

# Efekty sprężenia parcia statycznego i pól temperatury w żelbetowych silosach na gorący ośrodek sypki

Dr inż. Jolanta Anna Prusiel, mgr inż. Katarzyna Tomczuk, Politechnika Białostocka

## 1. Oddziaływania termiczne w silosach na gorący ośrodek sypki

Oddziaływania termiczne w silosach są istotnym obciążeniem zmiennym, zwłaszcza w silosach na gorący ośrodek sypki typu cement czy klinkier cementowy. Określenie rzeczywistych rozkładów temperatury w ścianie i gorącym środku sypkim w eksploatowanych silosach jest zagadnieniem złożonym. W Polsce badania doświadczalne w zakresie rozkładów pól temperatury w silosach na gorący ośrodek sypki były prowadzone przez Banacha i Borcza oraz Maja i Trochanowskiego [3, 4]. Zagranicą badania w tym zakresie prowadzili m.in. Blight [5], a także Ogniwiek [6]. Podczas badania przeprowadzonego przez Ogniwka temperatura zasypywanego klinkieru wahała się w granicach 100–200°C. Różnica temperatury pomiędzy wewnętrzną, a zewnętrzną powierzchnią ściany wynosiła 20°C. Ogniwiek analizował również rozkład temperatury klinkieru w zależności od poziomu napełnienia.

Zgodnie z postanowieniami normy PN-EN 1991-4 [1], przy projektowaniu konstrukcji silosu należy wziąć pod uwagę efekty termiczne (naprężenia, siły i momenty, przemieszczenia, odkształcenia) spowodowane różnicą temperatury pomiędzy składowanym ośrodkiem sypkim i konstrukcją silosu oraz między środowiskiem otoczenia i konstrukcją silosu. W przypadku napełniania gorącym ośrodkiem, należy uwzględnić różnicę temperatury pomiędzy chłodniejszym ośrodkiem, znajdującym się już przez pewien czas w silosie, a gorącym powietrzem powyżej powierzchni ośrodka. Również istotnym zaleceniem normy jest konieczność uwzględnienia dodatkowego parcia termicznego wywołanego znacznym ochłodzeniem ściany w krótkim czasie przy wypełnionej komorze silosu. Do celów projektowych warunki termiczne należy ustalać na podstawie normy PN-EN 1991-1-5 [2]. Temperaturę materiału sypkiego składowanego w silosie należy przyjmować na podstawie założeń technologicznych.

W celu przeanalizowania sprężenia efektów termicznych i parcia statycznego ośrodka w silosie, wykonano wielowariantową analizę. W dalszej części artykułu przedstawiono wyniki obliczeń żelbetowego silosu o wysokości 25 m i trzech różnych średnicach wewnętrznych (6 m, 8 m, 10 m) wypełnionego gorącym klinkierem cementowym o temperaturze:  $T=80^{\circ}\text{C}$ ,  $T=90^{\circ}\text{C}$ ,  $T=100^{\circ}\text{C}$  i  $T=110^{\circ}\text{C}$ . Ścianę silosu o grubości  $h_s=0,20$  m wykonano z betonu C30/37.

### 1.1. Rozkład temperatury w ścianie komory silosu

Rozkład pól temperatury w ścianie silosu wypełnionego gorącym klinkierem cementowym o temperaturze  $T=80^{\circ}\text{C}$ ,  $T=90^{\circ}\text{C}$ ,  $T=100^{\circ}\text{C}$  i  $T=110^{\circ}\text{C}$  wyznaczono na podstawie normy PN-EN 1991-1-5 wg Załącznika D [2]. Rozkład temperatury w powłoce określono, stosując teorię przewodności cieplnej. Temperaturę  $T(x)$  na odcinku  $x$  od wewnętrznej powierzchni przekroju, przy założeniu ustalonego stanu termicznego wyznaczono ze wzoru:

$$T(x) = T_{in} - \frac{R(x)}{R_{tot}} \cdot (T_{in} - T_{out}) \quad (1.1)$$

gdzie:

$T_{in}$  – temperatura powietrza środowiska wewnętrznego,  
 $T_{out}$  – temperatura środowiska zewnętrznego,

$R_{tot}$  – całkowity opór cieplny elementu z uwzględnieniem oporu obu powierzchni,

$R(x)$  – opór cieplny na powierzchni wewnętrznej i elementu od powierzchni wewnętrznej powyżej punktu  $x$  (rys. 1).

