

# Obliczanie współczynników przenoszenia masy w kapilarno-porowatych materiałach budowlanych

Dr inż. Abdrahman Alsabry, Uniwersytet Zielonogórski

## 1. Wprowadzenie

Materiały budowlane takie jak ceramika, beton i kamienie naturalne charakteryzują się rozwiniętą powierzchnią wewnętrzną, a zjawiska powierzchniowe decydują o specyficznych cechach przepływów ciepła i wilgoci w cienkich warstwach cieczy. Złożone problemy wymiany ciepła, przepływu i adsorpcji wilgoci w tej grupie materiałów wymagają fizycznego ujęcia [1]. Możliwości takie daje termomechanika ośrodków wieloskładnikowych ujmująca łącznie wzajemnie oddziaływanie przepływów masy, ciepła i wywołanych przez nie naprężeń w materiałach kapilarno-porowatych [2]. Tej grupy problemów dotyczą podane przez [3, 4, 5, 6, 7] rozwiązania zagadnień fizyki przegród budowlanych.

Przy obliczeniach pola temperaturowo-wilgotnościowego (cieplno-wilgotnościowego) w materiałach konstrukcji budowlanych trzeba znać wartości współczynników przewodnictwa cieplnego, paroprzepuszczalności, przewodnictwa cieczy itd. Te współczynniki zależą od różnych czynników. Ustalenie wszystkich takich zależności drogą czysto eksperymentalną dla każdego materiału z osobna jest bardzo złożone. Dlatego racjonalne będzie przeprowadzenie badań teoretycznych, pozwalających ujawnić współzależności między wymienionymi współczynnikami oraz właściwościami cieplno-fizycznymi paropowietrznej mieszanki i wody, jak również niektórymi strukturalnymi i fizycznymi właściwościami materiału budowlanego. Takiego rodzaju współzależności pozwalają nie tylko ustalić zależności współczynników przenoszenia ciepła i wilgoci od temperaturowo-wilgotnościowego stanu materiału, lecz również w istotny sposób uprościć proces eksperymentalny definiowania tych współczynników.

W pracy [8] zaproponowano model obliczenia współczynnika przewodzenia wilgoci i współczynnika filtracji pod działaniem grawitacyjnych sił dla hydrofilnego kapilarno-porowatego materiału budowlanego, na podstawie danych o funkcji rozkładu objętości

porów według ich promieni, kąta zwilżalności materiału i gęstości materiału. Ponadto, wzięto pod uwagę gęstość, współczynnik natężenia powierzchniowego i lepkość dynamiczną cieczy. W tej pracy model ten jest udoskonalony z uwzględnieniem sorpcyjnego zwilżenia materiału; otrzymano analogiczne współzależności dla hydrofobowych materiałów; proponowana jest metoda otrzymania analitycznego wyrażenia dla funkcji rozkładu objętości porów według promieni na podstawie zasady maksymalnej entropii.

## 2. Równania kapilarnej dyfuzji z uwzględnieniem grawitacji

Niestacjonarne przemieszczenie cieczy w kapilarno-porowatych materiałach, jak wiadomo z prac [9, 10], opisuje się równaniem dyfuzji, które może być otrzymane na podstawie prawa zachowania masy cieczy:

$$\rho_0 \frac{\partial \omega}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{J} = 0 \quad (1)$$

gdzie:

$\rho_0$  – gęstość pozorna materiału w stanie suchym;

$\omega$  – masowa wilgotność materiału;

$\vec{J}$  – wektor gęstości strumienia wilgoci.

Zgodnie z [10], materiały kapilarno-porowate kształtowały się jak materiały mające kapilary na tyle małych rozmiarów, że wpływ w nich sił grawitacyjnych na ruch cieczy można pominąć. Przy tym wektor gęstości strumienia wilgoci zapisany jest następująco:

$$\vec{J} = -\beta'(\omega) \vec{\nabla} \omega \quad (2)$$

gdzie:

$\beta'(\omega)$  – współczynnik przewodzenia wilgoci, określony bez obliczenia sił grawitacji.

Jak będzie pokazane poniżej, przy uwzględnieniu sił grawitacji wyrażenie dla wektora gęstości strumienia wilgoci przyjmuje postać:

$$\vec{J} = \gamma(\omega) \vec{g} - \beta(\omega) \vec{\nabla} \omega \quad (3)$$

gdzie:

$\beta(\omega)$  – współczynnik przewodzenia wilgoci, określony przy uwzględnieniu sił grawitacji;

$\vec{g}$  – wektor przyspieszenia grawitacyjnego;

$\gamma(\omega)$  – współczynnik filtracji pod działaniem sił grawitacyjnych.

