

# Obliczanie połączenia prefabrykatów żelbetowych z nadbetonem konstrukcyjnym – przegląd wytycznych normowych

Prof. dr hab. inż. Mieczysław Kamiński, mgr inż. Piotr Kmiecik, Politechnika Wroclawska

## 1. Wprowadzenie

Żelbetowe konstrukcje zespolone to takie konstrukcje, w których przekrój poprzeczny składa się z wcześniej wykonanego elementu (np. prefabrykowanego) i betonu ułożonego na budowie. Zespolenie przynajmniej dwóch części konstrukcji żelbetowej wykonanych w różnym i odległym czasie polega na takim ich połączeniu (najczęściej za pomocą zbrojenia zszywającego), aby można było je traktować jak jednolity element konstrukcyjny. Zespolenie dotyczy nie tylko połączenia poziomego poszczególnych elementów belek lub płyt, ale także połączeń pionowych (np. pomiędzy elementami prefabrykowanymi stropów z płyt strunobetonowych SP lub HC), zabezpieczających przed klawiszowaniem i zmuszające prefabrykaty do pracy tarczowej na obciążenia poziome.

## 2. Sposoby normowe obliczania nośności styku zespolenia

### 2.1. Warunki ogólne w oparciu o Eurokod 2

Aby konstrukcję można było uznać za zespoloną muszą być spełnione następujące warunki [1]:

- zachowana jest nośność na ścinanie podłużne połączenia prefabrykatu z betonem uzupełniającym,
- zachowana jest ciągłość w przekazywaniu sił normalnych przez elementy współpracujące oraz między nimi,
- klasa betonu uzupełniającego jest nie niższa niż C16/20,
- grubość warstwy betonu uzupełniającego jest nie mniejsza niż 40 mm.

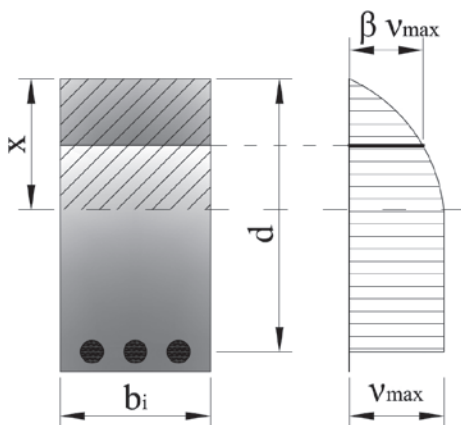
Zgodnie z normą EC 2 [2] nośność obliczeniową na ścinanie  $v_{Rdi}$  na jednostkę powierzchni zespo-

lenia  $A_i$  dwóch betonów stwardniałych w różnych terminach należy określać ze wzoru (oznaczenia analogiczne jak w Eurokodzie 2):

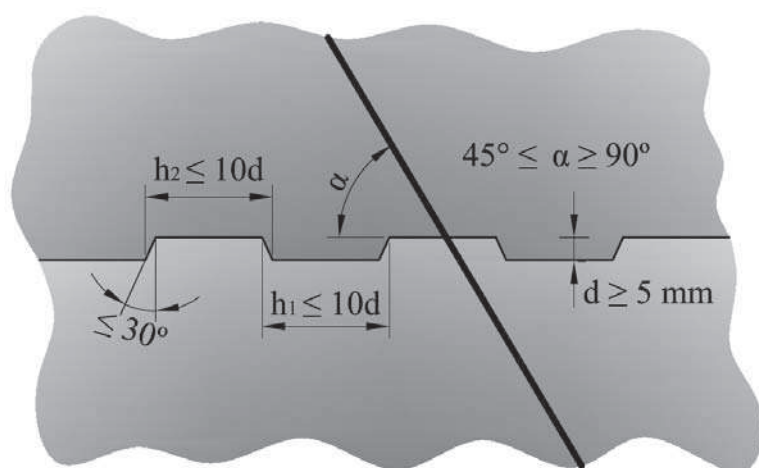
$$v_{Rdi} = \underbrace{c f_{ctd}}_{\text{adhezja}} + \underbrace{\mu \sigma_n}_{\text{tarcie}} + \underbrace{\rho f_{yd} (\mu \sin \alpha + \cos \alpha)}_{\text{zbrojenie zszywające}} \quad (1)$$