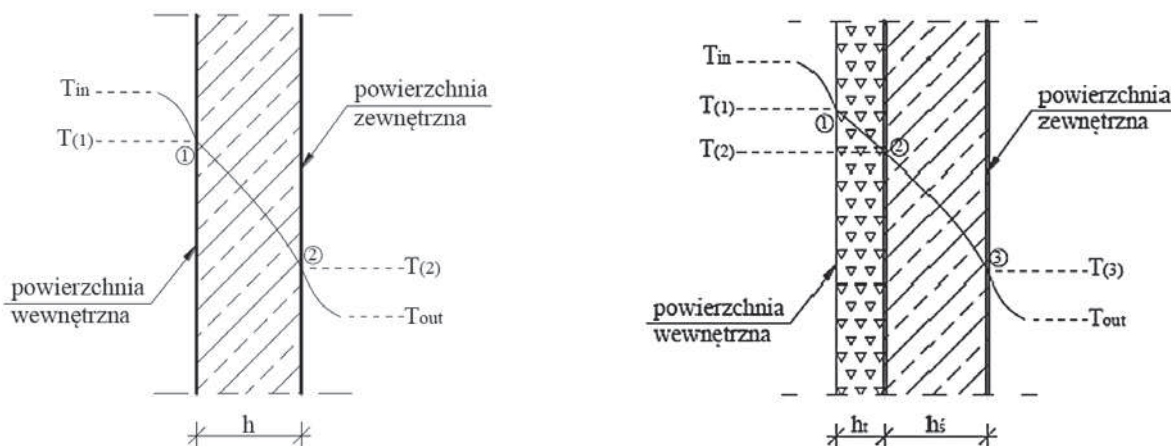
Całkowity opór cieplny ściany silosu oraz opór cieplny na jej powierzchni wewnętrznej określono ze wzorów:

$$R_{tot} = R_{in} + \sum_i \frac{h_i}{\lambda_i} + R_{out} \quad (1.2)$$

$$R(x) = R_{in} + \sum_i \frac{h_i}{\lambda_i} \quad (1.3)$$

a) bez warstwy przyściennej ośrodka

b) z uwzględnieniem warstwy przyściennej ośrodka



Rys. 1. Schemat rozkładu temperatury w żelbetowej ścianie silosu

gdzie:

$R_{in}$  – opór przejmowania ciepła na powierzchni wewnętrznej [ $m^2K/W$ ],

$R_{out}$  – opór przejmowania ciepła na powierzchni zewnętrznej [ $m^2K/W$ ],

$h_i$  – grubość warstwy i [m],

$\lambda_i$  – współczynnik przewodzenia ciepła; dla betonu przyjęto  $\lambda = 1,71$  [ $W/mK$ ] [2]; dla klinkieru wynosi  $\lambda = 0,16$  [ $W/mK$ ] według [4].

Temperaturę zewnętrzną  $T_{out}$  ustalono dla miejscowości Białystok na podstawie Załącznika krajowego NB (rys. NB.2 i rys. NB.3) normy [2]. Obliczenia wykonano dla warunków letnich i zimowych. Zastosowano procedurę korekcyjną i wyznaczono temperaturę na poziomie usytuowania obiektu (Białystok – 160 m n.p.m.):

$$T_{out}^{max(H)} = -0,0053 \frac{^{\circ}C}{m} \cdot H + T_{out}^{max} =$$

$$= -0,0053 \frac{^{\circ}C}{m} \cdot 160m + 37^{\circ}C = 36,15^{\circ}C \quad (1.4)$$

$$T_{out}^{min(H)} = -0,0035 \frac{^{\circ}C}{m} \cdot H + T_{out}^{min} =$$

$$= -0,0035 \frac{^{\circ}C}{m} \cdot 160m - 32^{\circ}C = -32,56^{\circ}C \quad (1.5)$$