Dla eksperymentalnego określenia współczynnika  $\beta'(\omega)$  według metodyki Brilinga [9], próbkę materiału w postaci prostopadłościanu, uszczelnionego z bocznych stron wodoszczelnym kitem, ustawia się pionowo w wodoszczelnym naczyniu z wodą, której poziom powinien znajdować się nieco wyżej dolnej powierzchni próbki. Naczynie z próbką umieszcza się w warunkach stałej temperatury i wilgotności powietrza. Wilgoć nasącza próbkę do pewnego poziomu i wyparowuje ku górze przez pory. Prędkość zmiany masy układu mierzy się poprzez okresowe ważenie. Po ustaleniu stałych warunków przemieszczenia wilgoci w próbce, rozcina się ją wzdłuż na kilka równych części, waży każdą z części i w ten sposób określa się zależność  $\omega(x)$  (oś  $x$  skierowana pionowo do góry, wzdłuż wektora gęstości strumienia wilgoci). Współczynnik  $\beta'(\omega)$  wylicza się według wzoru:

$$\beta'(\omega) = -\frac{j}{d\omega/dx} \quad (4)$$

gdzie:

$j$  – rzut wektora gęstości strumienia wilgoci na oś  $x$ , określana po prędkości zmiany masy układu.

Z równań (2), (3) i (4) nietrudno stwierdzić, że przy takiej metodyce określania współczynnika przewodzenia wilgoci wielkości  $\beta'(\omega)$ ,  $\beta(\omega)$ ,  $\gamma(\omega)$  i  $j$  związane są stosunkiem:

$$\beta'(\omega) = \frac{\beta(\omega)}{1+\gamma(\omega)g/j} \quad (5)$$

Z relacji (5) widać, że mierzone według metodyki Brilinga wartości  $\beta'(\omega)$  są trochę zanizone w porównaniu z realnymi wartościami współczynnika przewodzenia wilgoci  $\beta(\omega)$ , określane z uwzględnieniem sił grawitacji. Ten efekt najbardziej wyraziście przejawia się w gruboporowatych materiałach o dużych wartościach wilgotności.

### 3. Podstawowe współzależności dla współczynników przenoszenia

Funkcja rozkładu objętości porów według promieni będzie zapisana w następujący sposób:

$$\int_0^\infty f_V(r) dr = \Pi \quad (6)$$

gdzie:  $f_V(r)$  – różniczkowa funkcja rozkładu objętości porów według promieni,

$\Pi$  – integralna (strukturalna) porowatość (stosu-

nek objętości wzajemnie komunikujących się porów materiału do objętości całego materiału).

Przy pomiarze i wykorzystaniu funkcji rozkładu objętości porów według promieni wykorzystuje się model, przedstawiający kapilary i pory materiału w kształcie równoległych cylindrycznych rurek kolistego przekroju. Później będziemy wykorzystywać ten model, mając jednak na uwadze, aby kapilary były połączone ze sobą i przebiegały w różnych kierunkach.

Jak wiadomo, kapilarno-porowate materiały budowlane posiadają zdolność utrzymywania wilgoci w postaci cienkich sorpcyjnych błon na ściankach kapilarów i porów. Wilgoć w sorpcyjnej błonie, utrzymywana przez molekularne siły połączenia z substancją, nie przemieszcza się przy masowych wilgotnościach materiału o określonej wartości, którą oznaczmy  $\omega_c$ . W charakterze wielkości  $\omega_c$  można wykorzystać wartość sorpcyjną wilgotności materiału przy względnej wilgotności powietrza w jego porach, równej 80%. Grubość sorpcyjnej błony przy wilgotności  $\omega_c$  oznaczmy  $r_c$ . Sorpcyjna wilgoć zajmuje wszystkie kapilary z promieniami mniejszymi niż  $r_c$  i pokrywa ścianki pozostałych kapilarów warstwą o grubości  $r_c$ , dlatego tworzy się zależność:

$$\omega_c(r_c) = \frac{\rho_w}{\rho_0} \left( \int_0^{r_c} f_V(r) dr + \int_{r_c}^\infty f_V(r) \left( 2 \frac{r_c}{r} - \left( \frac{r_c}{r} \right)^2 \right) dr \right) \quad (7)$$

gdzie:  $\rho_w$  – gęstość cieczy

Ponieważ funkcja  $\omega_c(r_c)$  jest monotonicznie wzrastająca, istnieje funkcja do niej odwrotna:

$$r_c = r_c(\omega_c) \quad (8)$$

Przy wilgotnościach, dużych  $\omega_c$ , błonę o grubości  $r_c$  przy ściankach kapilarów będziemy uważać za nieruchomą. Ciśnienie cieczy w kapilarze z promieniem  $r \geq r_c$  wylicza się według wzoru:

$$p_k = -\frac{2\sigma \cos\phi}{r-r_c} + p_a \quad (9)$$

gdzie:

$p_k$  – ciśnienie cieczy pod meniskiem w kapilarze promienia  $r$ ;  $\sigma$  – współczynnik napięcia powierzchniowego cieczy;  $\phi$  – kąt zwilżenia;  $p_a$  – ciśnienie atmosferyczne.