$$\leq 0,5 v_{fcd}$$

Naprężenie styczne w płaszczyźnie styku dwóch betonów  $v_{Edi} = \beta \cdot V_{Ed} / (z b_i)$  powinno spełniać warunek  $v_{Edi} \leq v_{Rdi}$ . Naprężenia styczne  $v_{Edi}$  uzależnione są od współczynnika redukcyjnego  $\beta$ , wynoszącego 1,0, jeśli zasięg strefy ściskanej w przekroju zespolonym nie jest większy od wysokości nadbetonu, czyli  $v_{Edi} = v_{max} = V_{Ed} / (z b_i)$ . Wynika to z założeń poczynionych w modelu klasycznej kratownicy



Rys. 1. Rozkład naprężeń stycznych w przekroju zespolonym



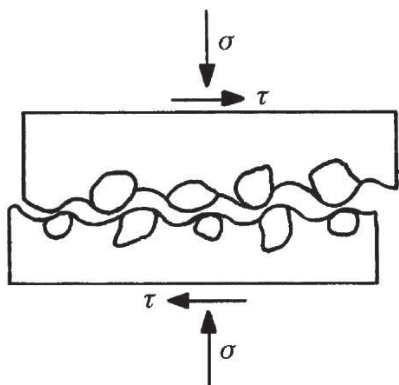
Rys. 2. Złącze z wrębami

**Tablica 1.** Współczynnik  $c$  dotyczący adhezji zależny od rodzaju powierzchni prefabrykatu

Rodzaj powierzchni	Eurocode 2	PN-B-03264:2002	Model Code 2010	DIN 1045-1
	$c$	$k_r$	$c$	$\beta_{ct}$
Bardzo gładka	0,025 ÷ 0.10	0,02	0,025	0
Gładka	0,20	0,35	0,35	1,4
Szorstka	0,40	0,45	0,45	2,0
Z wrębami	0,50	0,50	0,50	2,4

**Tablica 2.** Współczynnik tarcia  $\mu$  zależny od rodzaju powierzchni prefabrykatu

Rodzaj powierzchni	Eurocode 2, PN-B-03264:2002, Model Code 2010	ACI 318-08	DIN 1045-1
Bardzo gładka	0,5	0,6	0,5
Gładka	0,6	0,6	0,6
Szorstka	0,7	0,6	0,7
Z wrębami	0,9	1,0	1,0
Monolit	1,0	1,4	-



**Rys. 3.** Zjawisko aggregate interlock [4]

Mörcha, że beton w fazie II pracuje tylko na ściskanie, a więc wartość naprężeń ścinających na całej wysokości strefy rozciąganej jest stała (rys. 1).

Zarówno adhezja jak i tarcie uzależnione jest od sposobu przygotowania powierzchni dwóch stykających się betonów. W związku z różnymi technologiami wykonania warstwy stykowej określono następujące rodzaje powierzchni prefabrykatu:

– bardzo gładka – uzyskiwana w formie stalowej, z tworzyw sztucznych lub w gładkiej formie drewnianej,

– gładka – uzyskiwana w formie ślizgowej lub metodą prasowania, a po wibrowaniu swobodne powierzchnie pozostawione są bez dodatkowych zabiegów,

– szorstka – pozostawiona w stanie szorstkim po zabetonowaniu np. poprzez poddanie zabiegowi zgrabienia wywołującego bruzdy o głębokości nie mniejszej niż 3 mm w rozstawie nie większym niż 40 mm lub poprzez odstonięcie kruszywa, lub inne metody przynoszące podobne skutki,

– z wrębami – celowo ukształtowana jak na rysunku 2.

