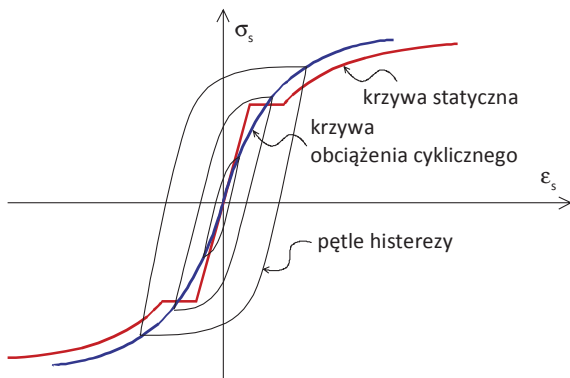


# Model zbrojenia obciążonego cyklicznie z uwzględnieniem niesprężystego wyboczenia

Dr inż. Jacek Korentz, Uniwersytet Zielonogórski

## 1. Zachowanie prętów stalowych obciążonych cyklicznie

W przypadku działania obciążenia działającego w jednym kierunku otrzymuje się klasyczną krzywą statycznego rozciągania. Jeżeli obciążenia są cykliczne i mamy do czynienia z naprzemiennym rozciąganiem i ściskaniem wykres



**Rys. 1.** Wykresy cyklicznego odkształcenia stali na tle krzywych statycznego odkształcenia [7]

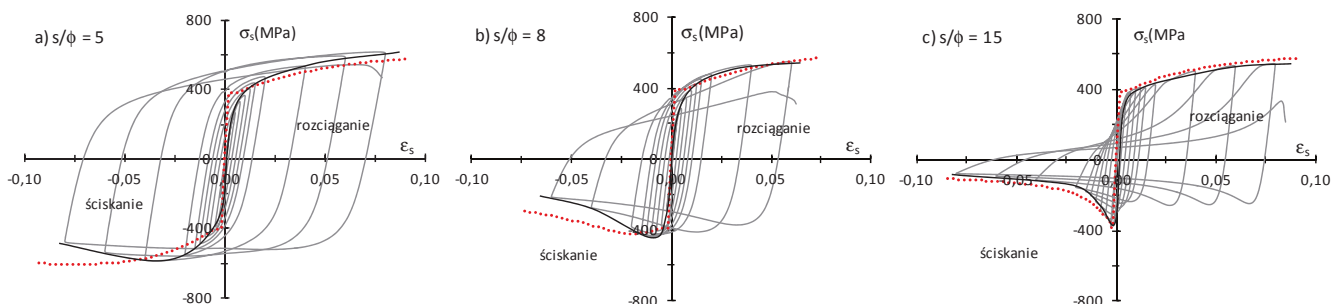
zależności  $\sigma$ - $\epsilon$  ma kształt pętli histerezy (rys. 1). Wówczas klasyczne krzywe dla obciążeń statycznych zmieniają się w krzywą cyklicznego odkształcenia, która opisuje zależność pomiędzy wartościami szczytowymi naprężeń i odkształceń w stanie nasycenia (ustabilizowane wierzchołki pętli histerezy). Wzajemne położenie tych krzywych wskazuje na charakter zmian zmęczeniowych podczas obciążeń wolnocyklowych. Jak można zauważyć podczas obciążeń cyklicznych stal ulega według Kocańdy [7] i Cofie [3] cyklicznemu wzmocnieniu i cyklicznemu osłabieniu,

krzywa cyklicznego obciążenia w pewnych fragmentach wykresu leży pod lub nad krzywą statyczną.

Zachowanie ściskanego pręta stalowego, zilustrowane na rysunku 1, dotyczy prętów krępych, w których nie dochodzi do zjawiska niesprężystego wyboczenia. W takim przypadku pętle histerezy są symetryczne względem krzywej cyklicznego odkształcenia, a także zauważalny jest zanik półki plastycznej. Jako pręty krępe, w których nie dochodzi do wyboczenia, można zdefiniować pręty dla których smukłość  $s/\varphi < 5$  [2,10,12].