Jeżeli kilka menisków płynu w danym odcinku materiału będzie mieć różne promienie, to, jak wynika z (9), między tymi meniskami powstanie nadmierny gradient ciśnienia. Z równań ruchu lepkiego niesprężonego cieczy wynika, że wektor przyspieszenia cieczy będzie skierowany w stronę przeciwną wektorowi nadmiernego gradientu ciśnienia. To oznacza, że w danym odcinku materiału ciecz dąży do zajęcia tych kapilarów, w których jej ciśnienie będzie minimalne. W rezultacie ciśnienie cieczy w danym niedu-

zym wycinku materiału będzie wzorowo stałe i równe

$$p = -\frac{2\sigma\cos\varphi}{r_\omega - r_c} + p_a \quad (10)$$

gdzie:

$p$  – ciśnienie cieczy w danym wycinku;  $r_\omega$  – promień kapilarów, utrzymujących meniski płynu. Jak będzie pokazane poniżej, ten promień jednoznacznie określa się wilgotnością wycinka materiału  $\omega$ .

W hydrofilowym materiale, dla którego  $\cos\phi > 0$ , ciśnienie cieczy spada wraz ze zmniejszaniem promienia kapilary zgodnie z formułą (9), dlatego można twierdzić, że w danym niewielkim wycinku materiału ruchliwa ciecz zajmuje wszystkie kapilary z promieniami mniejszymi  $r_\omega$ .

Biorąc pod uwagę, że ścianki pozostałych kapilarów pokryte są sorpcyjną warstwą o grubości  $r_c$ , wilgotność hydrofilnego materiału można wyliczyć według wzoru:

$$\omega(r_\omega) = \omega_c + \frac{\rho_w}{\rho_0} \int_{r_c}^{r_\omega} f_V(r) \left(1 - \frac{r_c}{r}\right)^2 dr \quad (11)$$

W hydrofobowym materiale, dla którego  $\cos\phi < 0$ , ciśnienie cieczy zgodnie z (9) spada wraz z powiększeniem promienia kapilary. Dlatego w takim materiale ruchliwa ciecz będzie zajmować wszystkie kapilary z promieniami dużymi  $r_\omega$ . Dla hydrofobowego materiału mamy zależność:

$$\omega(r_\omega) = \omega_c + \frac{\rho_w}{\rho_0} \int_{r_c}^{r_\omega} f_V(r) \left(1 - \frac{r_c}{r}\right)^2 dr \quad (12)$$

Różniczkując zależności (11) i (12), otrzymamy

$$\frac{d\omega(r_\omega)}{dr_\omega} = \pm \frac{\rho_w}{\rho_0} f_V(r_\omega) \left(1 - \frac{r_c}{r_\omega}\right)^2 \quad (13)$$

gdzie znak plus odpowiada hydrofilnemu materiałowi, a minus – hydrofobowemu.

Jak widać ze wzoru (13), funkcja  $\omega(r_\omega)$  dla hydrofilnych materiałów powoli wzrasta, a dla hydrofobowych – powoli opada, dlatego z (11) lub (12) można znaleźć odwrotną do niej funkcję

$$r_\omega = r_\omega(\omega) \quad (14)$$

Jeżeli wilgotność materiału zmienia się z odcinka na odcinek, to jednocześnie zmienia się i jednoznacznie określany przez nią promień  $r_\omega$ , a razem z nim – i ciśnienie  $p$  zgodnie z (10). W rezultacie powstającego gradientu ciśnienia, jak również działania sił grawitacji, ciecz przechodzi w ruch. Dla opisu takiego ruchu skorzystamy z już opracowanej teorii filtracji przez porowate środowiska.

Prędkość filtracyjnego ruchu określa się zgodnie z prawem Darsi [11]:

$$\vec{v} = \frac{K_f}{\eta} (\rho_w \vec{g} - \vec{\nabla} p) \quad (15)$$

gdzie:

$\vec{v}$  – prędkość filtracyjnego ruchu cieczy;

$K_f$  – współczynnik (filtracji) przepuszczalności;  $\eta$  – dynamiczna lepkość cieczy.

