

Analiza efektywności trakcyjnej zestawu kół pojazdu szynowego w łuku toru o małym promieniu

Przedmiotem opracowania jest studium efektywności trakcyjnej tramwajowego zestawu kół w łukach toru o małym promieniu krzywizny. Pojęcie „mały promień łuku” zostało ściśle technicznie zdefiniowane, jako związane zarówno ze zjawiskiem mikropoślizgów kół po szynach jak i z parametrami geometrii toru. W podsumowaniu sformułowano wniosek praktyczny.

1. Wprowadzenie

Rozważono przypadek indywidualnego napędu osi tramwajowego zestawu kół. Siły trakcyjne (podłużne) F kół zestawu, lewego „L” i prawego „P”, można traktować jako ogólnie niejednakowe. Przy takim założeniu wprowadzono pojęcie współczynnika **efektywności trakcyjnej zestawu** E_{TZ} , będącego wyróżnikiem konstrukcyjnej przydatności układu napędowego tramwaju do pracy w łuku torowym.

Współczynnik E_{TZ} wyraża się wzorem:

$$E_{TZ} = 1 - \frac{|F_L - F_P|}{|F_L| + |F_P|} \quad (1)$$

Maksymalny potencjał trakcyjnych sił (pryczepności) na obwodzie kół zestawu opisuje zależność $F_{zmax} = |F_{Lmax}| + |F_{Pmax}|$. Jednak pod względem konstrukcyjnym z pełną efektywnością trakcyjną, wyrażoną według (1) wartością $E_{TZ}=1$, ma się do czynienia niezależnie od stopnia wykorzystania maksymalnego potencjału sił trakcyjnych.

Pod względem fizycznym **konstrukcyjnego** współczynnika efektywności trakcyjnej E_{TZ} pojedynczego zestawu nie można bezpośrednio utożsamiać z **eksploatacyjnym** współczynnikiem Θ wykorzystania przyczepności [7] (albo wykorzystania nacisku napędnego) całego pojazdu dla celów trakcyjnych. Współczynnik Θ można wyrazić następującym wzorem:

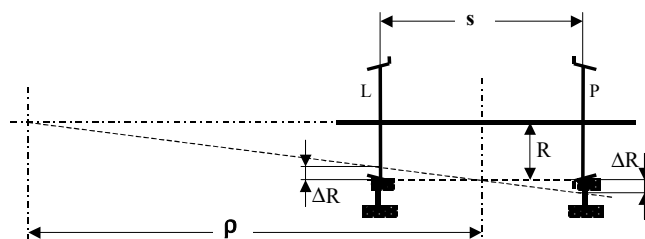
$$\Theta = \frac{\sum_{j=1}^n F_j}{\psi \cdot Q_n} \quad (2)$$

gdzie:

- F_j wypadkowa siła pociągowa wywiązywana na obwodzie j-tego zestawu napędowego
- $\psi = \psi(V)$ współczynnik przyczepności kół do toru przy prędkości V pojazdu trakcyjnego o liczbie 'n' osi napędnych i łącznym nacisku Q_n tych 'osi' na tor.

Współczynnik E_{TZ} dotyczy toru zakrzywionego, zaś Θ - toru prostego.

Zgodnie z (1), efektywność trakcyjna jest obniżona zawsze, gdy $F_L \neq F_P$. O ileż bardziej efektywność trakcyjną obniżałoby wystąpienie ujemnej siły trakcyjnej (siły hamującej) na którymkolwiek kole zestawu. Taki przypadek może wystąpić w łuku toru przy dynamicznym niedostatku „ekwiwalentnej stożkowatości” na zestawie. Ujemne wartości sił przyczepności (na kole zewnętrznym) w praktyce występują najczęściej w zestawach tocznych (nienapędzanych), w łukach toru o szczególnie małych promieniach, kiedy **potencjał skrętnego napinania osi** (w funkcji drogi pokonywanej przez zestaw) przyrasta tak szybko, że **odprężenie tych napięć** (na tej samej drodze) w wyniku **mikropoślizgów kół** nie nadąża za procesem napinania osi. W zestawach napędzanych lub hamowanych, siły przyczepności w łukach toru o znakach przeciwnych występują znacznie rzadziej i tylko przy względnie małym momencie napędowym lub hamującym na zestawie. Odpowiednią sytuację zilustrowano rys.1.