Dzięki powyższej klasyfikacji, poszczególnym rodzajom powierzchni (rodzajom złączy) można przypisać współczynnik  $c$  dotyczący adhezji (tab.1) pozwalający określić nośność na podłużne ścinanie spowodowaną adhezją.

W przypadku obciążeń zmęczeniowych lub dynamicznych wartości współczynnika  $c$  (tab. 2) należy zmniejszyć do połowy. Jeżeli złącze podlega rozciąganiu nie należy uwzględniać adhezji.

Oprócz przyczepności naturalnej złącza szorstkie wykazują dodatkową nośność wynikającą z wzajemnego blokowania się kruszywa w zarysowanej powierzchni. Związane jest to ze zjawiskiem

aggregate interlock (rys. 4). Zjawisko to zachodzi jednocześnie z adhezją, jednak po jej zerwaniu (przy poślizgu powierzchni powyżej ~0,05 mm) odgrywa nadal znaczącą rolę.

Tarcie betonu o beton w płaszczyźnie styku charakteryzowane jest współczynnikiem tarcia  $\mu$ , którego wartość zależy przede wszystkim od sposobu przygotowania powierzchni prefabrykatu (tab. 2). Warunki normowe przewidują ograniczenie poziomu naprężeń normalnych  $\sigma_n$  we wzorze (1) do wartości 60% obliczeniowej wytrzymałości betonu na ściskanie  $f_{cd}$ . W przypadku, gdy poziom podłużnych naprężeń ścinających w płaszczyźnie zespolenia  $v_{Edi}$  przekroczy sumę nośności spowodowanej działaniem adhezji i tarcia wystąpi obliczeniowa potrzeba obecności zbrojenia poprzecznego (zszywającego) w złączy.

W dalszej części artykułu przedstawiono inne powszechnie stosowane modele obliczeniowe nośności styku zespolenia. W przypadku występowania zbieżności zmiennej zastosowano tą samą konwencję oznaczeń jak w EC2.

## 2.2. Norma DIN 1045-1

Nośność styku zbrojonego według niemieckiej normy DIN 1045-1 [5] jest sumą tarcia oraz pracy zbrojenia zszywającego (np. strzemion). Warunkiem pracy strzemion jest wzajemne przemieszczenie się powierzchni nadbetonu względem prefabrykatu po zerwaniu przyczepności. W związku z tym, dla styku zbrojonego składnik adhezji został pominięty. Nośność na podłużne ścinanie przedstawia wzór:

$$v_{Rdi} = -\mu\sigma_n + \rho f_{yd} \cdot (\cot \theta \sin \alpha + \cos \alpha) \quad (2)$$

Przyjęto tu odwrotną konwencję znaków dla składnika tarcia (minus dla ściskania). Nośność zbrojenia zszywającego obliczana jest wg bardzo podobnej zależności jak

w EC2. Jedynie współczynnik tarcia został zastąpiony kotangensem kąta  $\theta$ , przyjmowanym z zależności

$$1,0 \leq \cot \theta \leq \frac{1,2\mu - 1,4 \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}}{1 - \frac{v_{Rdi, \rho=0}}{v_{Sdi}}} \leq 3,0 \quad (3)$$

gdzie:

$$v_{Rdi, \rho=0} = 0,042 \cdot c \cdot f_{ck}^{1/3} - \mu \cdot \sigma_n$$

jest obliczeniową nośnością na ścinanie w płaszczyźnie zespolenia dla styku niezbrojonego,

$\sigma_{cp}$  – naprężenie w betonie wywołane przez siłę podłużną (minus przy ściskaniu).

Oryginalny zapis normy [5] przedstawia nośność styku liczoną na jednostkę jego długości.

