dr inż. Arkadiusz Barczak
Politechnika Poznańska

Wybrane aspekty oceny estymatorów transmitancji widmowej stosowanych w eksperymentalnych badaniach pojazdów

Odpowiedź liniowego, stacjonarnego układu na sygnał losowy jest determinowana w dziedzinie częstotliwości przez jego transmitancję widmową. Ze względu na złożoność pojazdów szynowych transmitancja widmowa wyznaczana jest na podstawie przeprowadzanych eksperymentów na trasie lub/i na stanowisku symulacyjnym. Stosowane w badaniach estymatory transmitancji widmowej są w ogólnym przypadku estymatorami obciążonymi i charakteryzują działanie układu w dziedzinie częstotliwości w sposób przybliżony. W artykule omówiono podstawowe zależności stosowane w ocenie dokładności charakterystyk uzyskiwanych z eksperymentu w odniesieniu do realizowanego zadania badawczego oraz podano przykład obliczeniowy dla przyjętego modelu układu.

1. Wprowadzenie

Badania eksperymentalne stanowią podstawę w zakresie modelowania struktury i działania głównych zespołów funkcjonalnych pojazdu szynowego w aspekcie analizy, syntezy i identyfikacji [6]. Szczególnego znaczenia nabrały badania w dziedzinie częstotliwości, podczas których badany układ reprezentowany jest transmitancją widmową [2]. Dziedzina częstotliwości jest szczególnie istotna w badaniach pojazdów ze względu na charakter procesów przejściowych (opisanych zwykle zespolonymi funkcjami wykładniczymi) oraz charakter wymuszenia (oscylacyjny w szerokim zakresie częstotliwości). W ostatnim okresie nastąpił wyraźny postęp w zakresie budowy układów pomiarowych stosowanych w analizach częstotliwościowych [3,5]. Stosowane są również często wyrafinowane procedury numeryczne w zakresie cyfrowego przetwarzania sygnałów [7]. Istotna jest zatem znajomość podstaw teoretycznych oraz zagadnień związanych z przetwarzaniem sygnałów w celu zbudowania układu pomiarowego spełniającego zadane wymagania oraz w celu przeprowadzenia właściwej analizy wyników.

W artykule omówiono wybrane zagadnienia związane z wyborem estymatora transmitancji widmowej oraz wybrane problemy w zakresie analizy numerycznej związanej z przetwarzaniem sygnałów losowych. Przedstawiono przykład w odniesieniu do modelu pojazdu.

2. Estymatory transmitancji widmowej w badaniach charakterystyk częstotliwościowych modeli pojazdów

Liniowy, stacjonarny model badanego układu charakteryzowany jest w dziedzinie czasu za pomocą odpowiedzi impulsowej $h(t)$. Wyjście $y(t)$ na zadane wejście $x(t)$ przedstawiono za pomocą całki splotu:

$$y(t) = \int_{o}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau \qquad (1)$$

Poddając odpowiedź impulsową transformacji Fouriera [3,4] uzyskano funkcję przejścia $H(f)$ (transmitancja układu) charakteryzującą układ w dziedzinie częstotliwości.

Po przeprowadzeniu transformacji Fouriera wejścia i wyjścia uzyskano zależność w dziedzinie częstotliwości w postaci:

$$Y(f) = H(f)X(f) \qquad (2)$$

gdzie:
$X(f)$ – transformata Fouriera wejścia,
$Y(f)$ – transformata Fouriera wyjścia.

Przyjęto, że wejście (wymuszenie) i wyjście (odpowiedź) są stacjonarnymi, ergodycznymi procesami losowymi. W celu prowadzenia analizy w dziedzinie częstotliwości związanej z transformacją Fouriera wprowadzono funkcję autokorelacji $R_{xx}(\tau)$:

$$R_{xx}(\tau) = \mathrm{E}\left[x(t)x(t+\tau)\right] \qquad (3)$$

oraz funkcję korelacji wzajemnej $R_{xy}(\tau)$:

$$R_{xy}(\tau) = \mathrm{E}\left[x(t)y(t+\tau)\right] \qquad (4)$$

gdzie E oznacza operator wyznaczania wartości oczekiwanej.

Po wykonaniu transformacji Fouriera funkcji autokorelacji oraz funkcji korelacji wzajemnej uzyskano dwustronną funkcję gęstości widmowej mocy $S_{xx}(f)$ oraz dwustronną funkcję gęstości widmowej wzajemnej $S_{xy}(f)$:

$$S_{xx}(f) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau \qquad (5)$$

$$S_{xy}(f)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}R_{xy}(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau \qquad (6)$$

Funkcje $S_{xx}(f)$ oraz $S_{xy}(f)$ spełniają zależności:

$$S_{yy}(f)=|H(f)|^2 S_{xx}(f) \qquad (7)$$

$$S_{xy}(f)=H(f)S_{xx}(f) \qquad (8)$$

Wyrażenia (7) i (8) są charakterystykami teoretycznymi. Odpowiadające im jednostronne charakterystyki dotyczące wielkości mierzalnych przedstawiono wzorami:

$$G_{yy}(f)=|H(f)|^2 G_{xx}(f) \qquad (9)$$

$$G_{xy}(f)=H(f)G_{xx}(f) \qquad (10)$$

Przy założeniu, że funkcje $G_{xx}(f)$ oraz $G_{yy}(f)$ są różne od 0 oraz nie zawierają funkcji delta Diraca wyznaczono funkcję koherencji w postaci:

$$\gamma_{xy}^2(f)=\frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_x(f)G_y(f)} \qquad (11)$$