Współczynnik (filtracji) przepuszczalności dla modelowych materiałów z kapilarami kolistego przekroju poprzecznego można wyliczyć według wzoru Kozeni [11]:

$$K_f = \frac{\Pi^3}{2\xi S_v^2} \quad (16)$$

gdzie:

$\Pi$  – integralna porowatość materiału,

$S_v$  – właściwa powierzchnia (pole powierzchni kapilarów w jednostce objętości materiału),

$\xi$  – bezrozmiarowy współczynnik, charakteryzujący krętość kapilarów.

Wzór (16) był otrzymany w założeniu, że wszystkie kapilary materiału są zapełnione cieczą. Dla zastosowania wzoru (16) do rozpatrywanego procesu kapilarnej dyfuzji konieczne trzeba uwzględnić, że ruchomym płynem zapełniona jest tylko część kapilarów. Dlatego wielkości  $\Pi$ ,  $S_v$ ,  $\xi$  i  $K_f$  należy uważać za funkcje od wilgotności.

Uwzględniając (10), jak również, że  $\vec{j} = \rho_w \cdot \vec{v}$  i  $\eta = \rho \cdot \nu$  zamiast (15) otrzymamy:

$$\vec{j} = \frac{K_f(\omega)}{\nu} \left( \rho_w \cdot \vec{g} - \frac{2\sigma\cos\varphi}{(r_\omega - r_c)^2} \vec{\nabla} r_\omega \right) \quad (17)$$

gdzie:

$\nu$  – kinematyczna lepkość płynu.

Rozważając stosunek (13) i (14), otrzymamy z (17) wyrażenie dla gęstości strumienia płynnej wilgoci:

$$\vec{j} = \frac{\Pi^3(\omega)}{2\nu\xi(\omega)S_v^2(\omega)} \cdot \left( \rho_w \cdot \vec{g} - \frac{2\sigma|\cos\varphi|\rho_0 r_\omega^2(\omega)}{\rho_w f_V(r_\omega(\omega))(r_\omega(\omega) - r_c)^4} \vec{\nabla} \omega \right) \quad (18)$$

Funkcja  $\Pi(\omega)$  przedstawia względną objętość ruchomego płynu:

$$\Pi(\omega) = \frac{\rho_0}{\rho_w} (\omega - \omega_c) \quad (19)$$

Funkcja  $S_v(\omega)$  równa jest właściwemu polu powierzchni stykania się ruchomego płynu z sorpcyjną błoną i może być wyliczona według wzorów:

$$S_v(r_\omega) = 2 \int_{r_c}^{r_\omega} \frac{f_V(r)}{r} \left(1 - \frac{r_c}{r}\right) dr \quad (20)$$

dla hydrofilowego materiału

$$S_v(r_\omega) = 2 \int_{r_\omega}^{\infty} \frac{f_V(r)}{r} \left(1 - \frac{r_c}{r}\right) dr \quad (21)$$

dla hydrofobowego materiału.

Jak pokazano w [11], krętość materiału  $\xi$  można znaleźć według wzoru:

$$\xi = \frac{\mu_p}{\mu} \Pi \quad (22)$$

gdzie:

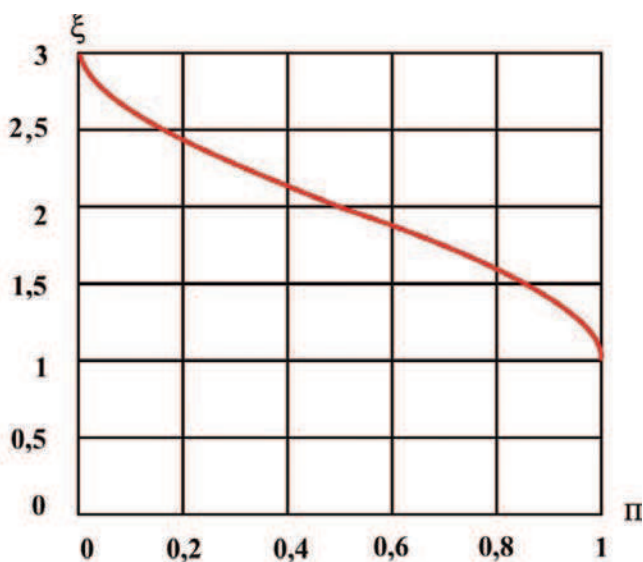
$\mu$  i  $\mu_p$  – współczynniki przepuszczalności pary odpowiednio: materiału i powietrza.