### 2.3. Norma ACI 318–08

Warunek nośności właściwie zaprojektowanego złącza wg American Concrete Institute [6] sprowadza się do kontroli wartości siły ścinającej  $V_u$  porównując ją do nośności na ścinanie  $V_{nh}$  (4). Podstawowa klasyfikacja styków dzieli je na powierzchnie gładkie oraz szorstkie z celowo ukształtowanymi bruzdami o amplitudzie około 6 mm.

$$V_u \leq 0,75 V_{nh} \quad (4)$$

Sposób obliczania nośności na podłużne ścinanie uzależniono do sposobu przygotowania powierzchni prefabrykatu oraz od poziomu siły ścinającej  $V_u$  (tab. 3). Poprawnie ukształtowane zbrojenie zszywające powinno mieć rozstaw nie przekraczający czterokrotności najmniejszego wymiaru przekroju prefabrykatu i nie więcej niż 600 mm.

Minimalne pole przekroju zbrojenia zszywającego określa się ze wzoru:

$$A_{s, \min} = 0,062 \sqrt{f_c'} \frac{b_i s}{f_y} \geq 0,35 \frac{b_i s}{f_y} \quad (5)$$

Według ACI 318–08 jedynym mechanizmem przenoszenia naprężeń ścinających jest tarcie przy ścinaniu z udziałem zbrojenia zszy-

**Tablica 3.** Warunki nośności dla styku zbrojonego wg ACI 318–08

Warunki ograniczające		Warunek nośności na podłużne ścinanie
Wartość siły ścinającej	Rodzaj powierzchni	
$V_u \leq 0,75 (3,5 b_i d)$	Gładka	$V_{nh} \leq 0,55 b_i d$
	Szorstka	$V_{nh} = (1,8 + 0,6 \rho_i f_y) b_i d$ $V_{nh} \leq 3,5 b_i d$
$V_u > 0,75 (3,5 b_i d)$	Gładka	$V_n = A_s f_y (\mu \sin \alpha + \cos \alpha)$ $V_n \leq \min \left\{ \begin{array}{l} 0,2 f_c' A_i \\ 5,5 A_i \end{array} \right\}$
	Szorstka	$V_n = A_s f_y (\mu \sin \alpha + \cos \alpha)$ $V_n \leq \min \left\{ \begin{array}{l} 0,2 f_c' A_i \\ (3,3 + 0,08 f_c') A_i \\ 11 A_i \end{array} \right\}$

**Tablica 4.** Zalecenia konstrukcyjne wg PN-84/B-03264

Warunek obliczeniowy	Zalecenia
$v_{Edi} \geq \min \left\{ \begin{array}{l} 4 f_{ctd} \\ 5 MPa \end{array} \right\}$	Należy zwiększyć szerokość b, płaszczyzny zespolenia
$v_{Edi} \geq 3 f_{ctd}$	Należy zastosować strzemiona ukośne nachylone do płaszczyzny zespolenia pod kątem $\alpha = \langle 45^\circ; 60^\circ \rangle$
$v_{Edi} < 2 f_{ctd}$	Jeżeli zastosowano powierzchnię z wrębami o głębokości minimalnej 10 mm i rozstawie odpowiadającym rozstawowi prętów zbrojenia poprzecznego, stopień zbrojenia $\rho$ można zmniejszyć o 20%
$v_{Edi} < 0,5 f_{ctd}$	Wystarczające jest zastosowanie zbrojenia konstrukcyjnego, według zasad analogicznych jak dla belek

wającego (shear friction). W tym celu sztucznie zawyżono wartości współczynnika tarcia  $\mu$ , aby zachować zgodność tego modelu z wynikami eksperymentalnymi.

