

## Mechanizm różnicowy z tarciem wewnętrznym jako niezbędny czynnik podniesienia efektywności trakcyjnej napędu tramwaju w łukach toru

Przedmiotem opracowania jest technicznie zmodyfikowana wersja układu napędowego *AdTranz* (według rysunków 1 i 2), tramwaju niskopodłogowego, zapewniającego efektywne wywiązywanie sił trakcyjnych w łukach toru o małym promieniu krzywizny.

### 1. Wprowadzenie

W układzie napędowym tramwaju występują ekstremalnie trudne warunki trakcyjne, gdy pojazd ma ruszyć w łuku toru znajdującym się na wzniesieniu. Pomiędzy racjonalnymi technicznymi warunkami budowy napędowego zestawu kół przeznaczonych dla tramwaju o wysokiej efektywności trakcyjnej w ruchu zarówno w torze prostym jak też w łukach toru o małym promieniu krzywizny występuje immanentna sprzeczność. Efektywne wywiązywanie sił trakcyjnych na kołach napędnych w łukach o małym promieniu wymaga albo niezależnego napędu osi kół lewego i prawego (dwoma silnikami elektrycznymi) albo zastosowania mechanizmu różnicowego pomiędzy 'półosiami' umownego zestawu. Pojawiło się wiele takich rozwiązań, które jednak charakteryzują się złą dynamiką ruchu w torze prostym, dużymi wartościami kątów nabiegania kół na szynę i nadmiernymi zużyciami obrzeży kół. Kompromisowym rozwiązaniem technicznym może być zmodyfikowany układ napędu (na przykład typu *AdTranz*) z mechanizmem różnicowym o odpowiednio dobranym momencie tarcia wewnętrznego pomiędzy półosiami [1, 3]. Taki 'zestaw', dzięki odpowiednio dobranej nieczułości różnicowej mechanizmu różnicowego, może dobrze spełniać wymagania trakcyjne w torze prostym, zaś w łuku zapewnić należyłą efektywność trakcyjną.

Siły trakcyjne  $F$  (podłużne) na obwodzie obydwóch kół zestawu, lewego „L” i prawego „P”, należy traktować jako ogólnie niejednakowe. W pracy [1] wprowadzono pojęcie współczynnika efektywności trakcyjnej zestawu  $E_{TZ}$ , będącego wyróżnikiem konstrukcyjnej przydatności układu napędowego tramwaju do pracy w łuku torowym.

Współczynnik  $E_{TZ}$  wyraża się wzorem:

$$E_{TZ} = 1 - \frac{|F_L - F_P|}{|F_L| + |F_P|} \quad (1)$$

Maksymalny potencjał trakcyjnych sił (przyczepności) na obwodzie kół zestawu opisuje zależność  $F_{zmax} = |F_{Lmax}| + |F_{Pmax}|$ . Jednak pod względem konstrukcyjnym z pełną efektywnością trakcyjną, wyra-