Tabela 1. Wartości temperatury w poszczególnych punktach ściany bez uwzględniania warstwy przyściennej ośrodka sypkiego dla warunków zimowych

	T(1) [°C]	T(2) [°C]	ΔT [°C]
	29,01	-16,87	45,88
T=90°C	34,48	-15,48	49,95
T=100°C	39,95	-14,08	54,03
T=110°C	45,42	-12,69	58,10

Wartości oporów przejmowania ciepła ustalono na podstawie PN EN ISO 6946 [8] dla poziomego kierunku strumienia ciepła:  $R_{in} = 0,13$  [ $m^2K/W$ ] i  $R_{out} = 0,04$  [ $m^2K/W$ ].

W artykule wyznaczono temperaturę na zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni ściany silosu w dwóch wariantach, tj. dla betonowej ściany oraz ściany z uwzględnieniem warstwy przyściennej ośrodka sypkiego (rys. 1). Polska norma silosowa PN-B-03262:2002 [9] określa grubość warstwy przyściennej, biorącej udział w przewodzeniu ciepła (tłumienie strumienia ciepła) w zależności od rodzaju ośrodka sypkiego: dla drobnoziarnistych i sproszkowanych materiałów sypkich – 20 cm, dla ziarnistych ośrodków sypkich – 12 cm. Na tej podstawie dla klinkieru cementowego przyjęto grubość warstwy przyściennej tłumiącej 20 cm.

W tabeli 1 i 2 zamieszczono wyznaczoną temperaturę na zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni ściany oraz obliczony gradient temperatury na grubości ściany silosu dla warunków zimowych (oznaczenia T(1), T(2) i T(3) wg rys. 1). Obliczone rozkłady pól temperatury dla zimy przyjęto do analizy numerycznej silosu wypełnionego klinkierem cementowym.

Tabela 2. Wartości temperatury w poszczególnych punktach ściany z uwzględnieniem warstwy przyściennej ośrodka sypkiego dla warunków zimowych

	T(1) [°C]	T(2) [°C]	T(3) [°C]	ΔT [°C]
T=80°C	70,48	-21,07	-29,63	8,57
T=90°C	75,67	-20,04	-29,37	9,33
T=100°C	84,50	-19,02	-29,11	10,09
T=110°C	93,33	-18,00	-28,85	10,85

**1.2. Parcie termiczne w silosie wywołane spadkiem temperatury otoczenia**

W przypadku gdy w otoczeniu silosu nastąpi spadek temperatury w krótkim czasie, to na skutek termicznego skrócenia powłoki i mało podatnej na zmiany temperatury masy składowanego ośrodka, wystąpi w komorze silosu parcie termiczne  $p_{hT}$ . Jest to dodatkowe parcie normalne działające na pionową ścianę silosu, które należy uwzględnić przy projektowaniu konstrukcji silosu. W analizowanym przykładzie cylindrycznego silosu na gorący klinkier wartość parcia termicznego  $p_{hT}$  określono ze wzoru [1]:

$$p_{hT} = C_T \cdot \alpha_w \cdot T_{sr} \cdot \frac{E_w}{[(r/t) + (1-\nu)(E_w/E_{sU})]} \quad (1.6)$$

gdzie:

$C_T$  – współczynnik obciążenia temperaturą; przyjęto  $C_T = 3$  – dla efektywnego modułu sprężystości przy obciążeniu oszacowanym na podstawie gęstości ośrodka [1];

$\alpha_w$  – współczynnik termicznej rozszerzalności ściany silosu; przyjęto  $\alpha_w = 1 \cdot 10^{-5} [1/^\circ\text{C}]$ ;

$T_{sr}$  – równomierne ochłodzenie ściany silosu,

$r$  – promień komory silosu,

$t$  – grubość ściany,

$\nu$  – współczynnik Poissona ośrodka rozdrobnionego; przyjęto  $\nu = 0,3$ ;

$E_w$  – moduł sprężystości materiału ściany silosu,

$E_{sU}$  – efektywny moduł sprężystości ośrodka przy obciążeniu, na głębokości  $z$ ; wartość efektywnego modułu sprężystości ośrodka oszacowano w sposób pośredni wg [1].