Podczas obciążeń cyklicznych zachowanie prętów smukłych jest odmienne niż zachowanie prętów krępych, dochodzi do ich niesprężystego wyboczenia. Dlatego obserwowane jest inne zachowanie prętów przy ściskaniu i inne zachowanie prętów podczas rozciągania.

Na rysunku 2 zamieszczone są wykresy zależności naprężenie – odkształcenie prętów na przemian ściskanych i rozciąganych, obustronnie utwierdzonych, wykonanych ze stali 18G2 dla trzech różnych smukłości wyrażonych ilorazem odległości między punktami podparcia  $s$  i średnicą pręta  $\varphi$  [9]. Badania prętów obciążonych cyklicznie pokazują, że dla małych wskaźników smukłości prętów ( $s/\varphi=5$ ) przebieg pętli histerezy po stronie ściskanej i po stronie rozciąganej jest identyczny do chwili wyboczenia pręta, tj. do chwili osiągnięcia maksymalnej siły przy ściskaniu (rys. 2a). Takie zachowanie jest spowodowane bardzo małą podatnością pręta na wyboczenie i wtedy o nośności pręta decyduje sztywność na ściskanie. Ze wzrostem smukłości obserwuje się coraz mocniejsze zawężanie pętli histerezy zarówno po stronie ściskanej, jak również po stronie rozciąganej (rys. 2b, 2c). Oznacza to, że ilość rozpraszanej energii w każdym cyklu obciążenia jest coraz mniejsza, a o zachowaniu pręta zaczyna decydować



**Rys. 2.** Wykresy cyklicznego odkształcenia prętów zbrojonych wykonanych ze stali 18G2 dla wybranych smukłości [9]

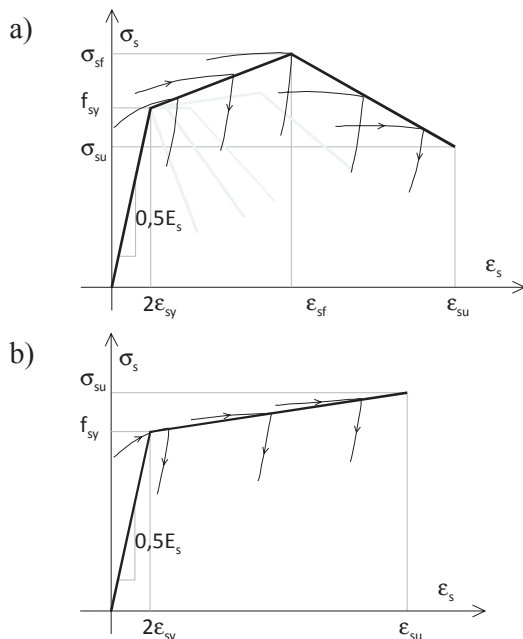
jego sztywność na zginanie. Po przekroczeniu określonej liczby cykli obciążenia dochodzi do zerwania pręta w połowie długości na skutek jego wielokrotnego przeginięcia w strefie uplastycznienia.

Na wykresach z rysunku 2 poza pętlami histerezy przedstawiono linią ciągłą obwiednie pętli histerezy, tj. punkty łączące wierzchołki pętli, a linią przerywaną zilustrowano zachowanie prętów ściskanych i rozciąganych, obciążonych monotonicznie, o takich samych smukłościach. Mniejsza nośność przy ściskaniu prętów cyklicznie obciążonych w porównaniu z prętami ściskanymi jednokrotnie jest spowodowana narastającym podczas każdego cyklu obciążenia zwiększaniem się smukłości pręta podczas rozciągania, a także odmiennymi właściwościami mechanicznymi stali w przypadku obciążeń cyklicznych.