### 2.4. Norma PN-84/B-03264

Powszechne wprowadzenie żelbetowych konstrukcji zespolonych do budownictwa przemysłowego w Polsce nastąpiło dzięki typizacji prefabrykowanych dźwigarów dachowych w połowie lat pięćdziesiątych minionego wieku. Większość żelbetowych hal przemysłowych przekrywano płytami panwiowymi pomiędzy którymi układano nadbeton zespolony z górnym pasem dźwigara dachowego. Kwintesencja ówczesnych warunków projektowych znalazła się w normie z 1984 roku [7]. Zasady konstruowania sty-

ków zespolenia prefabrykatu z nadbetonem zestawiono w tablicy 4. Stopień zbrojenia zszywającego odniesiony do powierzchni zespolenia można było obliczać według wzoru:

$$\rho = \frac{f_{ctd}}{f_{yd}} \left[ 0,4 + 0,25 \left( \frac{v_{Edi}}{f_{ctd}} \right)^2 \right] \quad (6)$$

### 2.5 Model Code 2010

Model Code 2010 dla konstrukcji żelbetowych [8] ma na celu nie tylko przekazanie zasad postępowania przy projektowaniu lecz również wskazuje trendy i konieczność podjęcia dalszych badań podsumowując jednocześnie obecny stan wiedzy. Charakterystyka pracy żelbetowych konstrukcji zespolonych opiera się na zjawiskach: adhezji, blokowania ziaren oraz

$$v_{Rdi} = \underbrace{0,09 k_c f_{ck}^{1/3}}_{\substack{\text{adhezja,} \\ \text{blokowanie kruszywa}}} + \underbrace{\mu \left( \kappa \rho f_{yd} + \frac{\sigma_n}{\gamma} \right)}_{\substack{\text{efekt} \\ \text{shear friction}}} + \underbrace{\alpha_F \sqrt{f_{yd} f_{cd}}}_{\substack{\text{efekt} \\ \text{dowel action}}} \leq \beta_c f_{cd} b_i \quad (7)$$

**Tablica 5.** Współczynniki do obliczania nośności elementów wzmacnianych wg Model Code 2010 [8]

Sposób przygotowania powierzchni	k <sub>c</sub>	κ	α <sub>F</sub>	β <sub>c</sub>	μ	
					f <sub>ck</sub> ≥20MPa	f <sub>ck</sub> ≥35MPa
Strumień wody pod wysokim ciśnieniem	2,3	0,5	0,9	0,5	0,8	1,1
Płaskowanie	0	0,5	1,0	0,4	0,7	
Powierzchnia gładka bez dodatkowych zabiegów	0	0	1,4	0,4	0,5	

**Tablica 6.** Porównanie metod normowych

Model normowy	Stopień zbrojenia zsywającego ρ [%]	Nośność elementu na ścinanie podłużne v <sub>Rdi</sub> dla ρ=0,22% [MPa]
ACI 318–89	0,220*)	2,46
Eurocode 2 PN-B-03264:2002	0,206	2,25
DIN 1045–1	0,311	1,55
PN-84/B-03264	0,242	–

\*) rzeczywisty stopień zbrojenia zsywającego

tarcia wraz z aktywacją zbrojenia zsywającego pracującego na rozciąganie. Wyróżniono tu również zjawisko *dowel action*, które opisuje nośność zbrojenia zsywającego na zginanie wynikającą z poślizgu powierzchni styku (co sygnalizowano np. w [9]). Pomimo dość precyzyjnego określenia poszczególnych składników nośności, nie można ich w prosty sposób sumować, uzyskując całkowitą nośność przekroju na podłużne ścinanie. Wynika to z faktu, że poszczególne zjawiska osiągają swoje maksima przy różnych wartościach poślizgu styku oraz są wzajemnie zależne. Dla styków zbrojonych z prawidłowo zakotwionym zbrojeniem w prefabrykacji oraz w nadbetonie model nośności MC2010 jest zbliżony z Eurocode 2 (pomija się efekt *dowel action*). Jednak przy modernizacji istniejących konstrukcji i wykonaniu zbrojenia w postaci łączników typu kołki, nośność styku oblicza się na podstawie wzoru (7). W związku z tym, że uaktywnienie efektu zginania zbrojenia zależy w dużej mierze od przygotowania powierzchni złą-

czy, postać wzoru (7) uzależniona jest od kolejnych współczynników podanych w tablicy 5.