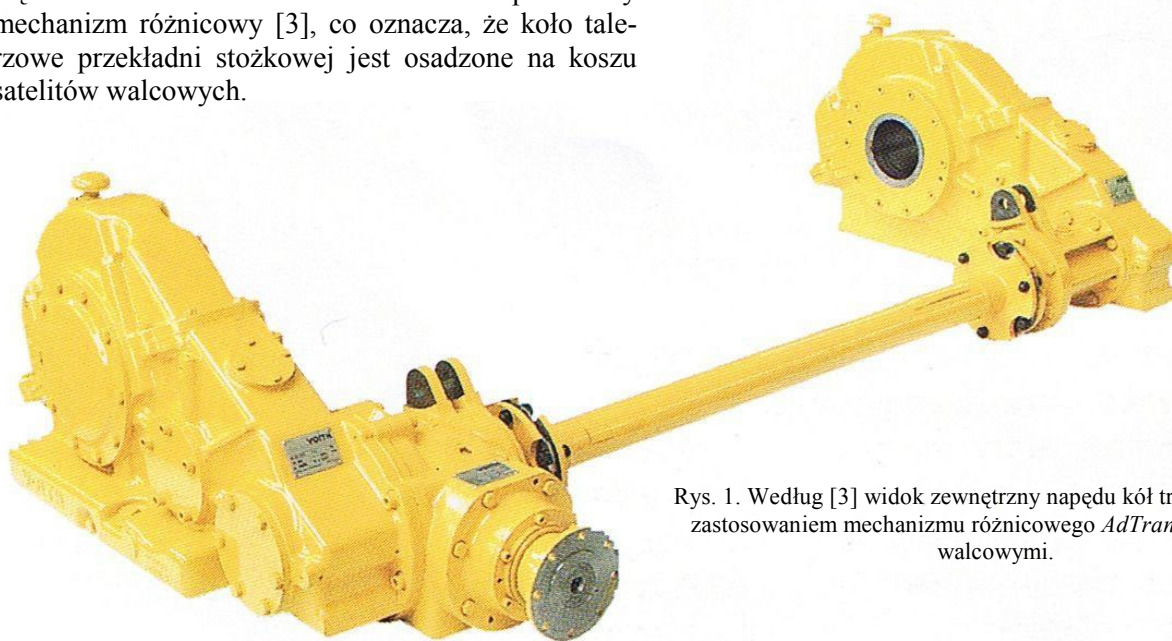
żoną wartością  $E_{TZ}=1$  według (1), można mieć do czynienia niezależnie od stopnia wykorzystania maksymalnego potencjału sił trakcyjnych. Zauważmy, że według (1) efektywność trakcyjna  $E_{TZ}=0,5$  wystąpi, gdy trakcyjnie pracuje tylko jedno koło zestawu. Wartość  $E_{TZ}$  spada drastycznie, gdy na jednym z kół występuje pasożytnicza siła ujemna. Właśnie taki przypadek przy klasycznym zestawie może wystąpić w łuku toru. W przypadku, gdy trakcyjnie pracują dwa koła zestawu w zgodnym kierunku, lecz jedno z nich wykorzystuje jedynie 50% swej siły przyczepności, wtedy otrzymamy  $E_{TZ} = 1 - \frac{1}{2} \cdot 0,5 = 0,75$ . Wyznaczenie odpowiedniej (pod względem dynamicznym a zarazem trybologicznym) wartości momentu nieczułości różnicowej mechanizmu różnicowego stanowi oddzielne, złożone zadanie teoretyczno – doświadczalne.

### 2. Różnicowy mechanizm napędowy *AdTranz* [3]

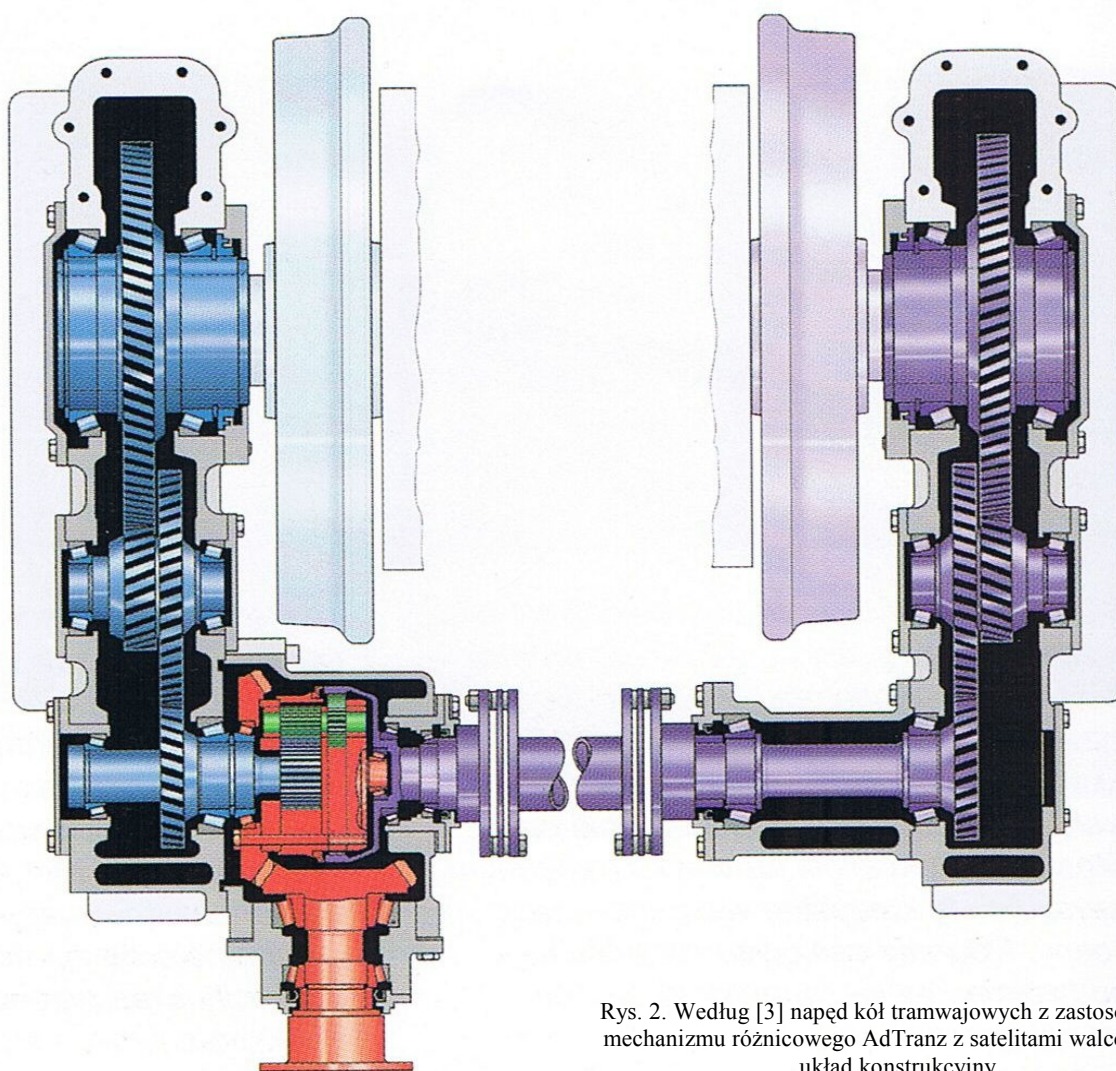
W dalszym ciągu niniejszego artykułu ograniczono się do przedstawienia fundamentalnych zasad modyfikacji znanego rozwiązania *AdTranz* oraz do przedstawienia podstaw teoretycznych dla tego technicznego udoskonalenia.

