

Badanie obciążeń obiektów zagłębionych w materiale sypkim

Prof. dr hab. inż. Marek Molenda, mgr Rafał Kobyłka,
Instytut Agrofizyki im. Bohdana Dobrzańskiego PAN, Lublin

1. Wprowadzenie

Możliwość kontroli typu wypływu bywa kluczem do rozwiązywania licznych problemów technologicznych (m.in. [1, 2]). Poprawę płynięcia można uzyskać przez stosowanie gładkich, stromych wypływów lejowych, jednak nie zawsze jest to możliwe. Często zdarzają się przypadki, w których ze względu na brak miejsca na budowę wysokich silosów lub ich koszty, niezbędne jest szukanie innych rozwiązań [3]. W przypadku, gdy konieczne jest zastosowanie zspów płaskich, stosuje się dodatkowe urządzenia wspomagające wypływ, jak: miotacze fal sprężonego powietrza, urządzenia wibrujące, łańcuchy lub dodatkowe obiekty (wkładki) umieszczane wewnątrz zbiornika [2–4]. Wkładki te mają na celu głównie rozszerzenie kanału płynięcia, tak aby wypływ możliwie maksymalnie zbliżył się do masowego, a także zmniejszenie (lub wyeliminowanie) obszaru stref, w których materiał pozostaje w spoczynku [3, 5]. Kształt wkładek może być bardzo różny, często eksperymentuje się z wkładkami stożkowymi ustawionymi wierzchołkiem do góry lub do dołu. Używa się wkładek w kształcie dodatkowego leja (tzw. wkładka typu cone-in-cone) umieszczonego w osi zbiornika (np. [6]). Prowadzone są również eksperymenty z innymi kształtami takich obiektów. Udowodniono, że wkładki z górną powierzchnią płaską umieszczone odpowiednio wysoko wspomagają mieszanie materiału podczas napełniania zbiornika (np. [7]).

Historia badań nad dodatkowymi elementami modyfikującymi wypływ sięga prawie 40 lat, jednak wciąż nie ma jednoznacznych wytycznych dotyczących oszacowania obciążeń czy projektowania kształtu, wielkości oraz wysokości zawieszenia wkładek. W 1966 roku Johanson [8, 9] pokazał eksperymentalnie, że wstawianie stożkowych obiektów do zbiorników, w których występuje wypływ kominowy, znacząco poprawia charakterystykę wypływu. Staje się on bardziej stabilny, a nawet zmienia się na wypływ masowy, nie wprowadzi jednak korzystnych modyfikacji, a nawet może przeszkodzić w płynięciu materiału, jeśli wkładki nie są zainstalowane w odpowiednim miejscu.

Dodatkowe elementy umieszczone wewnątrz złoża zaburzają pole naprężeń w materiale, w konsekwen-

cji zmieniając rozkład obciążenia ścian. Obecność wkładek modyfikuje rozkład naprężeń podczas napełniania i opróżniania zbiornika. Podczas napełniania napór poziomy na ściany jest większy w porównaniu do zbiornika bez wkładek. Jednakże w trakcie wypływu obciążenie ścian na poziomie wkładki jest znacznie mniejsze [10]. Między innymi w pracach Struscha i in. zostało pokazane, że niesymetryczne umieszczenie wkładki w silosie prowadzi do tworzenia niesymetrycznych kanałów wypływu i w konsekwencji do niesymetrycznego rozkładu naporu na ściany zbiornika i niesymetrycznych obciążeń samych wkładek [11–13]. Dyskusję związaną z dystrybucją naprężeń w leju stożkowym z dodatkowym elementem w kształcie stożka umieszczonym wewnątrz tego leja w przekroju dwuwymiarowym, przy tych samych kątach stożka i wkładki oraz parametrach materiałów, można znaleźć między innymi w pracy Dreschera [14].

Osobnym zagadnieniem jest oszacowanie naporów, jakie materiał wywiera na obiekt, choćby konieczne ze względu na projektowanie sposobu mocowania oraz sztywności (grubość ścian itp.) danej wkładki. Do tej pory w standardach i normach nie ma jednoznacznej metody szacowania obciążeń przenoszonych przez takie obiekty.