Alternatywnym, bezpośrednim sposobem uzyskania wyrażeń (9) i (10) jest wykorzystanie skończonych transformat Fouriera sygnałów wejścia $x(t)$ i wyjścia $y(t)$.

$$X_k(f,T)=\int_{o}^{T}x_k(t)e^{-j2\pi ft}dt \qquad (12)$$

$$Y_k(f,T)=\int_{0}^{T}y_k(t)e^{-j2\pi ft}dt \qquad (13)$$

Jednostronne gęstości widmowe, zarówno wzajemne jak i własne, mają postać:

$$G_{xy}(f)=\lim_{T\to\infty}\frac{2}{T}\mathrm{E}\left[X_k^*(f,T)Y_k(f,T)\right] \qquad (14)$$

$$G_{xx}(f)=\lim_{T\to\infty}\frac{2}{T}\mathrm{E}\left[|X_k(f,T)|^2\right] \qquad (15)$$

gdzie:
$f > 0$,
X^* – wielkość zespolona sprzężona,
k – numer rekordu o długości T.
Po pomnożeniu obustronnie równania (2) przez wielkość $X^*(f)$ i odpowiednim przekształceniu uzyskano wyrażenie na transmitancję w postaci:

$$H_1(f)=\frac{Y(f)X^*(f)}{X(f)X^*(f)} \qquad (16)$$

Po pomnożeniu obustronnie równania (2) przez wielkość $Y^*(f)$ i odpowiednim przekształceniu uzyskano wyrażenie w postaci:

$$H_2(f)=\frac{Y(f)Y^*(f)}{X(f)Y^*(f)} \qquad (17)$$

W badaniach eksperymentalnych związanych z wyznaczaniem charakterystyk częstotliwościowych przyjęto oznaczać transmitancję wyrażoną wzorem (16) jako $H_1(f)$ [1,3,5]:

$$H_1(f)=\frac{G_{xy}(f)}{G_{xx}(f)} \qquad (18)$$

natomiast transmitancję wyrażoną wzorem (17) jako $H_2(f)$ [1,3,5]:

$$H_2(f)=\frac{G_{yy}(f)}{G_{yx}(f)} \qquad (19)$$

Ze względu na losowy charakter sygnałów konieczne jest wyznaczenie odpowiednich estymatorów badanych wielkości [3,4]. Podstawą oceny estymatora jest sprawdzenie, czy dany estymator jest estymatorem obciążonym. Jeżeli wartość oczekiwana estymatora jest równa wartości estymowanej wielkości, to estymator jest estymatorem nieobciążonym:

$$\mathrm{E}\left[\hat{\Phi}\right]=\Phi \qquad (20)$$

gdzie $\hat{\Phi}$ jest estymatorem wielkości Φ.
Ze względu na losowy charakter badanych przebiegów w ocenie jakości wyznaczanych charakterystyk konieczne jest uwzględnienie błędów systematycznych oraz błędów losowych. Błąd systematyczny estymatora $b_{\hat{\Phi}}$ opisano wyrażeniem:

$$b_{\hat{\Phi}}=\mathrm{E}\left[\hat{\Phi}\right]-\Phi=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\hat{\Phi}_i-\Phi \qquad (21)$$

Wzór na losowy błąd estymatora $\sigma_{\hat{\Phi}}$ ma postać:

$$\sigma_{\hat{\Phi}}=\left[\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left\{\hat{\Phi}_i-\mathrm{E}\left[\hat{\Phi}\right]\right\}^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (22)$$

Wprowadzono również pojęcie błędów znormalizowanych w odniesieniu do błędu systematycznego ε_b oraz w odniesieniu do błędu losowego ε_r:

$$\varepsilon_b=\frac{b_{\hat{\Phi}}}{\Phi} \qquad (23)$$

$$\varepsilon_r=\frac{\sigma_{\hat{\Phi}}}{\Phi} \qquad (24)$$

Przyjmując, że sygnał podzielono na n_d rekordów $x_k(t)$, $(k-1)T \le t \le kT$, $k = 1, 2,...n_d$ uzyskano estymatę funkcji gęstości widmowej własnej:

$$\hat{G}_{xx}(f)=\frac{2}{n_d T}\sum_{k=1}^{n_d}|X_k(f,T)|^2 \qquad (25)$$

oraz estymatę funkcji gęstości widmowej mocy wzajemnej:

$$\hat{G}_{xy}(f)=\frac{2}{n_d T}\sum_{k=1}^{n_d} X_k^*(f,T)Y_k(f,T) \quad (26)$$

Estymata $\hat{G}_{xx}(f)$ jest estymatą obciążoną, której błąd systematyczny wyrażono zależnością [3]:

$$b\left[\hat{G}_{xx}(f)\right]\approx\frac{B_e^2}{24}G_{xx}^{''}(f) \quad (27)$$

gdzie B_e jest rozdzielczością w skali częstotliwościowej, a systematyczny błąd znormalizowany ma postać [3]:

$$\varepsilon_b\left[\hat{G}_{xx}(f)\right]\approx\frac{B_e^2}{24}\left[\frac{G_{xx}^{''}(f)}{G_{xx}(f)}\right] \quad (28)$$

gdzie $G_{xx}^{''}(f)$ jest drugą pochodną względem f.