Rys. 1. Ilustracja geometrycznego bilansu stożkowatości kół zestawu pojazdu szynowego i tworzącej stożka w łuku toru o promieniu ρ

Jeżeli kinematyczne przemieszczenie poprzeczne środka zestawu w stosunku do środkowej linii (w łuku zazwyczaj nieco poszerzonego) toru zakrzywionego o promieniu łuku ρ pozwala na osiągnięcie geometrycznych różnic promieni uprofilowanych kół lewego i prawego o łącznej wartości $2\Delta R$, to geometryczny bilans stożkowatości zestawu według rysunku 1 pozostaje zachowany, koła pracują bezpośrednio, zaś oś zestawu skrętnie się nie napina:

$$\frac{2\Delta R}{s} \geq \frac{R}{\rho}; \quad R = \frac{1}{2}(R_L + R_P) \quad (3)$$

Związek (3) określa bezwzględne warunki techniczne pełnej efektywności trakcyjnej E_{TZ} zestawu napędowego przy jednakowych naciskach obydwóch kół na szyny. Gdy zaś występuje niedostatek geometrycznej stożkowatości zestawu:

$$\frac{2\Delta R}{s} < \frac{R}{\rho}; \quad R = \frac{1}{2}(R_L + R_P) \quad (4)$$

to oś zestawu, przemieszczającego się wzdłuż toru, będzie doznawać narastających napieć skrętnych, przy czym wartość współczynnika efektywności trakcyjnej zestawu E_{TZ} ulegnie odpowiedniemu obniżeniu. Biorąc pod uwagę występowanie poślizgów pomiędzy kołami i szynami należy oczekiwać, iż w praktyce wielkość ΔR (według rysunku 1) będzie przybierać wartości inne niż wynikające z geometrycznego warunku ruchu bezpoślizgowego.

Zgodnie z (1), wartość trakcyjnej siły przyczepności pojedynczego zestawu F_Z w każdych warunkach wyniesie:

$$F_Z = E_{TZ} \cdot [|F_{L}| + |F_{P}|]; \quad F_i = Q_z \cdot \Psi_i(V_i); \quad (i=L,P) \quad (5)$$

gdzie:

- Q_z nacisk statyczny zestawu kół na tor
- $\Psi(V)$ opisano przy wzorze (2)
- E_{TZ} opisano wzorem (1).

Jest oczywiste, że w praktyce podczas ruchu zestawu w torze, naciski Q_i kół na szyny nie są ani statyczne, ani jednakowe, lecz w sposób ogólnie losowy ulegają dynamicznym zaburzeniom nominalnej wartości grawitacyjnej. Zagadnienia dynamicznych zaburzeń nacisków nie mają zasadniczego związku z głównym wątkiem tematycznym opracowania i zostały pominięte.

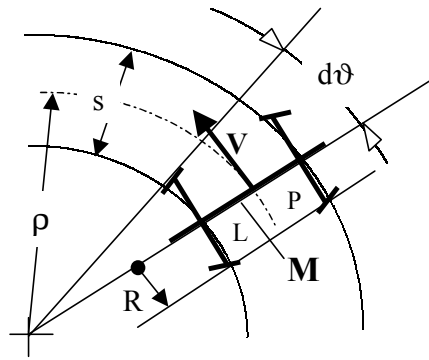
Zagadnienie efektywności trakcyjnej E_{TZ} zestawu w łuku toru będzie analizowane przy upraszczającym założeniu jednakowych wartości nacisków kół zestawu na szyny. Ponadto, przy analizie mikroślizgów podłużnych, dla uproszczenia przyjęto walcowy model koła. Uwzględniono przy tym fizyczne zjawisko poślizgu kół na szynach, co z kolei pozwoli na wyznaczenie rzeczywistych wartości ΔR . Przy prezentacji zasad technicznej metody podnoszenia efektywności trakcyjnej zestawu tramwajowego w łuku wymienione uproszczenia nie mają istotnego znaczenia jakościowego.