Johanson i in. analizowali siłę pionową na element stożkowy bez uwzględnienia rozkładu naprężenia na ten obiekt [8]. Tsunakawa i in. analizowali różne wstawki używane jako łamacze naprężenia czy poprawiacze wypływu [15]. Przebadali obciążenie dysku, kuli i belki i porównali z modelem teoretycznym wzorowanym na propozycji Johansona. Zaproponowali metodę liczenia sił z uwzględnieniem rozkładu ciśnienia. Obiekt był zamocowany w silosie za pomocą linki umieszczonej w osi, przyczepionej do przetwornika siły. Podczas wypływu grawitacyjnego materiału, na dysku tworzy się strefa, która pozostaje w spoczynku (po raz pierwszy zostało to zauważone przez Johansona [16]). Autorzy ci przyjęli przybliżenie, że obszar ten jest stożkiem o kącie nachylenia do podstawy równym kątowi naturalnego usypu.

Praca Struscha i Schwedesa z 1994 roku [17] zawiera porównanie danych eksperymentalnych otrzymana-

nych dla dwuwymiarowego modelowego silosu zakończonym zsympem, z obciążeniami wyznaczonymi metodą Janssena. Badanym obiektem był graniastość foremny trójkątny zamocowany do wózka i szyny, co pozwalało na jego dowolne ustawianie w kierunku pionowym i poziomym. Metoda Janssena została dostosowana tak, aby możliwe było wyznaczanie sił działających na obiekty w przypadku statycznym (za pracą [18]) oraz w przypadku kwazistatycznego wypływu wg Enstada [19].

Chou i Chang [20] przeprowadzili analizę rozkładu naprężeń w trójwymiarowym zbiorniku cylindrycznym z dnem lejowym i wkładką z użyciem metody Janssena. Autorzy wyznaczyli również obciążenie będące sumą sił pionowych działających na wkładki. Wykonano obliczenia dla różnych wartości kątów wierzchołkowych i stwierdzono, że wartość siły przenoszanej przez wkładkę stożkową rośnie wraz ze wzrostem powierzchni, na którą obiekt ten może być zrzucony (analogicznej do pola podstawy). Autorzy ci uznali zasadność stosowania metody Janssena do oszacowania obciążeń wkładek [20].

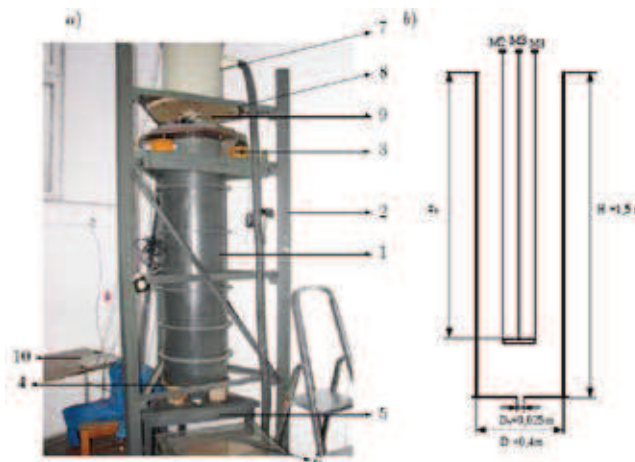
Ding i in. [21] mierzyli obciążenia wkładek typu double-cone (dwa stożki o różnych kątach wierzchołkowych złączone podstawami) w złożu piasku usypanym strumieniem centrycznym. Autorzy zauważyli, że po zakończeniu napełniania zbiornika wkładki nie są obciążone symetrycznie, zaś po rozpoczęciu wypływu obciążenie gwałtownie rośnie.

W niniejszej pracy przedstawiamy wyniki eksperymentu, w którym mierzono obciążenia dysków zawieszonych na różnych wysokościach, a także badano wpływ wielkości średnicy dysku na stałą wysokości, na wartość naporu. Wyniki eksperymentalne porównano z oszacowaniem naporu wyznaczonym metodą Janssena dla dwóch różnych przypadków przejścia między strefą nad obiektem a strefą obok obiektu. Rozważono przejście skokowe, gdzie jako wartość siły pionowej działającej na górną podstawę dysku przyjęto napór wyznaczony dla warstwy brzegowej z metody Janssena pomnożoną przez pole powierzchni podstawy dysku. Ponadto założono, za literaturą, istnienie hipotetycznego stożka utworzonego z materiału o kącie – między tworzącą a podstawą – równym kątowi naturalnego usypu, i wyznaczono składowe pionowe sił działających na ściany takiego stożka.