Dla jednowymiarowego układu błąd ε_b wyrażono w postaci [3]:

$$\varepsilon_b\left[\hat{G}_{xx}(f_r)\right]\approx\frac{-1}{3}\left(\frac{B_e}{B_r}\right)^2 \quad (29)$$

gdzie:

f_r – częstotliwość rezonansowa.

Br – przedział połowy mocy [3] w otoczeniu częstotliwości rezonansowej.

Losowy błąd estymaty $\hat{G}_{xx}(f)$ wyrażono wariancją:

$$Var\left[\hat{G}_{xx}(f)\right]=\frac{G_{xx}^2(f)}{n_d} \quad (30)$$

Estymata funkcji koherencji ma postać:

$$\hat{\gamma}_{xy}^2(f)=\frac{\left|\hat{G}_{xy}(f)\right|^2}{\hat{G}_x(f)\hat{G}_y(f)} \quad (31)$$

Estymata transmitancji odpowiadająca (18) wyraża się wzorem:

$$\hat{H}_1(f)=\frac{\hat{G}_{xy}(f)}{\hat{G}_{xx}(f)} \quad (32)$$

natomiast transmitancji odpowiadającej (19) wzorem:

$$\hat{H}_2(f)=\frac{\hat{G}_{yy}(f)}{\hat{G}_{yx}(f)} \quad (33)$$

W ogólnym przypadku, gdy na wejściu i na wyjściu występują losowe zakłócenia, estymaty wyrażone wzorami (32) i (33) są estymatami obciążonymi. Błąd losowy dla estymaty $\hat{H}_1(f)$ przedstawiono w postaci odchylenia standardowego [1]:

$$\sigma\left(\left|\hat{H}_1(f)\right|\right)\approx\frac{\left(1-\gamma_{xy}^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2n_d}}\left(\frac{G_{yy}(f)}{G_{xx}(f)}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (34)$$

a dla estymaty $\hat{H}_2(f)$ w postaci odchylenia standardowego [1]:

$$\sigma\left(\left|\hat{H}_2(f)\right|\right)\approx\frac{\left(1-\gamma_{xy}^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\gamma_{xy}^2\sqrt{2n_d}}\left(\frac{G_{yy}(f)}{G_{xx}(f)}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (35)$$

W wyrażeniach (12) i (13) opisujących skończoną transformatę Fouriera, sygnały wejścia i wyjścia można przedstawić jako iloczyny nieograniczonych sygnałów $v_x(t)$ lub $v_y(t)$ oraz okna czasowego $w(t)$:

$$x(t)=w(t)v_x(t) \quad (36)$$

$$y(t)=w(t)v_y(t) \quad (37)$$

Wprowadzenie okna czasowego powoduje tak zwane przeciekanie sąsiednich częstotliwości, co jest powodem pojawiania się błędów systematycznych wyznaczanych estymat. Ograniczenie błędów związanych z przeciekaniem może zostać osiągnięte poprzez wybór odpowiedniego okna czasowego.

W badaniach zastosowano okna opisane równaniami [3,4]:

- prostokątne:

$$w(t)=1 \quad (38)$$

- Hanninga:

$$w(t)=0{,}5+0{,}5\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (39)$$

- Hamminga:

$$w(t)=0{,}54+0{,}46\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (40)$$

W przeprowadzonych analizach numerycznych badano wpływ długości kroku próbkowania, długości rekordu przyjętego do obliczeń estymat gęstości widmowej mocy oraz wpływ liczby rekordów uwzględnianych przy uśrednianiu wyników na przebieg charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych estymat transmitancji $\hat{H}_1(f)$ i $\hat{H}_2(f)$.

Do badań przyjęto układ reprezentowany liniowym modelem o trzech stopniach swobody.

Równania ruchu dyskretnego, liniowego, stacjonarnego modelu układu mechanicznego o n stopniach swobody, przedstawiono w postaci [6,7]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{K}\mathbf{q}=\mathbf{B}\mathbf{x} \quad (41)$$

a równanie wyjść jako:

$$\mathbf{y}=\mathbf{D}\mathbf{q} \quad (42)$$

gdzie:

$\mathbf{q}$, $\dot{\mathbf{q}}$, $\ddot{\mathbf{q}}$ - wektory współrzędnych, prędkości i przyspieszeń uogólnionych,

$\mathbf{x}$ – wektor wymuszeń w postaci przemieszczeń i prędkości,

$\mathbf{y}$ – wektor wielkości mierzonych w postaci przemieszczeń,

M, **C**, **K** – macierze bezwładności, tłumienia i sztywności,

B – macierz wejść,

D – macierz wyjść,

przy czym macierze **M**, **B**, **K** spełniają warunki:

$\mathbf{M} = \mathbf{M}^T > 0$, $\mathbf{C} = \mathbf{C}^T \geq 0$, $\mathbf{K} = \mathbf{K}^T \geq 0$.

Po przeprowadzeniu transformacji Laplace'a, co zapisano zależnością

$$[\mathbf{y}(s), \mathbf{x}(s)] = \int_0^\infty [\mathbf{y}(t), \mathbf{x}(t)] e^{-st} dt \tag{43}$$

oraz przyjęciu zerowych warunków początkowych $\dot{\mathbf{q}}(0) = \mathbf{q}(0) = \mathbf{0}$ uzyskano związek między transformatami wektora wyjścia i wektora wejścia w postaci:

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{H}(s)\mathbf{x}(s) \tag{44}$$

Transmitancję operatorową $\mathbf{H}(s)$ wyznaczono jako:

$$\mathbf{H}(s) = \mathbf{D}\left(\mathbf{K} + s\mathbf{C} + s^2\mathbf{M}\right)^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{D}\mathbf{Z}(s)\mathbf{B} \tag{45}$$

gdzie $\mathbf{Z}(s)$ jest zespoloną podatnością dynamiczną układu.