### 3. Porównanie metod normowych w zakresie ilości zbrojenia zsywającego

Porównanie metod normowych w zakresie ilości zbrojenia zsywającego w styku zespolonym prefabrykatu z nadbetonem dokonano postępując się belką prefabrykowaną o przekroju 80 × 30 cm zespoloną z nadbetonem 40 × 19 cm ułożonym tydzień później niż wykonano prefabrykat (przykład z badań opisanych w pracy [10]). Rozpiętość belki wynosi 5,0 m. Belka o takim przekroju jest stosowana do oparcia płyt kanałowych typu HC lub SP. Części składowe belki zespolonej zaprojektowano z betonu C40/50, a strzemiona ze stali A III-N (Ø10 mm co 175 mm). Komplet danych geometrycznych i materiałowych znajduje się w referacie źródłowym [10]. Porównanie wykonano dla elementu o stopniu zbrojenia zsywającego 0,22%, który gwarantował osiągnięcie nośno-

ści elementu na zginanie (belka zachowała się jak quasi-monolityczna). W prefabrykacji wyprofilowano wręby o głębokości i szerokości 10 mm, rozmieszczone co 150 ÷ 180 mm. Do porównania obliczeniowego przyjęto charakterystykę złącza z wrębami. Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 6. Z zestawienia tego wynika, że poszczególne modele obliczeniowe dają zbliżone wyniki i ilość zbrojenia zsywającego. Znacząco odbiega jedynie model w DIN 1045–1. Podstawowa różnica wynika z nieuwzględnienia składnika adhezji. Nie rekompensuje tego nawet zastąpienie współczynnika tarcia zastępczym kotangensem kąta theta. Jest to jednak uproszczenie idące w stronę bezpieczną. Może jednak zaważyć potrzebną ilość zbrojenia zsywającego. Pozostałe modele obliczeniowe różnią się między sobą w niewielkim stopniu, na co wpływają głównie różnice w wartościach współczynnika adhezji oraz tarcia. Kompletnie porównanie modeli obliczeniowych wymaga jednak dokonania pełnej analizy z uwzględnieniem częściowych współczynników bezpieczeństwa. Przybierają one bowiem w poszczególnych normach różne wartości – począwszy od współczynników obciążeń po współczynniki materiałowe.

### 4. Podsumowanie

Normy projektowania konstrukcji żelbetonowych zakładają, że przy prawidłowym ukształtowaniu styku zespolenia, a co za tym idzie



spełnieniu warunków nośności na podłużne ścinanie, element możemy traktować jak jednorodny. Dotyczy to zarówno zasad obliczeń przekrojów normalnych, jak i ukośnych. Konstrukcje złożone z elementów o różnej wytrzymałości należy sprowadzać do przekroju jednorodnego odpowiednio do stosunku obliczeniowych wytrzymałości betonu elementów składowych. Podobnie sprawdzając zarysowanie i ugięcia należy uwzględnić różną odkształcalność betonu elementów składowych, wprowadzając do obliczeń przekrój zastępczy o wymiarach zależnych od stosunku modułów sprężystości nadbetonu i betonu prefabrykatu.