2. Modelowy proces skrętnego napinania osi podczas bezpoślizgowego ruchu zestawu tocznego w łuku toru

Odpowiednią sytuację zilustrowano rysunkiem 2.

Zestaw z kołami walcowymi ma okręgi toczne rozstawione na szerokości s . Podczas bezpoślizgowego toczenia się kół po szynach, w łuku toru o promieniu ρ , kąt φ skręcenia osi przyrasta w miarę przemiesz-

czania się zestawu wzdłuż jego drogi. Równanie więzów kinematycznych (według rysunku 2):



Koło prawe P pracuje w stanie „hamowania”; Koło lewe L pracuje w stanie „napędzania”. M- moment skręcający w osi

Rys. 2. Kinematyczny proces skrętnego napinania osi zestawu tocznego

Zestaw z kołami walcowymi ma okręgi toczne rozstawione na szerokości s . Podczas bezpoślizgowego toczenia się kół po szynach, w łuku toru o promieniu ρ , kąt φ skręcenia osi przyrasta w miarę przemieszczania się zestawu wzdłuż jego drogi. Równanie więzów kinematycznych (według rysunku 2):

$$\rho \cdot d\vartheta = R \cdot d\Phi \quad d\Phi = \omega \cdot dt; \quad V = \omega \cdot R \quad (6)$$

gdzie:

- ϑ bieżący kąt położenia zestawu w planie łuku toru
- Φ kątowe położenie zestawu przy obrocie wokół jego osi
- V prędkość zestawu wzdłuż linii toru.

Przyrost $d\varphi$ kąta skręcenia osi wyraża się następująco:

$$d\varphi = \frac{[(\rho + \frac{1}{2}s) - (\rho - \frac{1}{2}s)]d\vartheta}{R} \quad (7)$$

gdzie:

- $d\varphi$ przyrost kąta w obrocie koła lewego względem prawego w zestawie.

Po podstawieniu (6) do (7) otrzymuje się:

$$d\varphi = \frac{s \cdot d\Phi}{\rho} \quad (8)$$

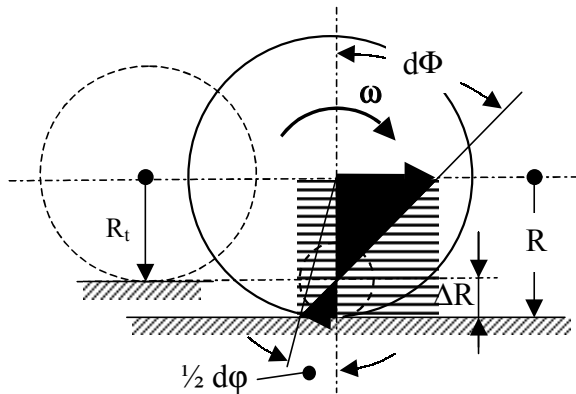
Zatem kątowa prędkość skrętnego napinania osi wyniesie:

$$\frac{d\varphi_{\text{nap}}}{dt} = \frac{s}{\rho} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{s \cdot V}{\rho \cdot R} \quad (9)$$

3. Modelowy proces skrętnego odprężania osi podczas poślizgowego ruchu zestawu tocznego w łuku toru [1 i 2]

Na skutek skręcenia liniowo sprężystej osi zestawu o kąt $d\varphi$, wystąpi w niej moment skręcający M (rysunek 2). W następstwie mikroślizgów pomiędzy kołami i szynami, skręcenie osi będzie ulegać odprężaniu. Zgodnie z rysunkami 1 i 2, stwierdza się kolejno:

- przy całkowitym skręceniu osi pomiędzy kołami o kąt $d\phi$, na obwodzie każdego koła zestawu o promieniu R można bilansowo przyporządkować przeciwnie skierowane przemieszczenia obwodowe o wartości $\frac{1}{2}R \cdot d\phi$.
- aby droga $\frac{1}{2}R \cdot d\phi$ została pokonana przez (abstrakcyjne) koło o promieniu ΔR , to zgodnie z rysunkiem 3 koło rzeczywiste musi obrócić się o kąt $d\Phi$.