Dokonując podstawienia $s = j\omega$, gdzie ω jest pulsacją, do zależności (45) uzyskano macierz transmitancji widmowych w postaci:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \mathbf{D}\left(\mathbf{K} + j\omega\mathbf{C} - \omega^2\mathbf{M}\right)^{-1}\mathbf{B} \tag{46}$$

Moduł transmitancji (46) przyjęto jako podstawę oceny jakości estymatorów transmitancji wyznaczonych według zależności (32) i (33).

3. Przykład obliczeniowy

Przyjęty model pokazano na rysunku 1.

Po przeprowadzeniu wstępnych symulacji, do analizy numerycznej przyjęto następujące dane:

m_1 = 1500 [kg]

m_2 = 3000 [kg]

m_3 = 14000 [kg]

$k_1 = 0{,}5 \cdot 10^8$ [N/m]

$k_2 = 2{,}2 \cdot 10^6$ [N/m]

$k_3 = 0{,}8 \cdot 10^6$ [N/m]

c_1 = 50000 [Ns/m]

c_2 = 60000 [Ns/m]

c_3 = 35000 [Ns/m]

Dla przyjętych danych wyznaczono [7]:

a) wartości własne układu $\boldsymbol{\lambda}$:

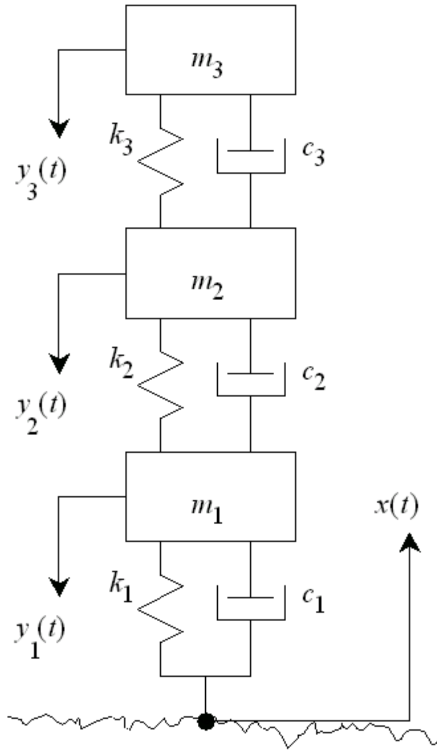
$$\boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} -47{,}17 + 178{,}46j \\ -16{,}72 + 26{,}86j \\ -0{,}87 + 6{,}34j \end{bmatrix},$$

b) częstotliwości drgań własnych tłumionych $\boldsymbol{\omega}_d$:

$$\boldsymbol{\omega}_d = \begin{bmatrix} 6{,}3993 \\ 31{,}6400 \\ 184{,}5870 \end{bmatrix} [\text{rad/s}]$$

c) współczynniki bezwymiarowego tłumienia $\mathbf{d}$:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0{,}1366 \\ 0{,}5284 \\ 0{,}2555 \end{bmatrix}.$$



Rys. 1. Model układu

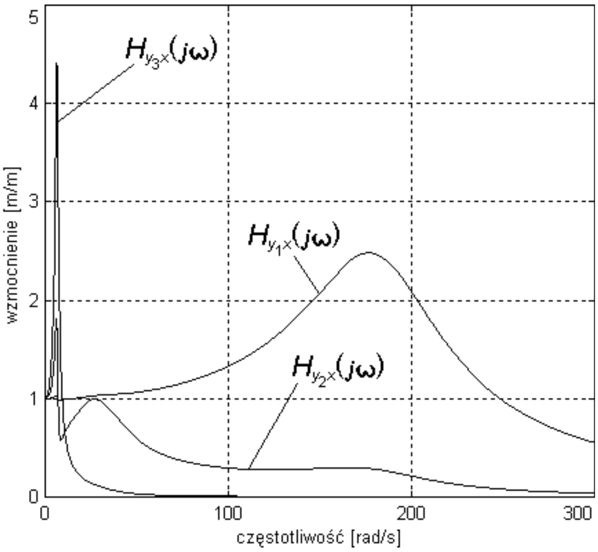
W badaniach przyjęto, że wejściem jest wymuszenie od toru $x(t)$, a wyjściami są przemieszczenia pionowe na kierunkach kolejnych stopni swobody $y_1(t)$, $y_2(t)$ oraz $y_3(t)$.

Charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową wyznaczoną dla modelu jak na rysunku 1, dla wejścia w postaci przemieszczenia wynikającego z nierówności toru oraz wyjść w postaci przemieszczeń na kierunkach współrzędnych uogólnionych przedstawiono na rysunku 2.

Moduł transmitancji określono na rysunkach jako „wzmocnienie".

Wielkości wejścia $x(t)$ oraz wyjścia $y(t)$ wykorzystywane przy estymacji funkcji gęstości widmowej mocy uzyskano jako wyniki symulacyjnego eksperymentu numerycznego.

Wejście $x(t)$ opisano procesem losowym o rozkładzie Gaussa o wartości średniej $\hat{x} = 0$ oraz odchyleniu standardowym $\sigma_x = 0{,}01$.



