kół pojazdu określa się wg przyjętego modelu Rocarda współpracy koła ogumionego z nawierzchnią jezdni z zależności:

$$\delta_i = \frac{N_i}{K_i}, \quad (2)$$

gdzie:

$K_i$  - sztywności poprzeczne opon pojazdu

W obliczeniach przyjęto takie same wartości sztywności poprzecznych tylnych i przednich kół ogumionych oraz takie same wartości kątów znoszenia bocznego dla kół lewych i prawych poszczególnych osi.

Przyjmując małe wartości kątów bocznego znoszenia oraz takie same wartości kątów skrętu dla kół osi przedniej  $\beta_1$ , oraz  $\beta_2$  dla kół osi tylnej ciągnika a  $\beta_3, \beta_4, \beta_5$  odpowiednio dla kątów skrętu kół kolejnych osi naczepy, otrzymuje się zależności na kąty bocznego znoszenia kół poszczególnych osi:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \beta_1 + \delta_c - \frac{a}{v_{sc}} \cdot \frac{d\varepsilon_c}{dt}; \delta_2 = -\beta_2 + \delta_c + \frac{b}{v_{sc}} \cdot \frac{d\varepsilon_c}{dt}, \\ \delta_3 &= -\beta_3 + \delta_n + \frac{b_1}{v_{sn}} \cdot \frac{d\varepsilon_n}{dt}; \delta_4 = -\beta_4 + \delta_n + \frac{c_1}{v_{sn}} \cdot \frac{d\varepsilon_n}{dt}, \\ \delta_5 &= -\beta_5 + \delta_n + \frac{d_1}{v_{sn}} \cdot \frac{d\varepsilon_n}{dt}.\end{aligned}\quad (3)$$

Układ równań ruchu pojazdu członowego ma następującą postać:

$$\begin{aligned}\frac{d(\varepsilon_c - \delta_c)}{dt} \cdot m_c \cdot V_{sc} + \frac{d(\varepsilon_n - \delta_n)}{dt} \cdot m_n \cdot V_{sn} &= \\ (K1 \cdot \delta_1 + K2 \cdot \delta_2 + K3 \cdot \delta_3 + K4 \cdot \delta_4 + K5 \cdot \delta_5) & \\ \frac{d^2 \varepsilon_c}{dt^2} &= (K1 \cdot \delta_1 \cdot a - K2 \cdot \delta_2 \cdot b) / J_c \\ \frac{d^2 \varepsilon_n}{dt^2} &= (K2 \cdot \delta_2 \cdot a_1 - K3 \cdot \delta_3 \cdot b_1 - K4 \cdot \delta_4 \cdot c_1 - K5 \cdot \delta_5 \cdot d_1) / J_n.\end{aligned}\quad (4)$$

Rozwiązanie układu równań (4) z uwzględnieniem warunku równości prędkości  $\vec{V}_{20}$  w punkcie 20 ( $X_{20}, Y_{20}$ ) dla ciągnika i naczepy pozwala wyznaczyć funkcje  $\varepsilon_c(t)$ ,  $\delta_c(t)$  dla ciągnika i  $\varepsilon_n(t)$ ,  $\delta_n(t)$ ,  $V_n$  dla naczepy oraz ich pochodne  $\frac{d\varepsilon_c}{dt}$ ,  $\frac{d\delta_c}{dt}$  i  $\frac{d\varepsilon_n}{dt}$ ,  $\frac{d\delta_n}{dt}$ , niezbędne do określenia współrzędnych punktów 10 ( $X_{10}, Y_{10}$ ), 20 ( $X_{20}, Y_{20}$ ) i 30 ( $X_{30}, Y_{30}$ ), 40 ( $X_{40}, Y_{40}$ ) 50 ( $X_{50}, Y_{50}$ ) a następnie do wyznaczenia współrzędnych środków poszczególnych kół w układzie XY (Rys. 1). Kąt między osią wzdłużną ciągnika a osią naczepy może być obliczony z wyrażenia:

$$\eta = \varepsilon_c - \varepsilon_n. \quad (5)$$

Składowe wektorów prędkości  $\vec{V}_{10}(V_{10X}, V_{10Y})$ ,  $\vec{V}_{20}(V_{20X}, V_{20Y})$ ,  $\vec{V}_{30}(V_{30X}, V_{30Y})$ ,  $\vec{V}_{40}(V_{40X}, V_{40Y})$ ,  $\vec{V}_{50}(V_{50X}, V_{50Y})$  zaczepione w środkach osi kół oznaczonych jako 10 ( $X_{10}, Y_{10}$ ), 20 ( $X_{20}, Y_{20}$ ) dla ciągnika i 30 ( $X_{30}, Y_{30}$ ), 40 ( $X_{40}, Y_{40}$ ), 50 ( $X_{50}, Y_{50}$ ) dla naczepy (Rys. 1), można zapisać w postaci macierzy:

$$\begin{aligned}\begin{Bmatrix} V_{10X} \\ V_{10Y} \end{Bmatrix}_C &= \begin{Bmatrix} V_c \\ V_c \cdot \delta_c - a \cdot \frac{d\varepsilon_c}{dt} \end{Bmatrix} \cdot A & \begin{Bmatrix} V_{20X} \\ V_{20Y} \end{Bmatrix}_C &= \begin{Bmatrix} V_c \\ V_c \cdot \delta_c + b \cdot \frac{d\varepsilon_c}{dt} \end{Bmatrix} \cdot A \\ \begin{Bmatrix} V_{20X} \\ V_{20Y} \end{Bmatrix}_N &= \begin{Bmatrix} V_n \\ V_n \cdot \delta_n - a_1 \cdot \frac{d\varepsilon_n}{dt} \end{Bmatrix} \cdot B & \begin{Bmatrix} V_{30X} \\ V_{30Y} \end{Bmatrix}_N &= \begin{Bmatrix} V_n \\ V_n \cdot \delta_n + b_1 \cdot \frac{d\varepsilon_n}{dt} \end{Bmatrix} \cdot B \\ \begin{Bmatrix} V_{40X} \\ V_{40Y} \end{Bmatrix}_N &= \begin{Bmatrix} V_n \\ V_n \cdot \delta_n + c_1 \cdot \frac{d\varepsilon_n}{dt} \end{Bmatrix} \cdot B & \begin{Bmatrix} V_{50X} \\ V_{50Y} \end{Bmatrix}_N &= \begin{Bmatrix} V_n \\ V_n \cdot \delta_n + d_1 \cdot \frac{d\varepsilon_n}{dt} \end{Bmatrix} \cdot B\end{aligned}\quad (6)$$

Indeksy  $C$  i  $N$  przy macierzach oznaczają odpowiednio ciągnik i naczepę.

Gdzie A i B są macierzami postaci:

$$A = \begin{Bmatrix} \sin \varepsilon_c & (-\cos \varepsilon_c) \\ \cos \varepsilon_c & \sin \varepsilon_c \end{Bmatrix} ; \quad B = \begin{Bmatrix} \sin \varepsilon_n & (-\cos \varepsilon_n) \\ \cos \varepsilon_n & \sin \varepsilon_n \end{Bmatrix}. \quad (7)$$

Wykorzystując warunek przegubowego połączenia ciągnika i naczepy w punkcie 20 ( $X_{20}, Y_{20}$ ) można napisać równania na prędkość środka masy naczepy  $V_n$  i kąta bocznego znoszenia środka masy naczepy  $\delta_n$ , które przyjmują postać:

$$\begin{aligned} V_n &= \left[ V_c \cdot \cos(\varepsilon_c - \varepsilon_n) + \left( V_c \cdot \delta_c + b \cdot \frac{d\varepsilon_c}{dt} \right) \cdot \sin(\varepsilon_c - \varepsilon_n) \right] / \cos \delta_n, \\ \delta_n &= \left[ -V_c \cdot \sin(\varepsilon_c - \varepsilon_n) + \left( V_c \cdot \delta_c + b \cdot \frac{d\varepsilon_c}{dt} \right) \cdot \cos(\varepsilon_c - \varepsilon_n) + a_1 \cdot \frac{d\varepsilon_c}{dt} \right] / V_n. \end{aligned} \quad (8)$$

W dalszej części zakłada się, że kąty skrętu kół osi przedniej  $\beta_1$  i tylnej ciągnika  $\beta_2$  są sobie równe. Odległość między osiami ciągnika nie jest duża i w związku z tym takie założenie jest możliwe. Tory ruchu kół przednich i tylnych prawie się pokrywają. Dla tego założenia z warunku prostopadłości wektorów  $\vec{V}_{10}$  i  $\vec{R}_{10}$  oraz  $\vec{V}_{20}$  i  $\vec{R}_{20}$  można określić położenie chwilowego środka obrotu ciągnika oznaczonego jako  $O(X_0, Y_0)$ . Z równań iloczynu skalarnego:

$$\vec{V}_{10} \cdot \vec{R}_{10} = 0 \quad ; \quad \vec{V}_{20} \cdot \vec{R}_{20} = 0, \quad (9)$$

wynika, że współrzędne chwilowego środka obrotu ciągnika określone są przez wyrażenia:

$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{-X_{10} \cdot A1 + X_{20} \cdot B1 + Y_{20} - Y_{10}}{B1 - A1}, \\ Y_0 &= X_{10} \cdot A1 - X_0 \cdot A1 + Y_{10}. \end{aligned} \quad (10)$$

Gdzie  $A1$  i  $B1$  określone są przez poniższe zależności:

$$\frac{V_{10X}}{V_{10Y}} = A1 \quad ; \quad \frac{V_{20X}}{V_{20Y}} = B1. \quad (11)$$

Zakłada się, że chwilowy środek obrotu ciągnika jest jednocześnie chwilowym środkiem obrotu naczepy. Obowiązują więc równania:

$$\vec{V}_{30} \cdot \vec{R}_{30} = 0 \quad ; \quad \vec{V}_{40} \cdot \vec{R}_{40} = 0; \quad \vec{V}_{50} \cdot \vec{R}_{50} = 0. \quad (12)$$

Można założyć, że koła osi trzeciej mają poruszać się po tych samych (zbliżonych) śladach, co koła ciągnika a więc:

$$|\vec{R}_{20}| = |\vec{R}_{30}|. \quad (13)$$

W związku z tym obowiązują równania:

$$\begin{aligned} (X_0 - X_{30})^2 + (Y_0 - Y_{30})^2 &= (X_0 - X_{20})^2 + (Y_0 - Y_{20})^2, \\ (X_{20} - X_{30})^2 + (Y_{20} - Y_{30})^2 &= (a_1 + b_1)^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Z powyższego układu równań oblicza się współrzędne punktu 30 ( $X_{30}, Y_{30}$ )-środką trzeciej osi, a następnie szukany kąt skrętu kół osi trzeciej  $\beta_3$ . Uwzględniając równania (12) wyznacza się

współrzędne środków osi czwartej i piątej - 40 ( $X_{40}, Y_{40}$ ), 50 ( $X_{50}, Y_{50}$ ), następnie można określić składowe wektorów prędkości:  $\vec{V}_{40}(V_{40X}, V_{40Y}), \vec{V}_{50}(V_{50X}, V_{50Y})$ . Po prostych przekształceniach wyznacza się wartości kątów skrętu kół osi czwartej i piątej  $\beta_4$  i  $\beta_5$  dla założonego warunku śledzenia torów kół pierwszej i drugiej osi ciągnika przez koła trzeciej osi naczepy. Odległości między śladami kół poszczególnych osi określa się z zależności:

$$\begin{aligned} W1 &= |\vec{R}_{10}| - |\vec{R}_{20}|; & W2 &= |\vec{R}_{30}| - |\vec{R}_{10}|, \\ W3 &= |\vec{R}_{40}| - |\vec{R}_{10}|; & W4 &= |\vec{R}_{50}| - |\vec{R}_{10}|. \end{aligned} \quad (15)$$

W niniejszych rozważaniach założono, że  $W1 \approx W2$ .

Współrzędne środków osi kół w układzie XY określają poniższe wyrażenia:

dla ciągnika:

$$\begin{aligned} X_i &= \int_0^t [V_c \cdot \sin \varepsilon_c - (V_c \cdot \delta_c - D \cdot \frac{d\varepsilon_c}{dt}) \cdot \cos \varepsilon_c] dt, \\ Y_i &= \int_0^t [V_c \cdot \cos \varepsilon_c + (V_c \cdot \delta_c - D \cdot \frac{d\varepsilon_c}{dt}) \cdot \sin \varepsilon_c] dt, \end{aligned} \quad (16)$$

gdzie wskaźnik  $i$  przyjmuje odpowiednio 10 lub 20 a oznaczenie  $D$  wartość równą  $a$  bądź  $(-b)$

dla naczepy:

$$\begin{aligned} X_j &= \int_0^t [V_n \cdot \sin \varepsilon_n - (V_n \cdot \delta_n + F \cdot \frac{d\varepsilon_n}{dt}) \cdot \cos \varepsilon_n] dt, \\ Y_j &= \int_0^t [V_n \cdot \cos \varepsilon_n + (V_n \cdot \delta_n + F \cdot \frac{d\varepsilon_n}{dt}) \cdot \sin \varepsilon_n] dt, \end{aligned} \quad (17)$$

gdzie wskaźnik  $j$  przyjmuje odpowiednio 30,40 lub 50 a oznaczenie  $F$  wartość równą  $b1, c1$  bądź  $d1$ .