Rys. 3. Poślizg na kole wewnętrznym tocznego zestawu kół w łuku toru.

$$\frac{d\Phi}{dt} = \omega \approx \frac{V}{R} \quad (12)$$

Kątowa prędkość elementarna poślizgowego odprężania osi wyniesie:

$$\frac{d\varphi_{\text{odpr}}}{dt} \approx \frac{2V\Delta\Delta}{R^2} \quad (13)$$

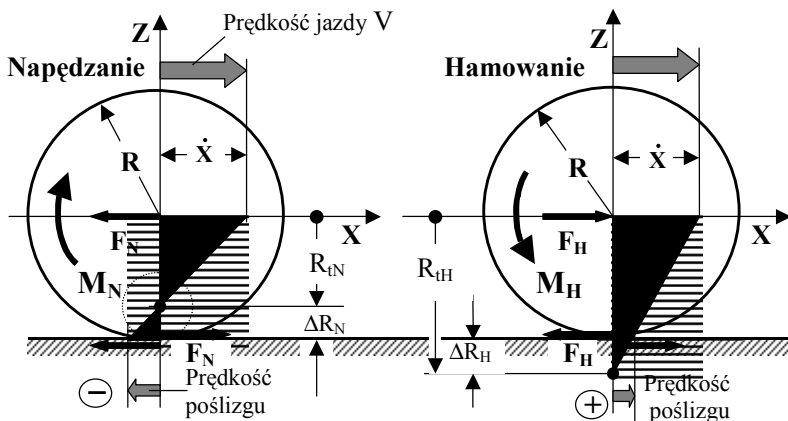
Poziom skrętnych obciążeń w osi pozostanie ustalony, gdy prędkość poślizgowego odprężania osi równa się z prędkością kinematycznego napinania osi, czyli:

$$\frac{d\varphi_{\text{odpr}}}{dt} = \frac{d\varphi_{\text{nap}}}{dt} \quad \text{albo} \quad \frac{s \cdot V}{\rho \cdot R} = \frac{2V \cdot \Delta R}{R^2} \quad (14)$$

W wyrażeniu (14) występuje wielkość ΔR , którą należy wyznaczyć zgodnie z fizyką zjawiska poślizgu.

4. Fizyczny charakter poślizgu [1 i 2]

Trakcyjnie użyteczną siłę pociagową na pojedynczym kole zestawu o promieniu $R_L=R_P=R$, przy nacisku statycznym koła na szynę Q_i , określa wartość poślizgu σ [1,2 i 4].



Rys. 4. Rozkład sił i prędkości poślizgów na kole napędzanym i hamowanym zestawu tocznego w łuku toru o małym promieniu

Elementarne drogi ślizgania na obwodzie koła (napędzanego – wewnętrznego lub hamującego – zewnętrznego podczas poślizgowego odprężania napięć skrętnych w osi zestawu kół), zgodnie z rysunkiem 3, bilansują się następująco:

$$d\Phi \cdot \Delta R = \frac{1}{2}R_t \cdot d\phi \approx \frac{1}{2}R \cdot d\phi \quad (10)$$

gdzie: R_t – promień toczny według rysunków 3 i 4.

Zatem:

$$\frac{d\Phi}{dt} \approx \frac{R}{2\Delta R} \frac{d\phi}{dt} \quad (11)$$

Ponieważ w praktyce $\Delta R/R \ll 0,01$, to można napisać:

Według badań Cartera [3] przybliżenie liniowe tej zależności w technicznym obszarze użyteczności trakcyjnej jest opisane prostym wzorem analitycznym:

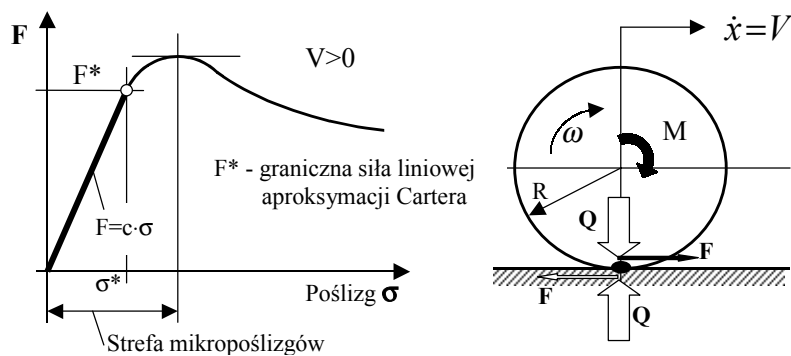
$$F = c \cdot \sigma; c = 70835\sqrt{Q \cdot R} \quad (15)$$

gdzie: c – wielkość stała („stała Cartera”).

Dla warunków toczenia się koła po szynie, napędzanego momentem M_k , poślizg wzdłużny σ definiuje się poprzez prędkości: obwodową $\omega \cdot R$ (mierzoną na obwodzie koła) i ruchu postępowego V (środku koła), co pokazano na rys.5.

Zatem:

$$\sigma = \frac{\omega R - V}{\omega R}; \quad \omega \neq 0 \quad (16)$$



Rys. 5. Charakterystyka fizyczna [1, 3 i 7] siły przyczepności F koła do szyny wyrażona w funkcji poślizgu σ ;

$$\Delta R = \frac{R \cdot s}{2\rho}; \quad \Delta R = R - R_t \quad (21)$$

A także: różnica $\Delta\sigma$ kinematycznych poślizgów obydwóch kół zestawu w łuku jest **niezależna od prędkości jazdy V** i wynosi:

$$\Delta\sigma = \frac{s}{\rho} \quad (22)$$

Zgodnie z wzorem (16) koło walcowe, o nominalnym promieniu geometrycznym R , obciążone trakcyjnie siłą styczną F , toczące się po szynie z poślizgiem $\sigma \neq 0$, ma na swym obwodzie prędkość obwodową $\omega \cdot R$, zawsze różną od prędkości ruchu środka tego koła $V = \dot{x}$ wzdłuż toru, gdyż (zgodnie z rysunkiem 4) **każdej skończonej wartości siły F zawsze towarzyszy poślizg σ** [6].

Według rysunku 3, obok omawianego koła trakcyjnego, z taką samą prędkością kątową ω może się bezpośrednio toczyć po swojej szynie inne koło, nieobciążone trakcyjnie, czyli „koło toczne” o promieniu R_t . Koło toczne, trakcyjnie nieobciążone, według (16) miałoby poślizg zerowy, czyli $\sigma = 0$, zatem:

$$\omega \cdot R_t = V; \quad V = \dot{x} \quad (17)$$

Jeżeli koło toczne ma tak dobrany promień toczny R_t , że ściśle spełnia warunek (17), to na podstawie (16), można napisać:

$$\sigma = \frac{\omega R - \omega R_t}{\omega R} = \frac{\Delta R}{R}; \quad R_t = R - \Delta R \quad (18)$$

Widać, że pojęcie abstrakcyjnego przyrostu promienia koła ΔR , będącego różnicą rzeczywistego promienia geometrycznego R walcowego modelu koła napędowego i promienia R_t koła tocznego, (także walcowego), określa trakcyjny poślizg koła po szynie σ zgodnie z (16).

Na mocy (14) i (18), każde koło zestawu tocznego doznaje następującego poślizgu:

$$\frac{s \cdot V}{\rho \cdot R} = \frac{2V \cdot \Delta R}{R^2} = \frac{2V \cdot \sigma}{R} \quad (19)$$