Rys. 2. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa układu

Dla modelu opisanego równaniami (41) i (42) wyznaczono wektor wyjść $\mathbf{y}(t)$ [7]. Wielkości $x(t)$ oraz $y_1(t)$, $y_2(t)$ i $y_3(t)$ przyjęto jako wielkości uzyskane z pomiarów, dla których wyznaczono [7] estymaty funkcji gęstości widmowej mocy własnej $\hat{G}_{xx}(f)$ (25) oraz estymaty funkcji gęstości widmowej mocy wzajemnej $\hat{G}_{xy}(f)$ (26).

Obliczenia numeryczne [7] przeprowadzono dla dwóch wariantów wartości kroku dyskretyzacji sygnałów:

$T_A = 0{,}01$ [s],

$T_B = 0{,}005$ [s].

Dla wyznaczenia uśrednionych estymat przyjęto dwa warianty liczby bloków:

$n_{da} = 10$,

$n_{db} = 100$.

Do obliczeń numerycznych przyjęto rekord o 1024 próbkach oraz rekord okna czasowego o 512 próbkach.

Wyznaczono [7] estymaty transmitancji $\hat{H}_1(f)$ (32) oraz transmitancji $\hat{H}_2(f)$ (33).

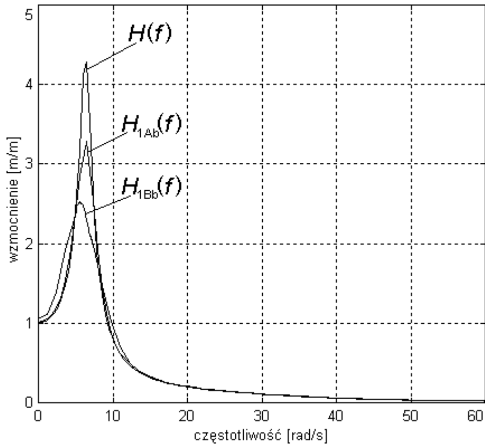
Na kolejnych rysunkach przedstawiono moduły transmitancji odpowiadających kierunkom $y_2(t)$ oraz $y_3(t)$, uzyskane dla danych z wirtualnych pomiarów (symulacja numeryczna) oraz dla danych wyznaczonych dla przyjętego modelu. Wykres modułu transmitancji dla modelu teoretycznego oznaczono $|H(f)|$, natomiast wykresy modułów transmitancji wyznaczone dla wirtualnych pomiarów zapisano w postaci $|H_{ijk}(f)|$, gdzie:

$i = 1$ dla $H_1(f)$ oraz $i = 2$ dla $H_2(f)$,

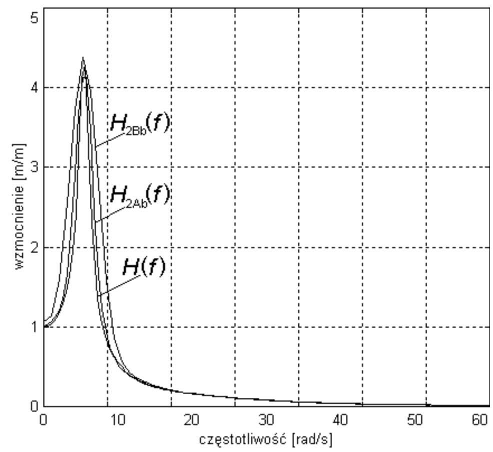
$j = \mathrm{A}$ dla T_A oraz $j = \mathrm{B}$ dla T_B,

$k = \mathrm{a}$ dla n_{da} oraz $k = \mathrm{b}$ dla n_{db}.

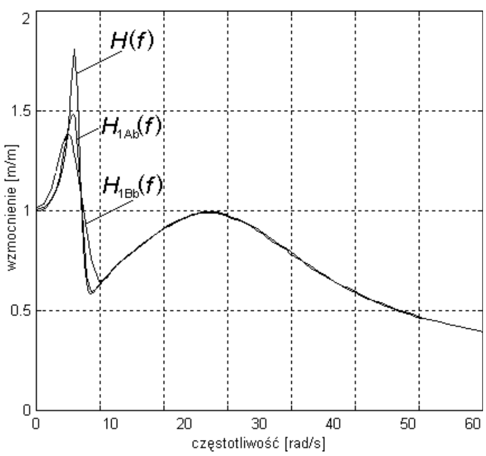
Ocenę jakości estymatorów transmitancji zastosowanych w badaniach przeprowadzono na podstawie przebiegów modułu transmitancji przedstawionych na rysunkach 3 i 4 dla $y_3(t)$ oraz na rysunkach 5 i 6 dla $y_2(t)$.



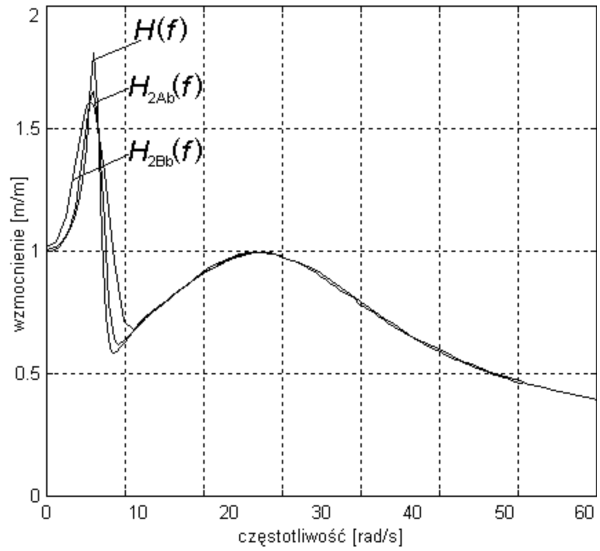
Rys. 3. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa $H(f)$, $H_{1Ab}(f)$ oraz $H_{1Bb}(f)$ dla $y_3(t)$