W tabeli 3 zamieszczono obliczeniowe wartości parcia termicznego  $p_{hT}$  i sił równoleżnikowych  $N_T$  wyznaczone dla rozkładów temperatury w ścianie z uwzględnieniem warstwy przyściennej ośrodka sypkiego w komorze silosu w warunkach zimowych. Do wyznaczenia dodatkowego parcia termicznego w silosie założono w uproszczeniu liniową zmienność spadków temperatury na grubości ściany w zadaniu osiowo-symetrycznym. Siłę równoleżnikową w cylindrycznej ścianie silosu wywołaną równomiernym parciem normalnym  $p_{hT}$  obliczono na podstawie klasycznej zależności z teorii błonowej powłok.

**2. Analiza numeryczna sprzężonych oddziaływań statycznych i termicznych w cylindrycznym silosie**

**2.1. Założenia do obliczeń**

Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla żelbetowego silosu cylindrycznego wolno stojącego o wysokości  $H=25,0$  m i trzech różnych średnicach wewnętrznych:  $d_c=6,0$  m,  $d_c=8,0$  m,  $d_c=10,0$  m. Grubość ściany silosu przyjęto:  $h_s=0,20$  m. Obliczane silosy spełniały warunek  $h_c/d_c \geq 2,0$ , co oznacza, że obciążenia od parcia ośrodka sypkiego w fazie napełniania wyznaczono jak dla silosów smukłych zgodnie z normą PN-EN 1991-4 [1]. Właściwości klinkieru niezbędne do wyznaczenia parcia statycznego w silosie wg teorii Janssena [1] podano w tabeli 4.

Cylindryczną komorę silosu poddano następującym wariantom obciążenia:

- obciążenie statyczne od parcia ośrodka sypkiego (symbol J),

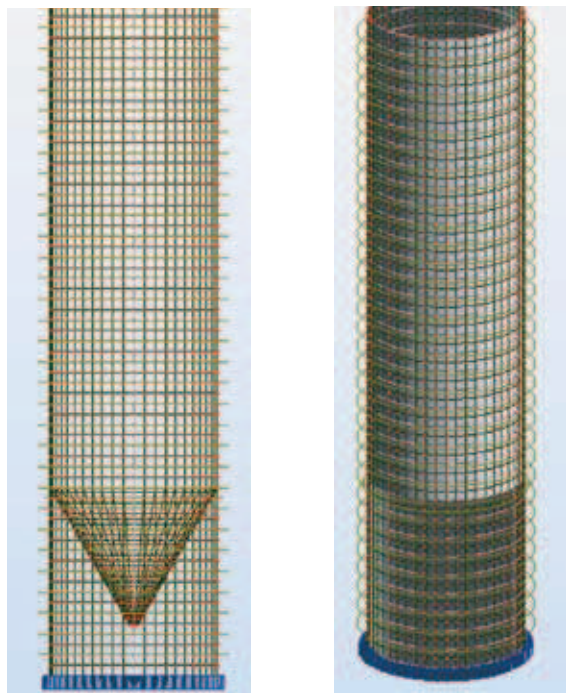
**Tabela 3.** Wartości parcia termicznego  $p_{hT}$  i sił równoleżnikowych  $N_T$  w komorze silosu na klinkier cementowy

Temperatura klinkieru	T=80°C		T=90°C		T=100°C		T=110°C	
	$p_{hT}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$N_T$ [kN/m]	$p_{hT}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$N_T$ [kN/m]	$p_{hT}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$N_T$ [kN/m]	$p_{hT}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$N_T$ [kN/m]
$d_c=6,00$	74,23	222,69	72,35	217,06	70,48	211,44	68,60	205,81
$d_c=8,00$	88,68	354,74	86,44	345,77	84,20	336,80	81,96	327,84
$d_c=10,00$	98,16	490,79	95,68	478,38	93,19	465,97	90,71	453,57