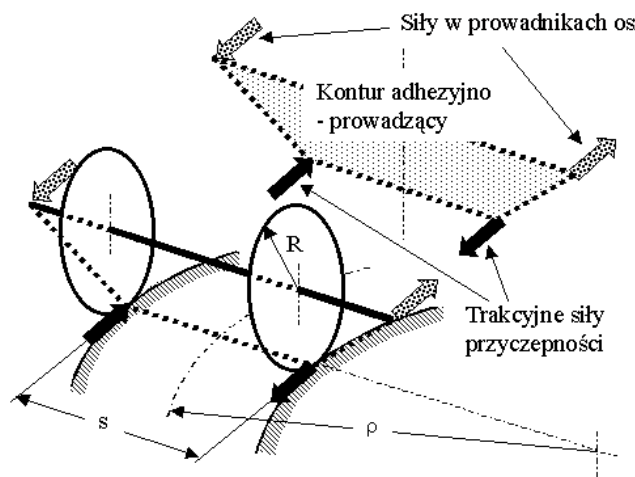
Albo:

$$\sigma = \frac{s}{2\rho} \quad (20)$$

skąd wynika, że przy stałym promieniu łuku toru ρ , różnica ΔR promieni, fizycznego R i abstrakcyjnego tocznego R_t , w zestawie „walcowym” jest **niezależna od prędkości jazdy V** i wynosi:

5. Związek wartości ΔR z efektywnością trakcyjną zestawu kół

Jak wcześniej wspomniano, najsilniejszy spadek efektywności trakcyjnej zestawu występuje, gdy siły obwodowe na kołach zestawu mają znaki przeciwne (rys.5).



Rys. 6. Trakcyjnie **nieefektywny** kontur sił adhezyjnych oraz prowadzących w zestawie tocznym [5].

Warunek niewystępowania przeciwnie skierowanych obwodowych sił przyczepności na kołach zestawu wyraża się następująco:

$$\frac{d\varphi_{odpr}}{dt} > \frac{d\varphi_{nap}}{dt} \quad (23)$$

czyli w postaci jawnej:

$$\frac{2\Delta R}{s \cdot R} > \frac{1}{\rho} \quad (24)$$

albo, po uwzględnieniu (18):

$$\rho > \frac{s}{2\sigma} \quad (25)$$

Warunek (17) jest **zawsze** spełniony przez zestaw napędowy (lub hamujący):

- na torze prostym $\rho = \infty$ przez dowolny klasyczny kolejowy zestaw kół
- przez pojazd jednoszynowy $s=0$ na dowolnym torze.

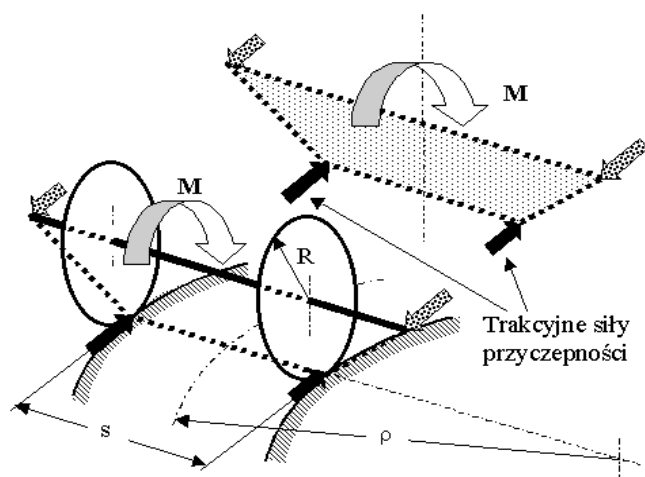
Graniczną wartość promienia toru ρ_{gr} , przy której na żadnym kole zestawu tocznego podczas normalnej eksploatacji nie wystąpi ujemna siła trakcyjna, można wyznaczyć wprost na podstawie (9), (15) oraz (19):

$$\rho_{gr} = \frac{s}{2\sigma^*} = \frac{s \cdot c}{2F^*} \quad (26)$$

gdzie:

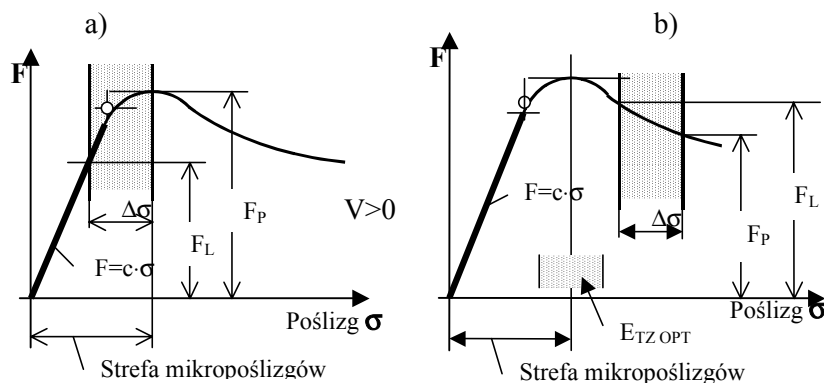
- F^* trakcyjna siła styczna na obwodzie kół zestawu, wg rys. 5.
- c stała Cartera we wzorze (15), według rysunku 5.

Według (26) „mały promień łuku” występuje, gdy $\rho < \rho_{gr}$.



Rys. 7. Trakcyjnie efektywny kontur sił adhezyjnych i prowadzących w zestawie napędnym (lub hamującym elektrodynamicznie) [5].

Jeżeli obwodowe, przeciwnie skierowane siły przyczepności osiągają w łuku wartości graniczne, to moment trakcyjny działający na osi ma na celu najpierw zniwelowanie na kole wewnętrznym siły trakcyjnie szkodliwej, a dopiero później wywołanie siły o zwrocie trakcyjnie użytecznym. Ponieważ poślizgi poszczególnych kół zestawu w łuku zawsze różnią się pomiędzy sobą, to także siły obwodowe na kołach będą się odpowiednio różnić. Obwodowa siła przyczepności na kole nie może przekroczyć siły maksymalnej według rys. 5.



Rys. 8. Poślizgi trakcyjne: a) w normalnej eksploatacji napędnej i b) w stanie awaryjnym (po zerwaniu przyczepności).

W łuku torowym wartości poślizgów względnych na kołach zestawu (tocznego, napędnego lub hamującego) będą zawsze różne, zatem różnica wartości poślizgów pomiędzy kołem lewym i prawym w łuku wyniesie $\Delta\sigma=2\sigma(p)$. Gdy promień krzywizny toru $\rho = \text{const}$, to zgodnie z (1), efektywność trakcyjna zestawu podczas eksploatacji w oczywisty sposób zależy od położenia pasma $\Delta\sigma$ (według wzoru 22) na wykresie $F(\sigma)$ – rys.8.

Indeksy „L” i „P” oznaczają odpowiednio koło lewe i prawe podczas ruchu zestawu w łuku „w prawo”.

Na rys. 8a pokazano przypadek eksploatacyjny $F_P > F_L$ przy czym $dF/d\sigma > 0$, zaś na rys. 8b $F_L > F_P$, przy czym $dF/d\sigma < 0$, co ilustruje przypadek awaryjny, w którym poślizg σ narasta w sposób niekontrolowany, przy czym wartości sił F_L i F_P odpowiednio maleją.

Ilustracja przypadku eksploatacyjnego 8a) pokazuje, że na mocy wzoru (1) zmniejszenie szerokości pasma $\Delta\sigma$ byłoby bardzo korzystne. Zmniejszanie $\Delta\sigma$ bliża też pokazany na rys. 8 b) przypadek $E_{TZ \text{ OPT}}$ do wartości $E_{TZ \text{ max}}=1$. Przypadek 8 b) pokazuje, że nawet o zerwaniu przyczepności $E_{TZ} < 1$.

Pod względem formalnym związek ΔR z efektywnością trakcyjną wynika wprost z liniowej zależności (27), wynikającej z wzorów (21) i (22):

$$\Delta R = \frac{R}{2} \Delta\sigma \quad (27)$$

6. Podsumowanie i wnioski

Uproszczony model mikroślizgu trakcyjnego, przy znanej wartości współczynników c i σ , pozwala na bardzo proste i dostatecznie wierne (dla celów modelowania dynamicznego) uwzględnienie wzdłużnych, trakcyjnych skutków złożonych zjawisk adhezyjnych. Pojęcie poślizgu opisanego poprzez abstrakcyjne przyrosty ΔR promienia koła jest szczególnie czytelne dydaktycznie i łatwe w zastosowaniach obliczeniowych.