2. Metody badań

2.1. Eksperyment

Eksperyment wykonano w modelowym zbiorniku o wysokości 1,5 m i średnicy 0,4 m (rys. 1). Cylindryczną ścianę zbiornika (1) zawieszono na stalowej konstrukcji (2) z elementami poziomującymi (3). Dno zbiornika (4) umieszczono na stalowym stojaku (5), który miał możliwość regulacji wysokości, tak by nie



Rys. 1. Stanowisko do pomiaru sił działających na obiekt zanurzony w ziarnie pszenicy: a) widok rzeczywisty, b) schemat przekroju osiowego zbiornika. Objasnienie numerów w tekście

stykało się ono ze ścianą, a jednocześnie materiał nie „przeciekał”. Pod dnem umieszczono przesuwany kosz (6), do którego zsypywał się materiał podczas opróżniania zbiornika. Ziarno pszenicy transportowane było do góry za pomocą podajnika podciśnieniowego (7), i grawitacyjnie sypało się do zbiornika. Płyta (8) umożliwiała mocowanie czujników pomiarowych sił działających na dysk (9), tak by linki stalowe przenosiły tylko obciążenie pionowe. Sygnał z czujników przesyłany był do urządzenia przetwarzającego (10) i dalej do komputera. Przetwornik analogowo-cyfrowy zapisywał dane z czujników co 0,8 s.

W eksperymencie użyto tensometryczne czujniki siły KMM30 o zakresie pomiaru do 500 N i stałej charakterystycznej 1,5 mV/V \pm 2% wyprodukowane przez firmę P.P.H. WObit.

Zbiornik od wewnątrz wyklejony był płótnem ściernym, o granulacji 100, mającym odwzorować warunki ciemnej ściany zbiornika wykonanego z blachy falistej lub betonu.

Do testów użyto pszenicy odmiany Nawra o wilgotności 11,5% (wyznaczonej metodą suszarkową) i gęstości utręzionej $\rho \approx 826,7 \text{ kg/m}^3$. Efektywny kąt tarcia wewnętrznej ($\delta \approx 29^\circ$) zmierzono z wykorzystaniem aparatu bezpośredniego ścinania Jenikego (wg normy EUROKOD 1 [22]). Współczynnik tarcia $\mu_c = 0,16$ materiału o powierzchnię cynkowanej blachy stalowej (powierzchnię wkładek) został przyjęty za pracą Molenda i in. [23]. Wartość ta odpowiada współczynnikowi tarcia mierzonemu po wielokrotnym ładowaniu i rozładowywaniu zbiornika (23 cykle). Współczynnik tarcia między ścianami zbiornika a materiałem ($\mu = 0,43$) został przyjęty za tą samą pracą jako odpowiadający współczynnikowi tarcia między materiałem a ścianą betonową.

Średnice dysków użytych w eksperymencie oraz ich wysokości zawieszania zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Rozmiar i rozmieszczenie wkładek dyskowych wewnątrz złoża

Wysokość nad dnem [h/D]	Głębokość pod powierzchnią swobodną z_0 [m]	Średnica [m]	Wielokrotność pola powierzchni
0,5	1,33	0,075	0,25
0,5	1,33	0,108	0,5
0,5; 1; 1,75	1,33; 1,13; 0,83	0,15	1
0,5	1,33	0,22	2
0,5	1,33	0,27	3
0,5	1,33	0,34	5

Do całkowitego napełnienia zbiornika używano około 150 kg pszenicy. Materiał, po napełnieniu zbiornika, pozostawiany był w nim na czas około 20 minut w celu relaksacji. Po tym czasie dokonywano pomiaru sił, przyjmując siłę średnią z kolejnych dwudziestu odczytów.

2.2. Oszacowanie analityczne

W celu konstrukcji równań, obszar zbiornika podzielono na cztery (lub trzy) mniejsze sektory. Wartości naprężeń z rozwiązania dla sektora wyższego przyjmowano jako warunki brzegowe dla niższego. Pierwszym z rozważanych sektorów był obszar nad wkładką (rys. 2a), następnym, w przypadku modelu ze stożkiem, obszar obok niego (rys. 2c) oraz obszar obok dysku (rys. 2b).