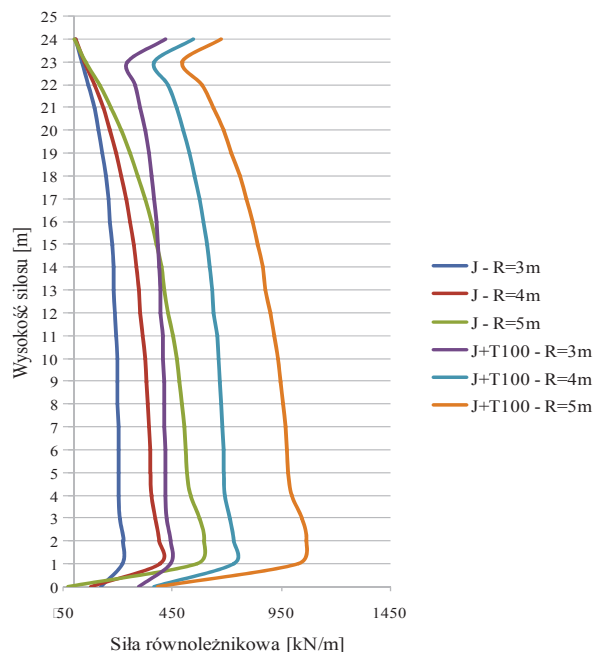
**Tabela 4.** Właściwości klinkieru cementowego wyznaczone wg PN-EN 1991-4 [1]

Właściwości klinkieru cementowego	Współczynnik zamiany	Wartość średnia	Wartość górna	Wartość dolna
Kąt tarcia wewnętrznego $\phi_i$ [°]	$a_\phi = 1,20$	40	48,0	33,3
Iloraz parcia bocznego $K$	$a_K = 1,31$	0,38	0,50	0,29
Współczynnik tarcia o ścianę $\mu$ (dla ściany typu D3)	$a_\mu = 1,07$	0,62	0,66	0,58
Ciężar jednostkowy $\gamma$ [kN/m <sup>3</sup> ]			18,0	15,0
Kąt stoku naturalnego $\phi_r = 47$ [°]				

a) dyskretyzacja modelu numerycznego silosu



b) siła równoleżnikowa  $N_{\theta}$  [kN/m]



**Rys. 2.** Model obliczeniowy silosu i wykresy sił równoleżnikowych w ścianie silosu na klinkier cementowy o temp.  $T=100^{\circ}\text{C}$  od parcia ośrodka sypkiego (J) oraz parcia sprężonego z polem temperatury ( $J+T_2$ )

- obciążenie statyczne od parcia ośrodka sypkiego sprężonego ze spadkiem temperatury bez uwzględniania warstwy tłumiącej ośrodka sypkiego (symbol  $J+T_1$ ),
  - obciążenie statyczne od parcia ośrodka sypkiego sprężonego z spadkiem temperatury z uwzględnieniem warstwy tłumiącej ośrodka sypkiego (symbol  $J+T_2$ ).
- Łącznie wykonano 36 wariantów testów obliczeniowych. Przyjęte do obliczeń numerycznych rozkłady pól temperatury w ścianie komory i ośrodku sypkim dla czterech zakresów temperatury klinkieru cementowego ( $T=80^{\circ}\text{C}$ ,  $T=90^{\circ}\text{C}$ ,  $T=100^{\circ}\text{C}$  i  $T=110^{\circ}\text{C}$ ) w warunkach zimowych omówiono w rozdziale „1” artykułu.