„Klasyczny” napęd kół tramwajowych *AdTranz* (według rysunków 1 i 2) zawiera oryginalny mechanizm różnicowy z satelitami walcowymi. W torze prostym ten mechanizm charakteryzuje się nieznacznym, płynnym 'tarcie' wewnętrznym o charakterze wiskotycznym, a wartość momentu napędowego na obydwóch kołach pozostaje dobrze wyrównana, niezależnie od wartości promienia krzywizny toru. Zatem w torze zakrzywionym może wystąpić jedynie bardzo niewielka różnica momentów na kołach („L” i „P”), lecz obydwa te momenty, jakkolwiek nieznacznie różne pod względem wartości modułów, zawsze mają zwrot skierowany w jednym, zgodnym kierunku. Zatem jest to rozwiązanie bardzo dobre dla ruchu w łuku toru o małym promieniu, lecz w torze prostym funkcja prowadzenia zestawu w torze za pomocą sił podłużnych nie jest zagwarantowana.

Mechaniczny układ napędu ma strukturę niemal samochodową, jak przy napędzie 'tylnego mostu' ciężarówki ze zwolnicami. Zastosowano planetarny mechanizm różnicowy [3], co oznacza, że koło tarczowe przekładni stożkowej jest osadzone na koszu satelitów walcowych.



Rys. 1. Według [3] widok zewnętrzny napędu kół tramwajowych z zastosowaniem mechanizmu różnicowego AdTranz z satelitami walcowymi.



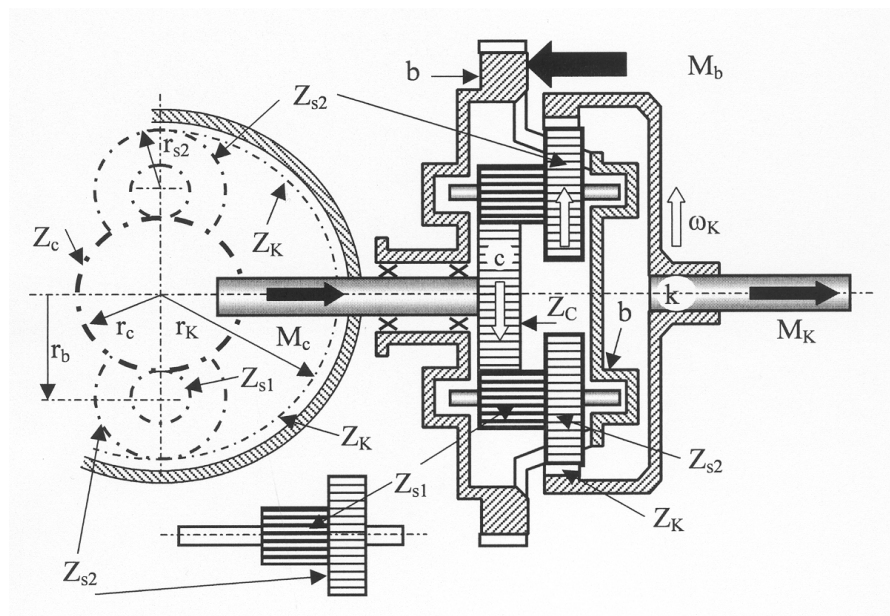
Rys. 2. Według [3] napęd kół tramwajowych z zastosowaniem mechanizmu różnicowego AdTranz z satelitami walcowymi – układ konstrukcyjny.