Równania równowagi sił pionowych dla przypadków przedstawionych na rysunku 2 :

$$A\sigma_v + \rho g A dz = (\sigma_v + d\sigma_v)A + \tau_w L dz \tag{1a}$$

$$A_1\sigma_v + \rho g A_1 dz = (\sigma_v + d\sigma_v)A_1 + \tau_w L dz + \tau_c l dz \tag{1b}$$

$$A_2\sigma_v + \rho g A_2 dz = (\sigma_v + d\sigma_v)A_2 + \tau_w L dz + (\sigma_c \tan\theta + \tau_o) l_2 dz \tag{1c}$$

gdzie:

$A_2 \equiv A_2(z)$ oraz $l_2 \equiv l_2(z)$. Aby możliwe było rozwiązanie powyższych równań konieczne jest uwzględnienie związku na iloraz naporu:

$$k = \frac{\tau}{\sigma_v \tan\phi}$$

Siła pionowa działająca na dysk to:

$$F = F_1 + F_2 + F_3 \tag{2}$$

gdzie:

F_1 – siła działająca na górną powierzchnię dysku, równa:

$$F_1 = \sigma_v(z_0) \Pi r^2 \tag{3a}$$

w przypadku bez stożka, gdzie $\sigma_v(z_0)$ jest wartością naprężenia wyznaczonego z równania 1a dla płaszczyny wyznaczonej przez górną podstawę dysku. Jeśli uwzględnione jest istnienie hipotetycznego stożka, wtedy wartość tej siły będzie równa:

$$F_1 = 2\Pi \tan\theta (k \tan\phi_c + \tan\theta) \int_{z_0}^{z_0+h} (z - z_0) \sigma_v(z) dz \tag{3b}$$

F_2 – siła pochodząca od tarcia materiału o ściany dysku w obu przypadkach równa:

$$F_2 = k l \tan\phi_c \int_{z_0}^{z_0+h} \sigma_v(z) dz \tag{4}$$

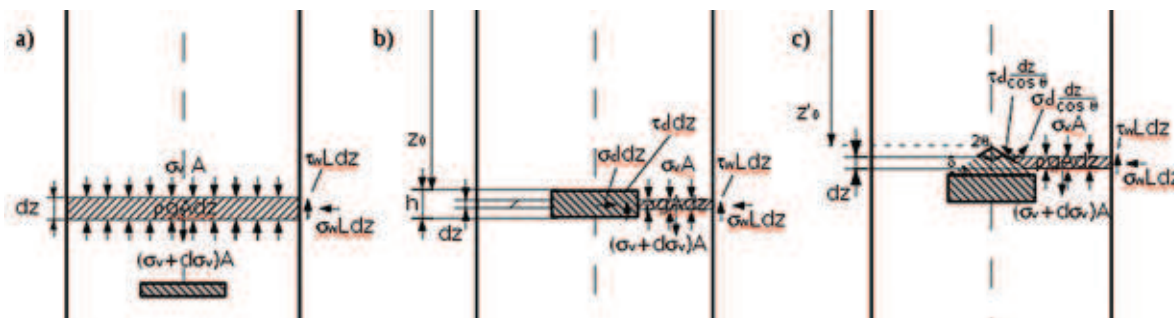
oraz F_3 – siła pochodząca od masy stożka równa:

$$F_3 = \rho g V_{\text{stożka}} \tag{5}$$

lub $F_3 = 0$, gdy stożka brak.

3. Wyniki

Na rysunku 3 przedstawiono wyniki eksperymentu oraz wartości naporów pionowych oszacowane metodą Janssena przy założeniu bezpośredniego obciążenia wkładki (linia czerwona) oraz z hipotetycznym stożkiem (linia czarna). Założenie oddziaływania z hipotetycznym stożkiem utworzonym z materiału daje nieco większe wartości sił działających na obiekt niż przy założeniu oddziaływania bezpośrednio na obiekt. Jednak siły te są bliższe wartościom zmierzonym eksperymentalnie w przypadku zależności obciążenia