Rys. 4. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa $H(f)$, $H_{2Ab}(f)$ oraz $H_{2Bb}(f)$ dla $y_3(t)$



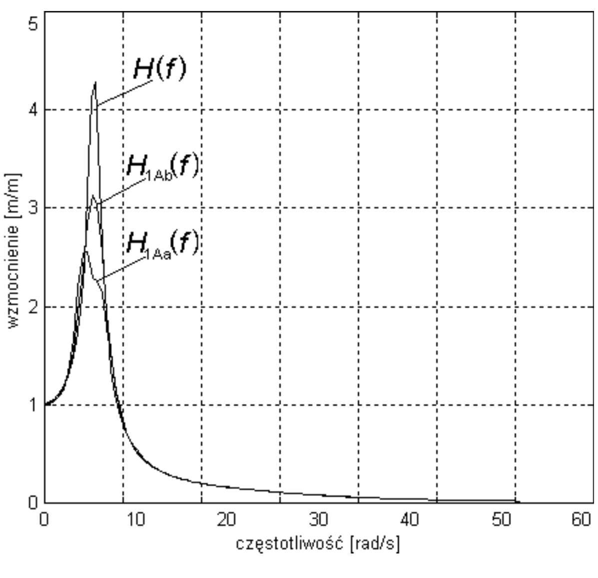
Rys. 5. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa $H(f)$, $H_{1Ab}(f)$ oraz $H_{1Bb}(f)$ dla $y_2(t)$



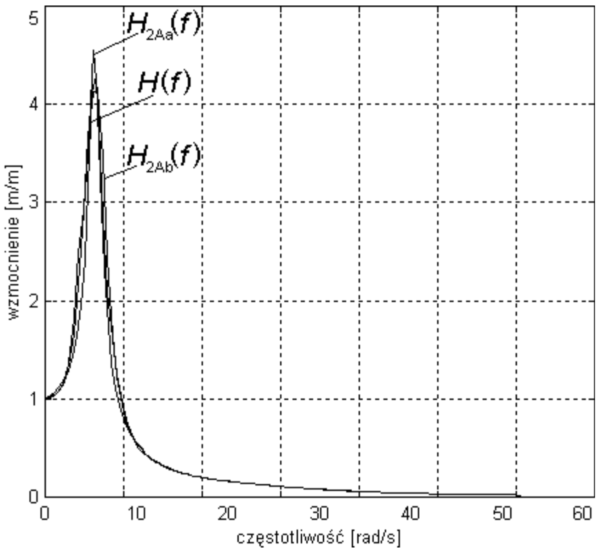
Rys. 6. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa $H(f)$, $H_{2Ab}(f)$ oraz $H_{2Bb}(f)$ dla $y_2(t)$

Na podstawie analizy przedstawionych przebiegów modułów estymat transmitancji $H_1(f)$ i $H_2(f)$ stwierdzono, że estymata $\hat{H}_2(f)$ poprawniej reprezentuje charakterystyki częstotliwościowe układu w otoczeniu częstotliwości rezonansowych, a estymata $\hat{H}_1(f)$ poprawniej reprezentuje charakterystyki częstotliwościowe układu w otoczeniu częstotliwości antyrezonansowych.

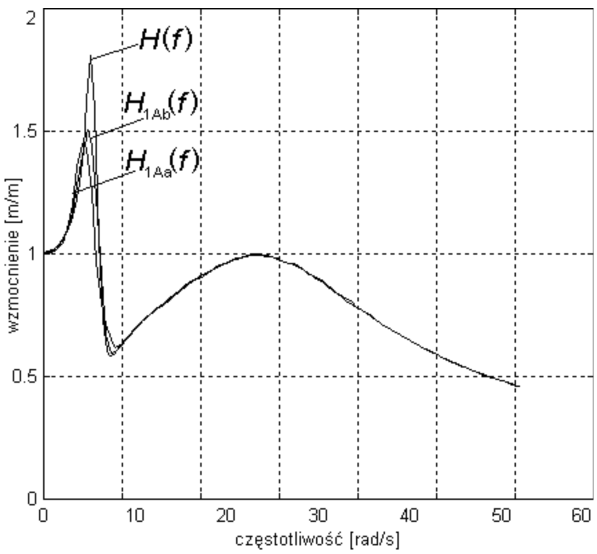
Ocenę wpływu liczby bloków w procesie uśredniania estymat przeprowadzono na podstawie przebiegów modułu transmitancji przedstawionych na rysunkach 7 i 8 dla $y_3(t)$ oraz na rysunkach 9 i 10 dla $y_2(t)$.