W tym miejscu pojawia się pytanie inżynierskie, jaka powinna być wartość i charakterystyka momentu autentycznie sprzęgającego koła zestawu „na sztywno”, aby w torze prostym oraz w łukach o promieniu nie mniejszym od wartości granicznej  $\rho_{gr}$ , zestaw poprawnie spełniał swoje zadanie konturu adhezyjno – prowadzącego. Wartość graniczną  $\rho_{gr}$  została ściśle zdefiniowana w pracy [1].

Znalezienie odpowiedzi na powyższe pytanie wymaga indywidualnego badania dynamiki napędu (z probabilistycznym uwzględnieniem topografii linii tramwajowej), przy niezbędnym udziale badań eksperymentalnych, podczas ruchu kompletnego pojazdu w torze.

W odniesieniu do osi kół jezdnych (a nie do półosi mechanizmu różnicowego) jest rzeczą oczywistą, że moment autentycznego tarcia wewnętrznego w mechanizmie różnicowym powinien być odpowiednio dobrany (przeliczony) stosownie do wartości przełożenia zastosowanej redukcyjnej przekładni zębatej.

Naukowo – techniczne zagadnienie odpowiedniego doboru momentu tarcia wewnętrznego w mechanizmie różnicowym zostało (na technicznym stopniu ogólności) omówione w monografii [2]. W dalszym ciągu, na rysunku 5, pokazano dwa przykładowe warianty technicznych rozwiązań klasycznego mechanizmu różnicowego z kołami stożkowymi.



Rys. 3. Schemat przekładni planetarno – różnicowej AdTranz.

Kosz satelitów **b** – („basket”) jest elementem aktywnym (napędzającym). Koła **K** („koronowe”) oraz **c** („centralne”) są osadzone na elementach biernych, (czyli na półosiach). Białymi strzałkami zaznaczono kierunek obrotów elementów biernych **k** oraz **c**, gdy element aktywny **b** został unieruchomiony.

Zgodnie z rysunkiem 3, oraz materiałem zawartym w monografii [2], promienie podziałowe poszczególnych kół zębatych wynoszą odpowiednio:

$$r_c = \frac{1}{2}m \cdot Z_c; \quad r_k = \frac{1}{2}m \cdot Z_k; \quad r_{s1} = \frac{1}{2}m \cdot Z_{s1}; \quad r_{s2} = \frac{1}{2}m \cdot Z_{s2}; \quad (2)$$

przy czym:

$$r_b = r_c + r_{s1}; \quad r_k = r_c + r_{s1} + r_{s2}; \quad (3)$$

W przypadku wyidealizowanym, czyli przy doskonałej sprawności ząbów i dobrym smarowaniu przekładni, bilans momentów obrotowych jest następujący:

$$\Sigma \bar{M}_i = 0; \quad M_c + M_k = M_b \quad (4)$$

Równowaga obrotowa pojedynczego satelity wymaga spełnienia bilansu sił obwodowych na jego obydwóch kołach, opisanego pierwszym z równań (4), zaś wyrównane wartości momentów w półosiach otrzymamy, gdy spełnione jest drugie równanie (4).

$$r_{s1} \cdot F_{s1} = r_{s2} \cdot F_{s2}; \quad r_c \cdot F_{s1} = r_k \cdot F_{s2}; \quad (5)$$

Przy założeniu jednakowych modułów **m** uzębienia wszystkich walcowych kół omawianej przekładni planetarno różnicowej, z zależności (5) wynika elementarna zasada budowy planetarnego mechanizmu różnicowego:

$$\frac{r_{s1}}{r_{s2}} = \frac{r_c}{r_k} \quad \text{albo:} \quad \frac{Z_{s1}}{Z_{s2}} = \frac{Z_c}{Z_k} \quad (6)$$