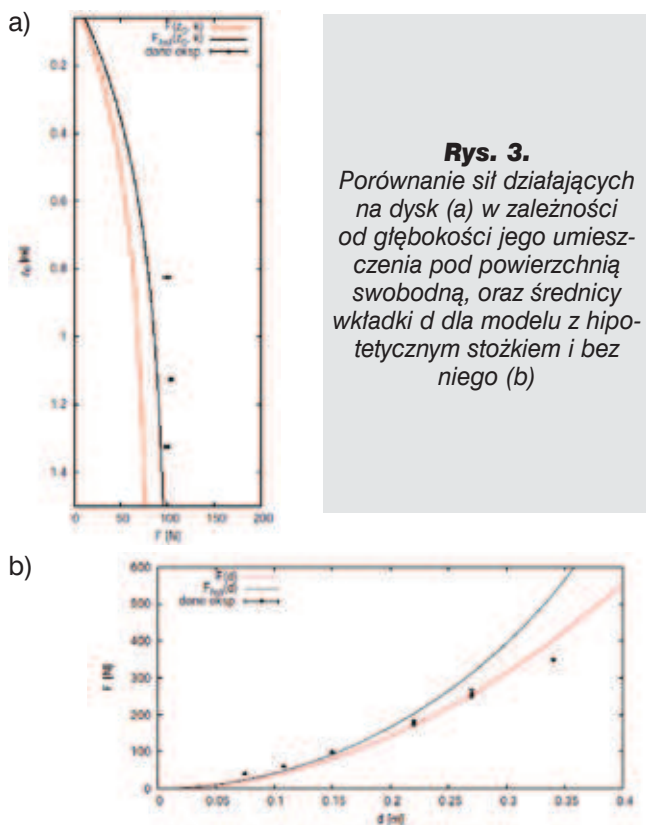


Rys. 2. Schematyczne przedstawienie sił działających na wybraną warstwę w zbiorniku z wkładką: a) w obszarze nad dyskiem, b) w obszarze obok dysku, c) w obszarze obok hipotetycznego stożka. $L = 2\pi R$ – obwód zbiornika, A – pole powierzchni warstwy, ρ – gęstość materiału, $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ – przyspieszenie grawitacyjne, $\sigma_v \equiv \sigma_v(z)$ – naprężenie pionowe, τ – naprężenie ścinające, indeksy „w” i „c” odnoszą się do wartości dotyczących odpowiednio ściany zbiornika oraz ściany wkładki.

od głębokości umieszczenia wkładki (rys. 3a). W przypadku zależności siły od średnicy dysku, do średnicy równej około 0,27 m, oba modele dają akceptowalne wyniki (rys. 3b). Powyżej średnicy 0,27 m rośnie wpływ tarcia materiału o ścianę na mierzone wartości sił, czego żaden z tych modeli nie uwzględnia. Przeszacowanie jest większe w przypadku modelu z hipotetycznym stożkiem. Prawdopodobnie, przy dużej średnicy stożka, tak przyjęta warstwa stałych naprężeń znacząco odbiega rzeczywistości.

4. Wnioski

W prezentowanej pracy porównano wyniki eksperymentu i oszacowania wartości sił pionowych działających na wkładki w kształcie dysku umieszczone w ziarnie w silosie. Badano zależności sił zarówno od wysokości zawieszenia obiektu, jak i od jego średnicy. Analizowano (za [15] i [16]) wpływ hipotetycznego stożka o właściwościach materiału użytego do eksperymentu i kącie nachylenia równym kątowi naturalnego usypu. Założenie istnienia stożka poprawia dopasowanie wartości modelowych do zmierzonych. Jednak w przypadku średnic dysku powyżej 0,22 m, obecność stożka zawyża otrzymane wartości. Bez dodatkowego stożka wartości uzyskane przy największej średnicy również są przeszacowane, co wynika z niemożności uwzględnienia przez model zmniejszenia się kanału przepływu podczas napełniania. Oba te modele dają też niższe oszacowania obciążenia dla dwóch najmniejszych średnic dysków.