**2.2. Analiza jakościowa i ilościowa wyników obliczeń**  
Siły wewnętrzne w komorze silosu wyznaczono przy użyciu programu numerycznego Autodesk Robot

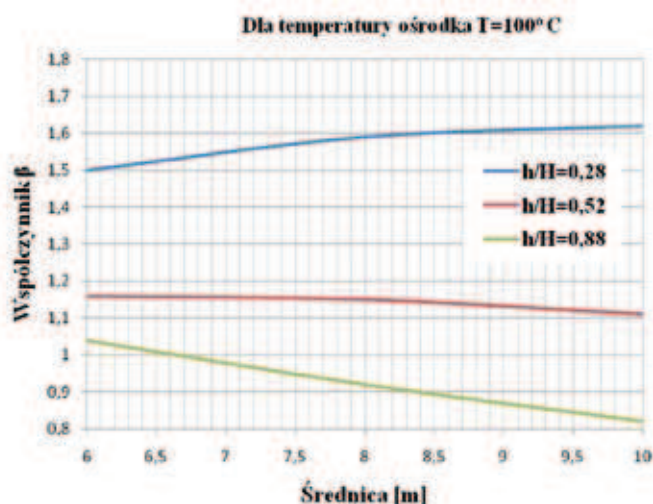
Structural Analysis Professional 2011. Konstrukcję silosu zamodelowano używając modułu „projektowanie powłoki” w programie MES. Ściany komory silosu zamodelowano z 25 pierścieni wysokości 1,00 m i grubości 20 cm. Tworząc poszczególne panele dokonano podziału boku na 2 części oraz dyskretyzacji okręgu na 36 elementów dla  $d_c=6,00$  m, 48 elementów dla  $d_c=8,00$  m i 60 elementów dla  $d_c=10,00$  m. W ten sposób uzyskano elementy skończone o wymiarach 0,50 m x 0,52 m. Modelowanie lejka silosu (kąt nachylenia ścian lejka –  $\alpha = 60^{\circ}$ ) wykonano przy użyciu opcji stożka ściętego ze stopniowaniem co 0,50m. Konstrukcję wsporczą silosu stanowi przedłużona ściana walcowa zamocowana w sposób sztywny w fundamencie (rys. 2a).

Na rysunku 2b przedstawiono wykresy sił równoleżnikowych  $N_{\theta}$  dla komór o promieniu 3 m, 4 m i 5 m wypełnionych klinkierem cementowym o temperaturze

**Tabela 5.** Wartości momentów równoleżnikowych  $M_{\theta}$  i południkowych  $M_z$  oraz sił równoleżnikowych  $N_{\theta}$  w wybranym przekroju silosu o średnicy  $d_c=8,0$  m dla różnych temperatur klinkieru

Poziom $h/H=0,52$	Średnica silosu [m]	Temperatura klinkieru	$M_{\theta}$ [kNm/m]		$M_z$ [kNm/m]		$N_{\theta}$ [kNm/m]	
			$J+T_1$	$J+T_2$	$J+T_1$	$J+T_2$	J	$J+T_2$
8,00	8,00	80°C	61,64	11,90	61,17	11,42	292,95	647,69
		90°C	67,07	12,91	66,60	12,44		638,72
		100°C	72,51	13,92	72,04	13,45		629,75
		110°C	77,94	14,94	77,46	14,46		620,79





Rys. 3. Nomogram do określania przyrostu siły równoleżnikowej od parcia termicznego w żelbetowej ścianie silosu na gorący klinkier cementowy o temperaturze T=100°C

T=100°C. Wartości sił równoleżnikowych zostały obliczone od parcia statycznego (J) oraz parcia sprzężonego z polem temperatury wyznaczonym z uwzględnieniem przyściennej warstwy tłumiącej materiału sypkiego (J+T<sub>2</sub>).

Porównawczą analizę ilościową wybranych wyników testów numerycznych zawarto w tabeli 5. Zestawiono tu wartości momentów równoleżnikowych M<sub>0</sub> i południkowych M<sub>z</sub> oraz sił równoleżnikowych N<sub>0</sub> obliczone w ścianie silosu o średnicy d<sub>c</sub>=8,0 m dla różnej temperatury klinkieru. Widać wyraźnie wpływ uwzględnienia warstwy przyściennej ośrodka sypkiego (J+T<sub>2</sub>) na zmniejszenie momentów zginających w ścianie wywołanych gradientem temperatury. Z kolei z porównania sił równoleżnikowych N<sub>0</sub> wynika, że spadek temperatury otoczenia zimą spowodował przyrost sił w ścianie komory średnio o 115% w stosunku do sił od parcia statycznego wg Janssen’a.