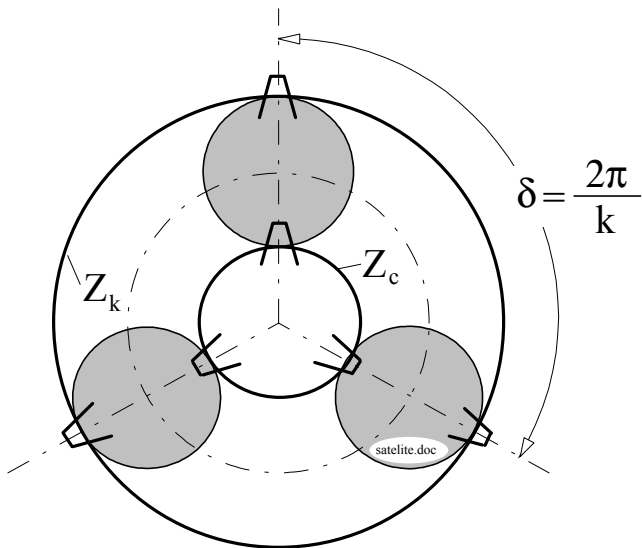
albo, po uwzględnieniu (2) i (3):

$$\frac{Z_{s1}}{Z_{s2}} = \frac{Z_c}{Z_c + Z_{s1} + Z_{s2}} \quad (7)$$

co prowadzi do fundamentalnej formuły algebraicznej określającej zasadę budowy satelitów oraz całego mechanizmu (wraz z równaniami 3).

$$\frac{Z_{s1}}{Z_c} = \frac{Z_{s2} - Z_{s1}}{Z_{s2} + Z_{s1}} \quad (8)$$

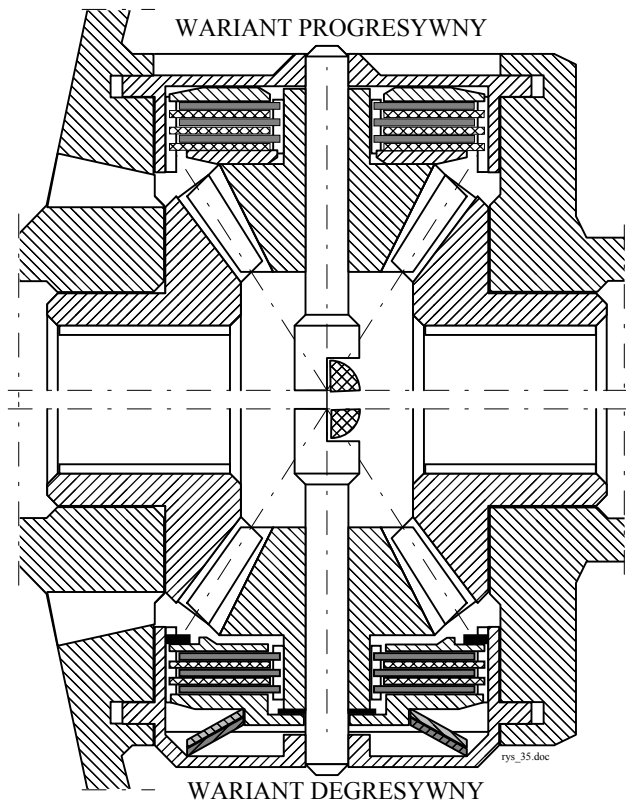
Poprawna budowa oraz montaż mechanizmu są możliwe jedynie przy zachowaniu (niezbywalnego we wszystkich przekładniach planetarnych [2]) warunku biegunowo równomiernego rozmieszczenia satelitów, albowiem musimy mieć na względzie techniczną możliwość poprawnego zmontowania oraz starannego wyrównoważenia przekładni planetarnej. Satelity muszą być odpowiednio oznaczone w miejscu wierzchołkowej zgodności zębów koła  $Z_{s1}$  i  $Z_{s2}$  według rysunków 3 i 4.



Rys. 4. Schemat rozmieszczenia satelitów w przekładni planetarnej [2].