Model odwzorowuje tylko mikropoślizgi podłużne; poślizgi poprzeczne wymagają oddzielnego potraktowania. Model jest adekwatny do badania dynamiki pojedynczych kół oraz zestawów kolejowych kół napędzanych i nienapędzanych (tocznych). Model z dobrą dokładnością obejmuje przypadki techniczne

$$0 \leq \frac{\Delta R}{R} \leq 1$$

Model formalnie nie obejmuje granicznego przypadku zablokowania koła przez hamulec kiedy $\Delta R = \infty$; Wtedy ma się do czynienia z klasycznym przypadkiem tarcia (a nie przyczepności). Model formalnie dotyczy koła „walcowego”. Mikropoślizgi poprzeczne, spin (poślizg wiertny) i nabieganie obrzeża na szynę należy uwzględniać przy użyciu oddzielnego modelu fizycznego i odpowiedniego opisu matematycznego. Badanie podłużnej (płaskiej) dynamiki trakcyjnej całego pojazdu i dynamiki układów napędowych najkorzystniej powinno być prowadzone łącznie. Quasistatyczne obciążenia pasożytnicze konturu dynamicznego zestawu kołowego oraz dynamiczne zaburzenia nacisku tego zestawu na tor obniżają jego użytkową wydajność trakcyjną (współczynnik efektywności trakcyjnej jest mniejszy od jedności).

Niepełne wykorzystanie przyczepności przez choćby jedno koło zestawu kół obniża efektywność trakcyjną tego zestawu. Stąd także wynika oczywisty wniosek, że niepełne wykorzystanie przyczepności przez choćby jedno koło pojazdu trakcyjnego także w pewnym stopniu obniża trakcyjną efektywność całego pojazdu. Z powodu sprzecznych wymagań odnośnie do budowy zestawu dla zapewnienia statecznego ruchu zestawu w torze prostym i wysokiej efektywności trakcyjnej w łuku, konieczny jest techniczny kompromis.

W łuku torowym o promieniu $\rho < \frac{R \cdot s}{2 \cdot \Delta R}$ według wzoru (4), efektywność trakcyjna E_{TZ} zawsze jest mniejsza od 1, zatem w trakcji tramwajowej należy

stosować układy napędowe z mechanizmem różnicowym o odpowiednio dobranej strefie nieczułości różnicowej dla kompromisowego zapewnienia właściwości klasycznego zestawu kół w torze prostym przy eliminacji ujemnych sił trakcyjnych w łukach według wzoru (26) oraz przy zachowaniu możliwie wysokiej wartości współczynnika E_{TZ} . Tematyka ta zostanie omówiona w oddzielnym artykule.

LITERATURA

- [1] Grzesikiewicz W., Piotrowski J.: *On the Development of the Traction Force between Wheel and Substrate. A Selection of Simple Mathematical Models. Machine Dynamics Problems. Vol. 17, 1997.*
- [2] Grzesikiewicz W., Piotrowski J., Zaborowski J.: *Rozwijanie siły trakcyjnej przez koło pojazdu szynowego. Teoria uproszczona. Prace XII Konferencji „Pojazdy Szynowe” Poznań 1996.*
- [3] Grzesikiewicz W., Osiecki J., Piotrowski J.: *Podstawy dynamiki pojazdów szynowych. Skrypt P.W. Warszawa, 1974.*
- [4] Madej J.: *Mechanika napędu pojazdów szynowych... PWN Warszawa 1983.*
- [5] Madej J.: *Mechanika transmisji momentu trakcyjnego. Oficyna Wyd. P.W. Warszawa 2000.*
- [6] Madej J.: *Teoria ruchu pojazdów szynowych. Oficyna Wyd. P.W. Warszawa 2004.*
- [7] Menszutin N.N. *Zawisimost meždu siloj sceplenja i skorostiu skolženja kolesnoj pary lokomotiva. Westnik WNIIŽT Nr 7/1960.*