## 2. Proponowany model prętów obciążonych cyklicznie

W analizie konstrukcji żelbetowych w stanie deformacji pokrytycznych stosowane są różne zależności opisujące związek między naprężeniami i odkształceniami w prętach zbrojenia na przemian ściskanych i rozciąganych. W modelach tych opisywane są ścieżki obciążenia, odciążenia i ponownego obciążenia. Można tutaj wymienić modele Monti–Nuti [12], Menegotto–Pinto [11], Giuffre–Menegotto–Pinto [1], Dodd–Restrepo [5], Hoehler–Stanton [6], Dhakal–Maekawa [4]. Modele te są do siebie bardzo podobne, są opisane przez krzywe asymptotycznie zbliżające się do linii stycznych wyznaczonych przez punkty zmiany znaku obciążenia i punkty ekstremalnych odkształceń dla określonej historii obciążenia.

Inny sposób modelowania pracy pręta cyklicznie obciążonego zasygnalizowany został w pracy Korentza [8].



**Rys. 3.** Model zbrojenia obciążonego cyklicznie, obwiednie pętli histerezy: a) ściskanie, b) rozciąganie

Polega on na opisanu związków między naprężeniami i odkształceniami tylko dla obwiedni pętli histerezy z pominięciem ścieżek obciążenia, odciążenia i ponownego obciążenia. Obwiednia pętli histerezy odwzorowuje zachowanie globalne pręta cyklicznie obciążonego. Taki model pręta odpowiada koncepcji analizy globalnej konstrukcji żelbetowych w zakresie deformacji pokrytycznych przedstawionej w pracy Korentza [8].

Na rysunku 3a przedstawiono proponowany model obwiedni pętli histerezy dla ściskania zbrojenia obciążonego cyklicznie. Jest to model trójliniowy definiowany przez trzy charakterystyczne punkty, w których następuje uplastycznienie zbrojenia ( $2\epsilon_{sy}, f_{sy}$ ), wyboczenie zbrojenia ( $\epsilon_{sf}, \sigma_{sf}$ ) i zerwanie zbrojenia ( $\epsilon_{su}, \sigma_{su}$ ).

W modelu tym przyjęto, że naprężenia w chwili uplastycznienia są równe granicy plastyczności  $f_{sy}$ , a odkształcenia w chwili uplastycznienia są dwukrotnie większe od odkształceń dla granicy plastyczności  $\epsilon_{sy}$ .

Jeżeli smukłość pręta  $s/\phi \leq 11$  to odkształcenie  $\epsilon_{sf}$  i naprężenie  $\sigma_{sf}$  w chwili wyboczenia pręta, tj. w chwili początku spadku nośności pręta, wyrażają zależności:

$$\frac{\epsilon_{sf}}{\epsilon_{sy}} = 635 \left( \frac{s}{\phi} \right)^{-2,253} \quad \frac{\sigma_{sf}}{f_{sy}} = 3,43 \left( \frac{s}{\phi} \right)^{-0,525} \quad (1,2)$$

a gdy smukłość pręta zmienia się w granicach  $11 < s/\phi \leq 15$  to  $\epsilon_{sf} = 2\epsilon_{sy}$  a  $\sigma_{sf} = f_{sy}$ .

Odształcenia  $\epsilon_{su}$  i naprężenia  $\sigma_{su}$  końcowe dla dowolnych smukłości opisują zależności:

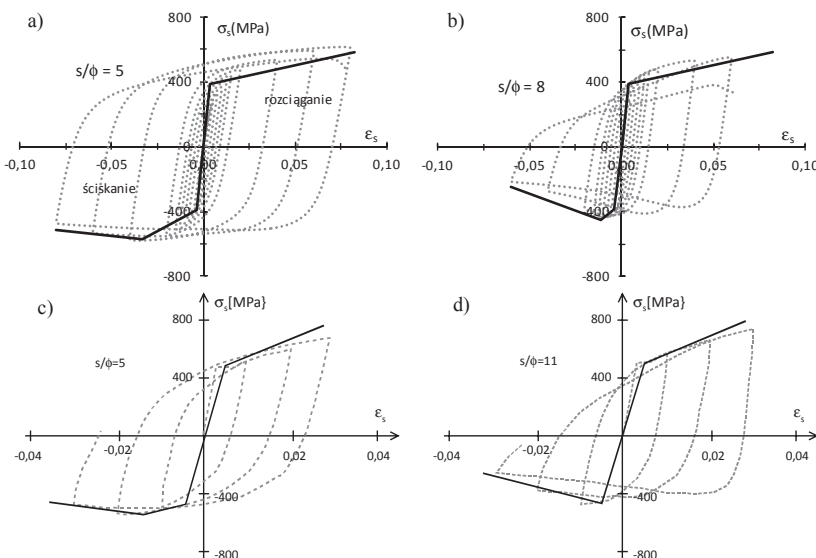
$$\frac{\epsilon_{su}}{\epsilon_{sy}} = 1125 \left( \frac{s}{\phi} \right)^{-1,91} \quad \frac{\sigma_{su}}{f_{sy}} = 5,5 \left( \frac{s}{\phi} \right)^{-0,89} \quad (3,4)$$