Aby przekładnia planetarna dała się zmontować, powinna mieć jednakową podziałkę kątową  $\delta$  rozmieszczenia satelitów, przy czym  $k$  oznacza liczbę satelitów na obwodzie przekładni;  $k \geq 2$ ;

Zarówno w kole koronowym jak i w kole centralnym przekładni planetarnej ogółem **musi być co najmniej tyle zębów, mających jednakowe warunki ząbień, ile jest satelitów**. Może być ich także  $C$ -krotnie więcej, przy czym  $C \in \mathbb{R}^+$ ;



Rys. 5. Przykłady budowy dwóch wariantów rozwiązań 'klasycznego' mechanizmu różnicowego z kołami stożkowymi: u góry – o tarczu wewnętrznym zmiennym progresywnie; u dołu – degresywnie.

$$\frac{Z_c}{k} = C_c; \quad \frac{Z_k}{k} = C_k; \quad \text{oraz} \quad \frac{Z_k - Z_c}{k} > 1; \quad (9)$$

Ostatecznie więc możemy napisać następujący warunek konieczny:

$$Z_k - Z_c = C \cdot k; \quad (10)$$

gdzie:  $C$  - dowolna, całkowita, dodatnia liczba rzeczywista;  $C \geq 1$ ;

Podczas projektowania przekładni jest rzeczą niezwykłą równoczesne spełnienie warunków (8) i (10).

Moment nieczułości różnicowej mechanizmu różnicowego może być stały lub zmienny w funkcji przenoszonego obciążenia trakcyjnego [2]. W tym ostatnim przypadku wyróżnia się narastającą nieczułość różnicową (wariant progresywny) oraz malejącą (wariant degresywny). Budowę poszczególnych wariantów mechanizmów różnicowych i ich ogólne charakterystyki techniczne zilustrowano rysunkami 5, 6 i 7.

Przekładnia planetarno – różnicowa [3] (wg patentu *AdTranz*), dość łatwo może być wyposażona dodatkowo w wewnętrzne sprzęgło przeciążeniowe i zastosowana w układach napędu tramwajów niskopodłogowych przeznaczonych do ruchu miejskiego w łukach toru o małych promieniach krzywizny. Wewnętrzne sprzęgło przeciążeniowe blokuje względne ruchy obrotowe obydwóch półosi, dzięki czemu podczas ruchu tramwaju w torze prostym koła jezdne są kinematycznie sprzężone podobnie jak w klasycznym zestawie pojazdu szynowego. Natomiast w łuku o małym promieniu krzywizny toru koło zewnętrzne ma moment napędowy zmniejszony w stosunku do koła wewnętrznego o wartość momentu sprzężenia międzyosiowego. Efektywność trakcyjna takiego zestawu w łuku (w porównaniu do ruchu w torze prostym) jest zmniejszona zależnie od wartości momentu blokującego, pochodzącego od sprzęgła przeciążeniowego. Jednak warunki pracy takiego zestawu w łuku są znacznie lepsze niż przy kołach sprzężonych na sztywno. Przede wszystkim zapobiega się występowaniu pasożytniczych sił ujemnych na obwodzie kół jezdnych [1], co daje  $E_{TZ} \geq 0,5$ .

Przekładnia bez strefy nieczułości różnicowej nie nadaje się do pojazdu szynowego.

Jak wyżej wspomniano, w napędzie *AdTranz*, pomiędzy półosiami mechanizmu różnicowego a osią kół jezdnych występuje redukcyjna przekładnia zębata o przełożeniu „i”. Charakterystyka śladowej 'nieczułości różnicowej' fizycznego mechanizmu nie jest znana. Traktując jednak moment nieczułości różnicowej  $M_{TO}$  mechanizmu różnicowego jako znany, moment nieczułości różnicowej na kołach zestawu wyniesie:

$$M_{TZ} = M_{TO} \cdot i \quad (11)$$

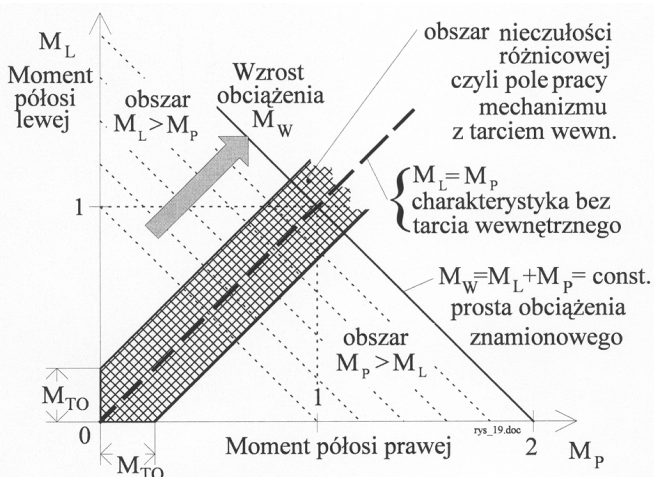


W takim przypadku siły obwodowe na kołach będą się różnić o wartość  $\Delta F$ .