Współrzędne środków poszczególnych kół w układzie XY określają wyrażenia:

dla ciągnika:

$$X_k = X_j \mp c \cdot \cos \varepsilon_c \quad Y_k = Y_j \pm c \cdot \sin \varepsilon_c, \quad (18)$$

gdzie

$$k = 1, 2, 3, 4 \text{ a } j = 10, 20$$

dla naczepy:

$$X_k = X_j \pm c \cdot \cos \varepsilon_n \quad Y_k = Y_j \mp c \cdot \sin \varepsilon_n, \quad (19)$$

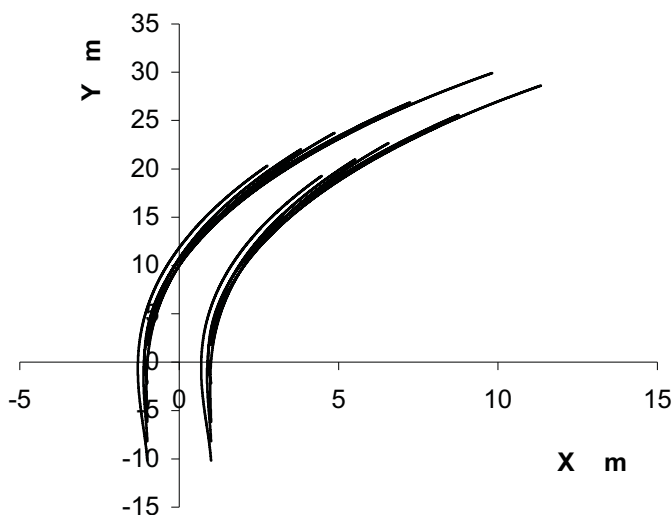
gdzie

$$k = 5-9, 11 \text{ a } j = 30, 40, 50$$

Poniżej przedstawiono w postaci wykresów wyniki obliczeń komputerowych dla modelu pojazdu o danych:  $a = 1,8 \text{ m}$ ,  $b = 2,20 \text{ m}$ ,  $a1 = 3,0 \text{ m}$ ,  $b1 = 1,0 \text{ m}$ ,  $c1 = 3,0 \text{ m}$ ,  $d1 = 5,0 \text{ m}$ ,  $c = 1,0 \text{ m}$ ,  $m_c = 5000 \text{ kg}$ ,  $m_n = 10000 \text{ kg}$ ,  $V_c = 5 \text{ m/s}$ ,  $J_c = 3000 \text{ kgm}^2$ ,  $J_n = 6000 \text{ kgm}^2$ ,  $K1 = K2 = K3 = K4 = K5 = 165000 \text{ N/rad}$ .

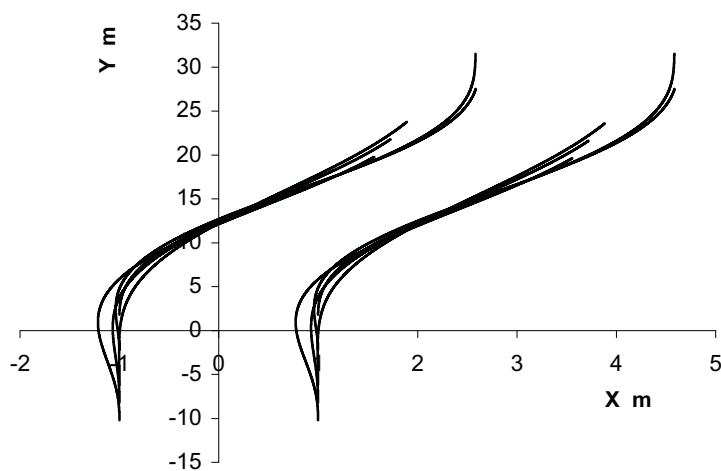
### 3. Podsumowanie

Przedstawiony model pojazdu członowego składającego się z dwuosiowego ciągnika i trzyosiowej naczepy z kierowanymi kołami pozwala na ocenę wpływu wybranych parametrów konstrukcyjnych, eksploatacyjnych i kątów skrętu kół tylnych na tor ruchu pojazdu. Możliwe jest określenie wartości kąta skrętu kół tylnych dla założonej wartości kąta skrętu kół przednich i prędkości jazdy. Skręcanie kół tylnych zmniejsza wartość promienia krzywizny toru ruchu pojazdu.