BIBLIOGRAFIA

- [1] Johanson J. R., Controlling flow patterns in bins by use of an insert. *Bulk Solids Handling* 2(3), 495–498 (1982)
- [2] Zhang Q., Bergen J. I., Britton M. G., The effect of a conical bin insert on flow patterns of ground feed in a model bin. *Can. Agric. Eng.* 39, 3, 215–219 (1997)
- [3] Wójcik M., Tejchman J., Application of an Uncoupled ALE-formulation to Confined Granular Flow in Silos. The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG), Goa, India 1–6 X 2008
- [4] Dziendziel A., Kobiela S., Rybiański M., Wspomaganie wypływu materiałów rozdrobnionych. *Przegląd zbożowo młynarski. Część I.* 1, 18–19 (1982). *Część II.* 2, 24–26 (1983). *Część III.* 2, 17–19 (1983)
- [5] Kobiela S., Klimek A., Kozłowski K., Ponizy-Kozłowska I., Zamorski A., Bulk material pressures and flow patterns. The influence of wall characteristics and internal structural equipment. *Bulk Solids Handling*, 27(4), 236–245 (2007)
- [6] Hartl J., Ooi J. Y., Rotter J. M., Wójcik M., Ding S., Enstad G. G., The influence of a cone-in-cone insert on flow pattern and wall pressure in a full-scale silo. *Chemical Engineering Research and Design* 86, 370–378 (2008)
- [7] Matuszek D., Tukiendorf M., Zastosowanie wkładki typu „cone in cone” podczas wysypu kominowego. *Inżynieria Rolnicza* 8(117), 121–126 (2009)
- [8] Johanson J. R., The use of flow-corrective inserts in bins. *J. Engng Ind., Trans. ASME*, 88, 224–230 (1966)
- [9] Johanson J. R., The placement of inserts to correct flow in bins. *Powder Technol.*, 1, 328–333 (1967/68)
- [10] Tuzun U., Nedderman R. M., Flow of granular materials around obstacles. *Bulk Solids Handling*, 3(3), 507–517 (1983)
- [11] Strusch J., Lyle C., Schwedes J., The Influence on the state of stress in silos by inserts. *Preceedings Int. Symposium 'Reliable Flow of Particulate Solids II'* 727–738. Oslo 1993
- [12] Strusch J., Schwedes J., Hardow B., Kaldenhoff M., Hering K., Insert loads and wall stress distributions in silos with inserts. *Preprints 3rd Europ. Symp. Storage and Flow of Particulate Solids*, Nuremberg, 163–172 (1995)
- [13] Brown C. J., Nielsen J., *Silos: fundamentals of theory, behavior, and design.* E & FN Spon, Londyn, 1998
- [14] Drescher A., *Analytical Methods in Bin-Load Analysis.* The Netherlands: Elsevier. Amsterdam, 1991
- [15] Tsunakawa H., Aoki R., The Vertical Force of Bulk Solids on Objects in Bins. *Powder Technology*, 11, 237–243 (1975)
- [16] Johanson J. R., Modeling flow of bulk solids. *Powder Technology*. 5, 93 (1971/72)
- [17] Strusch J., Schwedes J., The use of Slice Element Methods for Calculating Insert Loads. *Bulk Solids Handling* 14(3), 505–512 (1994)
- [18] Motzkus U., Belastung von Siloboden und Auslauftrichtern durch kornige Schüttgüter. Ph.D. thesis, Technical University of Braunschweig, Germany, 1974
- [19] Enstad G. G., 1981. PhD thesis: A novel theory on the arching in mass flow hoppers. Bergen, The Chr. Michelsen Institute Dept. of Science and Technology
- [20] Chou C., Chang J., Theoretical wall stresses and insert loads in a bin-hopper with a conical insert using the differential slice method. *Advanced Powder Technol.* 17(5), 505–530 (2006)
- [21] Ding S., Dyroy A., M. Karlsen, G. G. Enstad, M. Jecmenica. Experimental Investigation of Load Exerted on a Double-Cone Insert and Effect of the Insert on Pressure Along Walls of a Large-Scale Axisymmetrical Silo. *Particulate Science and Technology*, 29(2), 127–138 (2011)
- [22] POLSKA NORMA PN-EN 1991-4:2008 EUROKOD 1: Oddziaływania na konstrukcje. Część 4: Silosy i zbiorniki. PKN, Warszawa 2008
- [23] Molenda M., Horabik J., Ross I. J., Comparison of loads on smooth- and corrugated-wall model grain bins. *Int. Agrophysics*, 15, 95–100 (2001)