Na podstawie przeprowadzonych testów numerycznych opracowano nomogramy służące do wyznaczania przyrostów siły równoleżnikowej N<sub>0</sub> wywołanych efektem sprzężenia parcia statycznego i dodatkowego parcia termicznego w stosunku do sił pochodzących od parcia Janssen’a w ścianie silosu na gorący klinkier cementowy o określonej temperaturze. W celu obliczenia zwiększonej siły równoleżnikowej w ścianie komory zaproponowano zależność:

$$N_{\theta}^{J+T} = (1 + \beta) \cdot N_{\theta}^J \quad (1.7)$$

gdzie:

N<sub>0</sub><sup>J+T</sup> – siła równoleżnikowa uwzględniająca efekt spadku temperatury w ścianie powłoki;

N<sub>0</sub><sup>J</sup> – siła równoleżnikowa obliczona od parcia statycznego ośrodka sypkiego wyznaczonego według teorii Janssen’a;

β – współczynnik wpływu dodatkowego parcia termicznego, uwzględniający interakcję ściany powłoki i ośrodka sypkiego (rys. 3).

Przykładowy nomogram pokazany na rysunku 3 może być wykorzystany dla komór silosów o wysokości 25 m i średnicy od 6 do 10 m oraz grubości ściany 0,20 m, przeznaczonych do przechowywania klinkieru cementowego o temperaturze T=100°C. Na podstawie nomogramu można stwierdzić, że w silosie o średnicy d<sub>c</sub>=10,0 m przyrost siły równoleżnikowej N<sub>0</sub> spowodowany dodatkowym parciem termicznym w stosunku do siły od parcia wg Janssen’a wynosi 110% w przekroju h/H=0,52 i około 80% w przekroju h/H=0,88.

### 3. Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonej analizy numerycznej sprzężonych oddziaływań statycznych i termicznych w żelbetowych silosach na gorący klinkier cementowy można stwierdzić, że uwzględnienie w obliczeniach izolacyjnych właściwości warstwy kontaktowej ośrodka powoduje znaczące zmniejszenie gradientu temperatury na grubości ściany, co z kolei wpływa na wartości momentów zginających w komorze. Aktualny Eurokod 1, część 4 [1] nie wypowiedza się w tej kwestii. A zatem istotne i odpowiedzialne ze strony projektanta jest prawidłowe przyjęcie grubości warstwy przyściennej, na której zachodzi tłumienie strumienia ciepła. Zaproponowany w artykule nomogram może posłużyć w praktyce projektowej do oszacowania przyrostu siły równoleżnikowej od dodatkowego parcia termicznego w ścianie cylindrycznego silosu na gorący ośrodek sypki.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] PN-EN 1991-4:2008 Eurokod 1. Oddziaływania na konstrukcje. Część 4: Silosy i zbiorniki
- [2] PN-EN 1991-1-5:2005 Eurokod 1. Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-5: Oddziaływania ogólne – Oddziaływania termiczne
- [3] Borcz A., Silosy w przemyśle materiałów wiążących. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1987
- [4] Borcz A., Maj M., Trochanowski A., Wytyczne projektowania, budowy i użytkowania silosów żelbetowych. Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, Z. nr 61, Wrocław, 1991, s. 66
- [5] Blight G.E., Halmagiu A.R., Fliiss L., Measured Pressures, Temperatures and Strains in a 41 m Reinforced Concrete Tank Storing Hot Cement Clinker. Bulk Solids Handling, Vol. 17, No. 2, 1997, s. 235-243
- [6] Hampe E., Silos. Band 1 Grundlagen, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin 1987
- [7] Kobiak J., Stachurski W., Konstrukcje żelbetowe. Tom IV. Arkady, Warszawa 1991
- [8] PN-EN ISO 6946:2008 Komponenty budowlane i elementy budynku. Opór cieplny i współczynnik przenikania ciepła. Metoda obliczania
- [9] PN-B-03262:2002 Silosy żelbetowe na materiały sypkie. Obliczenia statyczne, projektowanie, wykonawstwo i eksploatacja