Rys. 2. Tor ruchu pojazdu dla :  $\beta_1 = 0,05 \text{ rad.}$ ,  $\beta_2 = 0,05 \text{ rad.}$ ,  $\beta_3 = 0,08 \text{ rad.}$ ,  $\beta_3 = \beta_4 = \beta_5$

Fig. 2. A vehicle track for:  $\beta_1 = 0,05 \text{ rad.}$ ,  $\beta_2 = 0,05 \text{ rad.}$ ,  $\beta_3 = 0,08 \text{ rad.}$ ,  $\beta_3 = \beta_4 = \beta_5$ ,



Rys. 3. Tor ruchu pojazdu dla  $\beta_1 = 0,05 \sin t \text{ rad.}$ ,  $\beta_2 = \beta_3 = \beta_1$ ,  $\beta_4 = 0,08 \sin t \text{ rad.}$ ,  $\beta_5 = \beta_4$

Fig. 3. A vehicle track for  $\beta_1 = 0,05 \sin t \text{ rad.}$ ,  $\beta_2 = \beta_3 = \beta_1$ ,  $\beta_4 = 0,08 \sin t \text{ rad.}$ ,  $\beta_5 = \beta_4$

W dalszej kolejności rozpatrywane będą modele pojazdów wieloosiowych i wieloczłonowych o większej liczbie stopni swobody [9-10] z kierowanymi kołami z wykorzystaniem hipotezy współpracy koła ogumionego z nawierzchnią jezdni uwzględniającej niesymetryczne obciążenie pojazdu siłami pionowymi w ruchu na łuku drogi [2]. Zaproponowany zostanie system bezpośredniego sterowania kołami wykorzystujący sterowanie uchybowe. W naczepach wieloosiowych i dłuźycowych coraz częściej są stosowane osie z kołami kierowanymi. Można rozróżnić mechanizmy skrętu samonastawne (skręt samoczynny) oraz koła sterowane od siodła ciągnika lub holu ciągnika. Kat skręcania kół w kolejnych osiach jezdnych naczepy jest ustawiany za pomocą układu dźwigniowego lub hydraulicznego. Boczny poślizg ogumienia jest przyczyną przyspieszonego zużywania się opon niekierowanych kół naczep i przyczep znacznej długości [11]. Kierowanie kołami w pojazdach członowych ma istotny wpływ na szerokość zajmowanego pasa drogi podczas skrętu, wielkość promienia skrętu między ścianami bądź między krawężnikami jak również wewnętrzny promień skrętu [3], [12].

### Literatura

- [1] Chodkowski, A. W., *Badania modelowe pojazdów gąsienicowych i kołowych*, WK i Ł, Warszawa 1982.
- [2] Dugoff, H., Fancher, P. S., Segel, L., *An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamics performance*, S.A.E. Paper 700377, 1970.
- [3] Fitch, J. W., *Motor Truck Engineering Handbook*. Society of Automotive Engineers, Inc. 400 Commonwealth Drive Warrendale, PA 15096-0001, U.S.A.
- [4] Lanzerdoerfer, J., Szczepaniak, C., *Teoria ruchu samochodu*, WK i Ł, Warszawa 1980.
- [5] Litwinow, A., *Kierowalność i stateczność samochodu*, WK i Ł, Warszawa 1975.
- [6] Mitschke, M., Wallentowitz, H., *Dynamik der Kraftfahrzeuge*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2004.
- [7] Nejmark, J. I., Fufajew, N. A., *Dynamika układów nieholonomicznych*, PWN, Warszawa 1971.
- [8] O' Halley, T. J., *Wojskowe pojazdy transportowe*, Przekład i redakcja naukowa Woźniak, R., Kupidura, P., Dom Wydawniczy BELLONA, Warszawa 2002.
- [9] Pacejka, H., *Tyre & Vehicle Dynamics*, Wydawnictwo Butterworth Heinemann 2002.
- [10] Prochowski, L., *Teoria ruchu i dynamika pojazdów mechanicznych*, WAT, Warszawa 1996.
- [11] Prochowski, L., Żuchowski, A., *Samochody ciężarowe i autobusy*, WK i Ł, Warszawa 2004.
- [12] Zaremba, Z., *Przyczepy i naczepy specjalizowane*, WKŁ, Warszawa 1989.