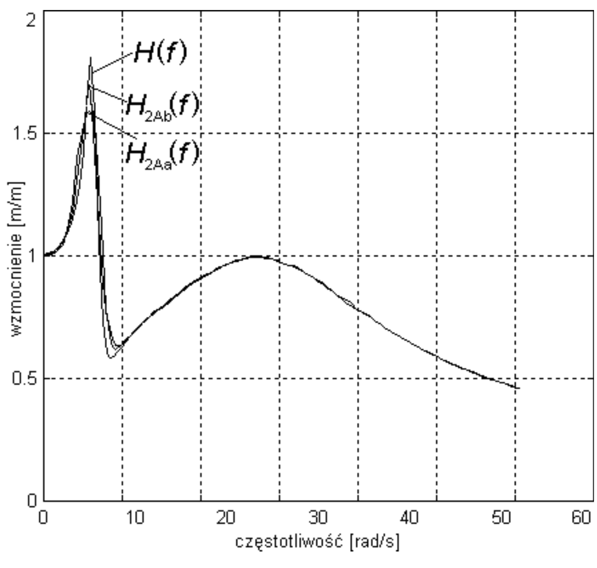
Rys. 7. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa $H(f)$, $H_{1Ab}(f)$ oraz $H_{1Aa}(f)$ dla $y_3(t)$



Rys. 8. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa $H(f)$, $H_{2Aa}(f)$ oraz $H_{2Ab}(f)$ dla $y_3(t)$

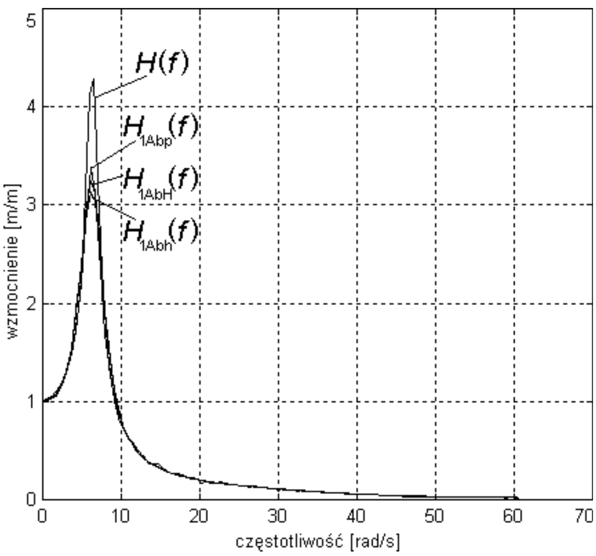


Rys. 9. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa $H(f)$, $H_{1Aa}(f)$ oraz $H_{1Ab}(f)$ dla $y_2(t)$

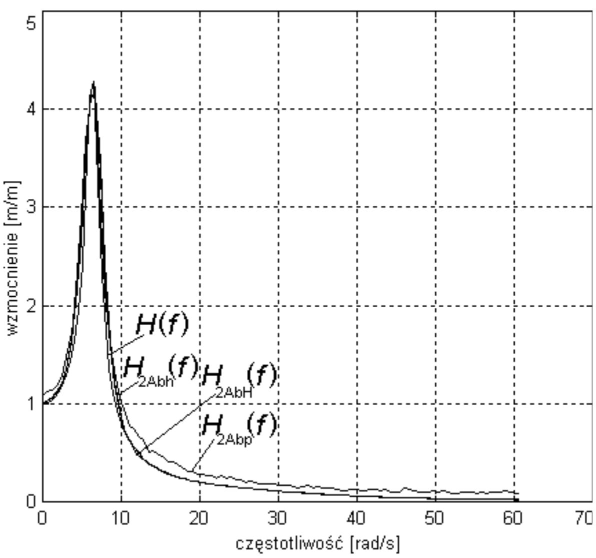


Rys. 10. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa $H(f)$, $H_{2Aa}(f)$ oraz $H_{2Ab}(f)$ dla $y_2(t)$.

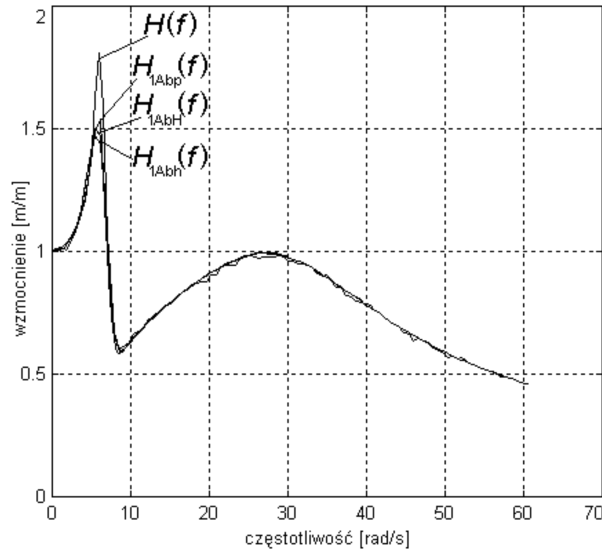
Na podstawie analizy przedstawionych przebiegów modułów estymat transmitancji $H_1(f)$ i $H_2(f)$ stwierdzono, że zwiększenie liczby bloków z n_{da}=10 do n_{da}=100 zapewnia dokładniejszą reprezentację charakterystyk częstotliwościowych badanego układu.
W analizie prowadzonej dla przebiegów uzyskanych z eksperymentu, konieczne są zatem wstępne badania numeryczne w celu przyjęcia właściwej liczby bloków w procesie uśredniania.
Ocenę wpływu zastosowanego okna czasowego: prostokątnego (oznaczonego na wykresach literką p), Hamminga (oznaczonego na wykresach literką H) oraz Hanninga (oznaczonego na wykresach literką h) przeprowadzono na podstawie przebiegów modułu transmitancji przedstawionych na rysunkach 11 i 12 dla $y_3(t)$ oraz na rysunkach 13 i 14 dla $y_2(t)$.