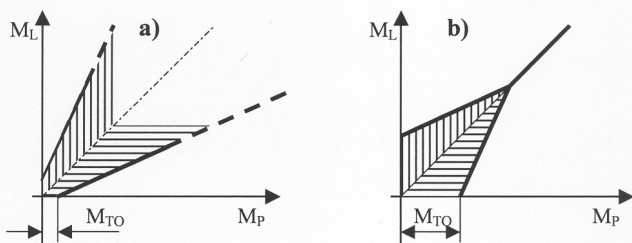
$$\Delta F = \frac{2M_{TO} \cdot i}{R} \quad (12)$$

Zaś współczynnik efektywności trakcyjnej wyrazi się następująco:

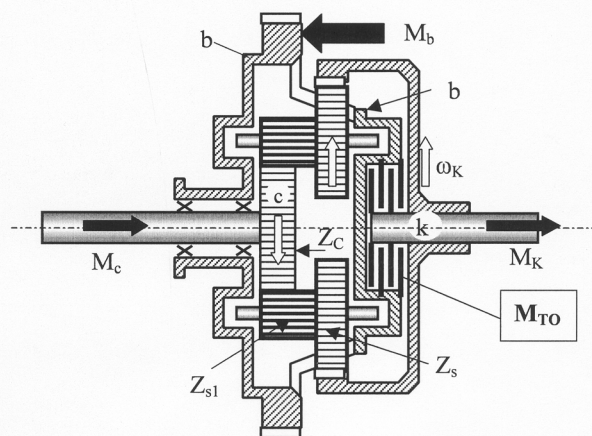
$$E_{TZ} = 1 - \frac{\Delta F}{Q_z \cdot \psi(V)} \quad (13)$$



Rys. 6. Charakterystyka mechanizmu różnicowego symetrycznego z więzami ciernymi na półosiach o stałej wartości momentu nieczułości różnicowej [2].



Rys. 7. Charakterystyki tarcia wewnętrznego zależne od obciążenia panującego w mechanizmie różnicowym a) progresywna, b) degresywna.



Rys. 8. Schemat przekładni planetarno – różnicowej AdTranz ze sprzęgłem ciernym o stałej nieczułości różnicowej  $M_{TO}$  według rys. 6.

## 6. Podsumowanie i wnioski praktyczne

1. Przy osadzeniu mechanizmu różnicowego (z odpowiednio dobranym momentem tarcia wewnętrznego o charakterystyce tarcia suchego) bezpośrednio na osi zestawu kół tramwajowych lub na osi zastępczej, sprzęgającej kontur adhezyjny, podczas ruchu **w torze prostym** zestaw zachowuje się tak, jak zestaw klasyczny. Zatem stabilne prowadzenie zestawu w torze prostym odbywa się dzięki odpowiednim różnicom sił podłużnych pomiędzy kołami i szynami po obydwóch stronach pojazdu, w ramach odpowiednio dobranej nieczułości różnicowej mechanizmu sprzęgającego kontur adhezyjny [2].

2. Przy zastosowaniu mechanizmu różnicowego (o odpowiednio dobranej charakterystyce 'suchego' tarcia wewnętrznego) na osi zestawu kół tramwajowych, podczas trakcyjnego ruchu pojazdu **w łuku** o małym promieniu, różnica sił pociągowych na kołach jest określona przez (stały lub sterowany) moment nieczułości różnicowej pomiędzy „półosiami” tego mechanizmu różnicowego, dzięki czemu uzyskuje się odpowiednią efektywność trakcyjną w łuku toru o małym promieniu (na przykład w miastach zabytkowych).

3. Badanie podłużnej (płaskiej) dynamiki trakcyjnej całego pojazdu i dynamiki układów napędowych najkorzystniej powinno być prowadzone łącznie.

4. Przekładnia AdTranz bez strefy nieczułości różnicowej nie powinna być stosowana w tramwajach.

## 7. Przykład obliczeniowy (techniczny):

**Wyznaczenie drogi przejazdu klasycznego zestawu w torze prostym, niezbędnej dla całkowitego odprężenia maksymalnego skręcenia zestawu (ograniczonego siłami przyczepności). W przykładzie m.in. wykorzystano teorię podaną w pracy [1].**

Rozważmy ruch w łuku zestawu kół zespołu trakcyjnego o następujących wartościach parametrów:

- ◆ Nacisk koła na szynę  $Q=5 \cdot 10^4$  [N];
- ◆ Rozstaw szyn  $s=1,5$  [m];
- ◆ Promień okręgów toczyń  $R=0,5$  [m];
- ◆ Średnica osi pomiędzy kołami zestawu  $d=0,16$  [m];
- ◆ Moduł sprężystości postaciowej dla stali  $G=8,085 \cdot 10^{10}$  [N/m<sup>2</sup>];
- ◆ Prędkość jazdy zestawu w torze  $V=10$  [m/s];
- ◆ Promień łuku  $\rho = \text{const.}$ , możemy traktować jako skokowo zmienny parametr.