Dla tak zdefiniowanych charakterystycznych punktów modelu związku między naprężeniami i odkształceniami dla obwiedni pętli histerezy, po stronie ściskanej, prętów cyklicznie obciążonych można wyrazić zależnościami:

$$\sigma_s = \begin{cases} \frac{1}{2} E_s \epsilon_s & \epsilon_s \leq 2\epsilon_{sy} \\ f_{sy} + \frac{\sigma_{sf} - f_{sy}}{\epsilon_{sf} - 2\epsilon_{sy}} (\epsilon_s - 2\epsilon_{sy}) & \text{jeżeli } 2\epsilon_{sy} < \epsilon_s \leq \epsilon_{sf} \\ \sigma_{sf} - \frac{\sigma_{su} - \sigma_{sf}}{\epsilon_{su} - \epsilon_{sf}} (\epsilon_s - \epsilon_{sf}) & \epsilon_{sf} < \epsilon_s \leq \epsilon_{su} \end{cases} \quad (5)$$

gdzie:  $E_s$  to moduł sprężystości stali.

Po stronie rozciąganej model obwiedni pętli histerezy jest zdefiniowany przez dwa charakterystyczne punkty: punkt, w którym następuje uplastycznienie zbrojenia (umowne) i punkt dla odkształceń i naprężeń końcowych (rys. 4b). Podobnie jak w przypadku obwiedni dla naprężeń ściskających przyjęto, że naprężenia w chwili uplastycznienia są równe granicy plastyczności  $f_{sy}$ , a odkształcenia w chwili uplastycznienia są dwukrotnie większe od odkształceń dla granicy plastyczności  $2\epsilon_{sy}$ . Natomiast odkształcenia i naprężenia końcowe obliczane są na pod-



**Rys. 4.**  
Porównanie modelu z wynikami badań:  
a), b) Korentz [9], c), d) Monti i Nutti  
[12]

stawie wytrzymałości stali  $f_{st}$  i odkształcenia stali  $\epsilon_{st}$  przy maksymalnym naprężeniu  $f_{st}$ :

$$\epsilon_{su} = 0,47\epsilon_{st} \quad \sigma_{su} = 0,91f_{st} \quad (6,7)$$

Uzyskane na podstawie prezentowanego modelu wyniki zależności naprężenie-odkształcenie zostały porównane z wynikami badań doświadczalnych ściskanych prętów zbrojeniowych wykonanych ze stali o zróżnicowanych właściwościach mechanicznych.

Na rysunku 4 przedstawione są porównania modelu z wynikami badań doświadczalnych Monti i Nutti [12] i Korentza [9]. Monti i Nutti [12] badali pręty o różnej średnicy wykonane ze stali o następujących właściwościach mechanicznych: granica plastyczności  $f_{sy}=480$  MPa, wytrzymałość  $f_{st}=1,4f_{sy}$ , odkształcenie w chwili uplastycznienia  $\epsilon_{sy}=0,0024$ , odkształcenie do chwili wzmocnienia  $\epsilon_{sh}=2\epsilon_{sy}$ , odkształcenie odpowiadające wytrzymałości  $\epsilon_{st}=16\epsilon_{sy}$  (rys. 4a). Korentz [9] badał zachowanie prętów ściskanych o średnicy 16mm wykonanych między innymi ze stali 18G2 o parametrach:  $f_{sy}=390$  MPa,  $f_{st}=1,58f_{sy}$ ,  $\epsilon_{sy}=0,00195$ ,  $\epsilon_{sh}=4\epsilon_{sy}$ ,  $\epsilon_{st}=90\epsilon_{sy}$  (rys.4c). Jak można zauważyć właściwości mechaniczne stali badanych prętów różnią się w istotny sposób.