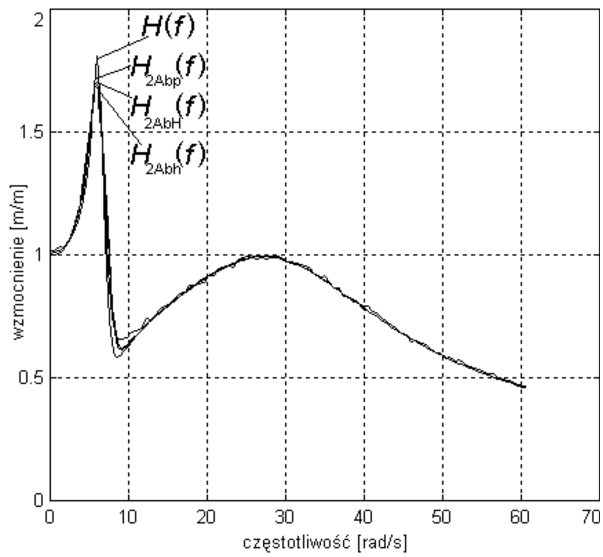
Rys. 11. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa $H(f)$, $H_{1Abp}(f)$, $H_{1AbH}(f)$ oraz $H_{1Abh}(f)$ dla $y_3(t)$



Rys. 12. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa $H(f)$, $H_{2Abp}(f)$, $H_{2AbH}(f)$ oraz $H_{2Abh}(f)$ dla $y_3(t)$



Rys. 13. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa $H(f)$, $H_{1Abp}(f)$, $H_{1AbH}(f)$ oraz $H_{1Abh}(f)$ dla $y_2(t)$



Rys. 14. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa $H(f)$, $H_{2Abp}(f)$, $H_{2AbH}(f)$ oraz $H_{2Abh}(f)$ dla $y_2(t)$

Na podstawie analizy przedstawionych przebiegów modułów estymat transmitancji $H_1(f)$ i $H_2(f)$, przy zastosowanych oknach czasowych stwierdzono, że zastosowanie okien czasowych Hanninga i Hamminga zapewnia dokładniejszą reprezentację charakterystyk częstotliwościowych badanego układu.
W analizie prowadzonej dla przebiegów uzyskanych z eksperymentu, konieczne są wstępne badania numeryczne w celu przyjęcia właściwego okna czasowego.

4. Podsumowanie

W artykule przedstawiono wyniki badań numerycznych dotyczące jakościowej oceny estymat $\hat{H}_1(f)$ oraz $\hat{H}_2(f)$ transmitancji widmowej, wyznaczonych dla losowych realizacji wejścia i wyjścia. Istotne różnice w przebiegu charakterystyk amplitudowo-częstotliwościo-wych są szczególnie widoczne w otoczeniu częstotliwości rezonansowych i częstotliwości antyrezonansowych (estymata $\hat{H}_2(f)$ poprawniej reprezentuje charakterystyki częstotliwościowe układu w obszarach częstotliwości rezonansowych, a estymata $\hat{H}_1(f)$ poprawniej reprezentuje charakterystyki częstotliwościowe układu w otoczeniu częstotliwości antyrezonansowych).

Dla dyskretnego modelu pojazdu szynowego przeprowadzono badania numeryczne wpływu zastosowania wybranego okna czasowego oraz parametrów charakteryzujących cyfrowe przetwarzanie sygnałów w postaci kroku próbkowania, długości rekordu przyjętego do obliczeń oraz liczby rekordów uwzględnionych w procesie uśredniania wyników na przebiegi charakterystyk częstotliwościowych badanych estymat.

Na podstawie analizy przedstawionych przebiegów modułów estymat transmitancji $H_1(f)$ i $H_2(f)$ stwierdzono, że zwiększenie liczby bloków z n_{da}=10 do n_{da}=100 oraz zastosowania okien czasowych Hanninga i Hamminga zapewnia dokładniejszą reprezentację charakterystyk częstotliwościowych badanego układu.

Przeprowadzone badania wskazują na konieczność poprawnego przygotowania układu pomiarowego i zastosowania odpowiednich procedur numerycznych w celu właściwego zrealizowania zadania badawczego.

Ocena obciążenia badanych estymatorów transmitancji widmowej oraz wpływ błędów systematycznych i przypadkowych na wyniki analizy numerycznej w zakresie wyznaczania estymaty transmitancji widmowej jest związana z realizacją fizycznego eksperymentu.

5. Literatura.

[1] *Abom M.: A note on random errors in frequency response estimators, Journal of Sound and Vibration, Vol. 107, 1986.*

[2] *Barczak A.: Zera i bieguny transmitancji a częstotliwości antyrezonansowe i rezonansowe układów nośnych pojazdów, Pojazdy Szynowe, 1/2005.*

[3] *Bendat J. S.: Piersol A. G., Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis, John Wiley & Sons, Inc., 1993.*

[4] *Oppenheim A. V., Schafer R. W.: Cyfrowe przetwarzanie sygnałów, WKiŁ, Warszwa 1979.*

[5] *Ratcliffe M. J.: Lieven N. A. J.: An investigation into the effects of frequency response function estimators on model updating, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 13(2), 1999.*

[6] *Praca zbiorowa pod redakcją Kisilowskiego J.:Dynamika układu mechanicznego pojazd szynowy-tor, PWN, Warszawa 1991.*

[7] *MATLAB, wersja 5.3*