Obliczamy kolejno:

Współczynnik przyczepności według Andrewsa:

$$\Psi(V) = \frac{0,33}{1 + 0,0288 \cdot V}; \quad \Psi_{10} = 0,2562;$$

Współczynnik "c" w uproszczonym wzorze Cartera:

$$c = 70835 \sqrt{Q \cdot R}; \quad c = 1,12 \cdot 10^7$$
 [N];

Maksymalna wartość momentu skręcającego w osi zestawu, na granicy przyczepności, przy zadanej prędkości  $V$ , wynosi:

$$M_{\max} = Q \cdot R \cdot \Psi_{10} = 5 \cdot 10^4 \cdot 0,5 \cdot 0,2562 = 6405 [\text{Nm}];$$

Sztwywność skrętna osi zestawu wynosi:

$$\kappa = \frac{\pi \cdot d^4 \cdot G}{32 \cdot s}; \quad \kappa = 3,467 \cdot 10^6 \left[ \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \right];$$

Maksymalny kąt skręcenia osi zestawu (w opisanych warunkach pracy) wynosi:

$$\Delta\Phi_{\max} = \frac{M_{\max}}{\kappa}; \quad \Delta\Phi_{\max} = 0,001847 [\text{rad}];$$

Maksymalny (bezwzględny) przyrost promienia trakcyjnego  $\Delta R$  wynosi:

$$|\Delta R_{\max}| = \frac{1}{c} Q \cdot R \cdot \Psi_{10}; \quad |\Delta R_{\max}| = 5,718 \cdot 10^{-4} [\text{m}];$$

Droga przejazdu zestawu po prostej, niezbędna dla całkowitego odprężenia maksymalnego skręcenia zestawu klasycznego, wynosiłaby:

$$L = \Delta\Phi_{\max} \frac{R^2}{\Delta R}; \quad L = 0,80754 [\text{m}]; \quad (*)$$

Graniczny promień łuku, na którym jest podtrzymywane maksymalne skręcenie osi [zestawu walcowego] przy zadanej prędkości:

$$\rho_{\text{gran}} = \frac{R \cdot s}{2\Delta R_{\max}}; \quad \rho_{\text{gran}} = 656 [\text{m}];$$

Moc tracona na mikropoślizgi graniczne podczas ruchu zestawu w łuku o promieniu  $\rho=656[\text{m}]$  wynosi:

$$P = F_{\max}(V) \cdot V \frac{s}{\rho}; \quad P_{656} = 5 \cdot 10^4 \cdot 0,2562 \frac{1,5}{656} = 29,29 \left[ \frac{\text{Nm}}{\text{s}} \right];$$

Moc tracona na mikropoślizgi graniczne podczas ruchu zestawu w łuku o promieniu  $\rho=120[\text{m}]$  wynosi:

$$P_{120} = 5 \cdot 10^4 \cdot 0,2562 \frac{1,5}{120} = 160,125 \left[ \frac{\text{Nm}}{\text{s}} \right];$$

Z powyższego przykładu wynika dodatkowo istotny wniosek inżynierski, że zmniejszenie w osi momentu skrętnego  $M_{\max}$  do odpowiednio wysterowanej wartości momentu nieczułości różnicowej mechanizmu, zgodnie z powyższym wzorem (\*), powoduje skrócenie drogi skrętnego odprężania osi, gdyż linowo sprężyste odprężanie zachodzi do mniejszej wartości skręcenia osi, zaś większe skręcenia osi są odprężane poślizgowo w mechanizmie różnicowym. Przy względnie wolnobieżnym ruchu tramwajowym względnie niska wartość momentu nieczułości różnicowej może nie mieć istotnego znaczenia, lecz wymaga to potwierdzenia podczas skrupulatnych badań eksperymentalnych.

#### LITERATURA.

- [1] Madej J.: *Analiza efektywności trakcyjnej zestawu kół pojazdu szynowego w łuku toru o małym promieniu. Pojazdy Szynowe 1/2008*
- [2] Madej J.: *Mechanika Transmisji Momentu Trakcyjnego Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000.*
- [3] *Prospekt firmowy Voith Turbo; voithpl@lodz.pdi.net*