Na podstawie przedstawionych porównań można stwierdzić, że proponowany model zbrojenia ściskanego w poprawny sposób odwzorowuje zachowanie prętów ściskanych. Obwiednie pętli histerezy uzyskane na podstawie modelu dają dobrą zgodność z obwiedniami pętli histerezy uzyskanymi na podstawie badań doświadczalnych.

Na podkreślenie zasługuje fakt, że dobra zgodność modelu z badaniami obserwowana jest dla szerokiego zakresu smukłości prętów i zróżnicowanych właściwości mechanicznych stali, z których wykonane są pręty.

### 3. Podsumowanie

Wyboczenie niesprężyste prętów zbrojenia podłużnego nie jest uwzględniane w typowych analizach pracy elementów żelbetowych. Normy projektowania konstruk-

cji z betonu przy sprawdzaniu stanów granicznych takiej sytuacji nie przewidują; przedwczesne wyboczenie prętów mają zabezpieczać warunki konstrukcyjne dotyczące kształtowania strzemion w słupach i belkach. Wyniki badań jednoznacznie wskazują, że w elementach żelbetowych obciążonych cyklicznie praca prętów podczas ściskania różni się od pracy prętów podczas rozciągania. W analizie pracy konstrukcji w stanie deformacji pokrytych tą różnicą musi być uwzględniona. Zaproponowany model zbrojenia obciążonego cyklicznie stanowi krok w tę stronę i może posłużyć do bardziej złożonej analizy pracy elementów żelbetowych.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] CEB: RC elements under cyclic loading – state of the art report, Thomas Telford, 1996
- [2] Cosenza E., Prota A., Experimental behavior and numerical modeling of smooth steel bars under compression, Journal of Earthquake Engineering, Vol. 10, No. 3, 2006, 313–329
- [3] Cofie N. G., Krawinkler H., Uniaxial cyclic stress-strain behavior of structural steel, Journal of Engineering Mechanics, Vol.111, No.9, 1985, 1105–1118
- [4] Dhakal R., Maekawa K., Path-dependent cyclic stress-strain relationship of reinforcing bar including buckling, Engineering Structures, 2002, Vol. 24, No. 11, 1383–1396
- [5] Dodd L. L., Restrepo-Posada J. I., Model for predicting cyclic behavior of reinforcing steel, Journal of Structural Engineering, Vol. 121, No. 3, 1995, 433–445
- [6] Hoehler M. S., Stanton J. F., Simple phenomenological model for reinforcing steel under arbitrary load, Journal of Structural Engineering, 2006, Vol. 132, No 7, 1061–1069
- [7] Kocańda S., Kocańda A., Niskocyklowa wytrzymałość zmęczeniowa metali, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1989
- [8] Korentz J., O nowej metodzie modelowania pracy przegubu plastycznego w belkach i słupach żelbetowych, 52 Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Gdańsk – Krynica, 2005, t. 3 Konstrukcje betonowe, 89–96
- [9] Korentz J., Badania niesprężystego wyboczenia prętów zbrojeniowych, III Symposium mechaniki zniszczenia materiałów i konstrukcji, Białystok – Augustów, 2005, 167–170
- [10] Mau S.T., El-Mabsout M., Inelastic buckling of reinforcing bars, Journal of Structural Engineering, 1989, Vol. 115, No 1, 1–17
- [11] Menegotto M., Pinto P., Slender R/C compressed members in biaxial bending, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 103, No. ST3, 1977, 587–605
- [12] Monti G., Nuti C., Nonlinear cyclic behavior of reinforcing bar including buckling, Journal of Structural Engineering, 1992, Vol. 118, No. 12, 3268–3284