Większość modeli obliczeniowych oparta jest na zjawisku *shear friction*. Polega ono na tym, że w stanie granicznym nośności nastę-

puje przemieszczenie w styku zgodne z kierunkiem naprężeń ścinających, powodujące również rozwarcie styku będące wynikiem nierówności powierzchni [11]. Skutkuje to rozciąganiem prętów zszwyjących oraz pojawieniem się naprężeń ściskających w betonie dodatkowo aktywizujących tarcie.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] PN-B-03264:2002 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie  
 [2] PN-EN 1992-1-1: 2008 Eurokod 2 – Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.  
 [3] Godycki-Ćwirko T., Ścinanie – Rozdział 9. w Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Komentarz naukowy do PN-B-03264:2002 pod redakcją B. Lewickiego. Tom 1. Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 2005  
 [4] CEB-FIP Model Code 1990, Design Code. Comité Euro-International Du Béton, Thomas Telford Services Ltd. 1998

[5] DIN 1045-1 Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion.

[6] ACI 318M-08 Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-08) and Commentary. Reported by ACI Committee 318, 2008

[7] PN-84/B-03264 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie

[8] Model Code 2010 (First complete draft). International Federation for Structural Concrete (fib), Vol. 1 – Bulletin 55, Vol. 2 – Bulletin 56. Lausanne, 2010

[9] Kmieciak P., Kamiński M., Analysis of the Horizontal Shear Load Capacity of Concrete Composite Structures. Modern building materials, structures and techniques, Vol. 2, s. 691–696, Vilnius, 2010

[10] Tan K. H., Guan L. W., Lu X., Lim T. Y.; Horizontal Shear Strength of Indirectly Loaded Composite Concrete Beams. ACI Structural Journal, s. 533–538, July-August 1999

[11] Halicka A., Betonowe elementy zespolone – praca styku i mechanizmy zniszczenia. Konstrukcje betonowe – Badania, projektowanie, naprawa i eksploatacja. Vol. 1. Katedra Konstrukcji Betonowych Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2011

## Wybrane zagadnienia konstrukcyjne prefabrykowanych stropów typu Filigran

Dr inż. Maciej Minch, dr inż. Aleksander Trochanowski, dr inż. Jacek Boroń,  
Politechnika Wrocławska

### 1. Wprowadzenie

Strop typu Filigran jest uniwersalnym systemem stropów żelbetowych stosowanym w całej Europie. Jest to doskonałe rozwiązanie konstrukcyjne stropu prefabrykowanego, stosowane coraz szerzej w budownictwie przemysłowym, mieszkaniowym, wiejskim i ogólnym, nie ograniczające przy tym inwencji twórczej architektów. O ile w Europie stropy typu Filigran zostały wprowadzone na rynek w latach 1964–1965 (co opisano obszernie w artykule [1]), to w Polsce pierwsze informacje o tych stropach ukazały się dopiero w 1996 roku w Muratorze nr 10/96 w przeglądzie stropów. Kilka miesięcy później na targach Budma'97 pojawia się stoisko firmy FILIGRAN POLSKA Sp. z o.o., będącej filią niemieckiej firmy Filigran Tragersysteme.

W 1997 roku w Muratorze nr 8/97 [2] pojawił się obszerny artykuł na temat stropów Filigran. Trzeba

tutaj zaznaczyć, że w polskim środowisku budowlanym przyjęła się nazwa filigran jako typ stropu i nie należy tego utożsamiać ze znakiem handlowym FILIGRAN, który jest prawnie chroniony (dlatego np. w Niemczech używa się nazwy – stropy prefabrykowane z kratowniczkami stalowymi). Pomimo wszystko ten typ stropów nadal był mało znany i prawie niestosowany w Polsce. Autorzy artykułu po raz pierwszy spotkali się z tym rozwiązaniem realizując projekt konstrukcji Galerii Dominikańskiej we Wrocławiu (ok. 1998 roku) dla inwestora niemieckiego, który wymusił zastosowanie stropów typu filigran.

Obecnie stropy tego typu stały się rozwiązaniem powszechnym. Powstało w kraju wiele zakładów produkcji płyt prefabrykowanych z kratowniczkami stalowymi. Projektant ogranicza się do obliczeń stropu w wersji monolitycznej, natomiast projekt wykonawczy prefabrykatów opracowuje producent płyt