Skorzystamy z zaproponowanej w [12] zależności  $\mu = \mu(\Pi)$ :

$$\mu(\Pi) = \mu_p \left( \frac{1}{2} + \sin \left( \frac{\arcsin(2\Pi(\omega)-1)}{3} \right) \right)^2 \quad (23)$$

W rezultacie dochodzimy do wzoru:

$$\xi(\Pi(\omega)) = \frac{\Pi(\omega)}{\left( \frac{1}{2} + \sin \left( \frac{\arcsin(2\Pi(\omega)-1)}{3} \right) \right)^2} \quad (24)$$



**Rys. 1.** Zależność współczynnika krętości  $\xi$  od porowatości materiału  $\Pi$  zgodnie ze wzorem (24)

Za pomocą eksperymentów, po filtracji płynu przez porowate środowisko stwierdzono [13], że współczynnik krętości  $\xi$  jest równy 2,5 dla większości materiałów budowlanych. Jak widać na rysunku 1, ta wartość odpowiada wartości przewidzianej we wzorze (24), przy porowatości materiału równej 15,6%.

Porównując (18) z (3), i biorąc pod uwagę zależność (14), ostatecznie otrzymujemy poszukiwane wzory dla współczynników:

$$\beta(\omega) = \left( \frac{\rho_0}{\rho_w} \right)^4 \cdot \frac{\sigma |\cos \phi| (\omega - \omega_c)^3 r_{\omega}^2(\omega)}{v \xi(\omega) S_v^2(r_{\omega}(\omega)) f_v(r_{\omega}(\omega) - r_c)^4} \quad (25)$$

$$\gamma(\omega) = \frac{\rho_0^3 (\omega - \omega_c)^3}{2 \rho_w^2 v \xi(\omega) S_v^2(r_{\omega}(\omega))} \quad (26)$$

gdzie funkcje  $S_v(r_{\omega})$  i  $\xi(r_{\omega})$  kształtują się w odpowiednio z (20) lub (21) i z (24).

### 3. Rozkład porów według promieni

Dla obliczenia współczynników przenoszenia płynnej wilgoci według wzorów (25) i (26) trzeba mieć dane o funkcji podziału objętości porów według promieni. Określenie tej funkcji eksperymentalnym sposobem jest dość kosztowne. Dlatego należy szukać analitycznego rodzaju funkcji podziału objętości porów według promieni. Wykorzystywana w [14] funkcja, otrzymana na podstawie logarymicznie normalnego prawa rozkładu ilości porów na promieniach, jest niedostatecznie teoretycznie uzasadniona i jest, najwidoczniej, dopasowana w sposób empiryczny zależnością zawierającą parametr, który nie ma bezpośredniego fizycznego sensu.

Dla zbudowania analitycznego wzoru dla funkcji rozkładu trzeba wprowadzić pewne przypuszczenia względnie porowatej struktury materiału. A mianowicie, będziemy uważać wszystkie kapilary mające jednaki kształt w formie walców, wysokości których są proporcjonalne do ich promieni ze stałym współczynnikiem proporcjonalności  $k$ . W ten sposób, objętość kapilara z promieniem  $r$  jest równa  $k\pi r^3$ .

Określimy częstościową funkcję podziału porów na promieniach  $f(r)$  w taki sposób, że  $f(r)dr$  równa się stosunkowi ilości porów, których promienie leżą w granicy od  $r$  do  $r+dr$ , do ogólnej ilości porów. Oczywiście, że funkcja  $f(r)$  przedstawia gęstość podziału prawdopodobieństwa przypadkowej wielkości  $r$ , przy czym

$$\int_0^{\infty} f(r) dr = 1 \quad (27)$$

Przypuśćmy także, że znana jest średnia objętość porów, lub znana jest ilość porów i ich objętość w danej części materiału:

$$\int_0^{\infty} k\pi r^3 f(r) dr = k\pi r_{cp}^3 \quad (28)$$

gdzie  $r_{cp}$  – promień pora ze średnią objętością.

Dla każdego podziału prawdopodobieństw można wyliczyć jego entropię  $H$  zgodnie ze wzorem [15, 16]:

$$H = - \int_0^{\infty} f(r) \ln f(r) dr \quad (29)$$

Entropię można rozumieć z matematycznego punktu widzenia jako miarę apriorycznej nieokreśloności pomiaru wielkości  $r$ , z fizycznego punktu widzenia – jako miarę chaotyczności układu. W fizyce prawo wzrastania entropii z czasem znane jest jako drugi początek termodynamiki.

Odnotujmy, że dla przypadkowej wielkości, rozłożonej po obwodzie końcowych rozmiarów, entropia będzie maksymalna (przy braku dodatkowych warunków) w przypadku równomiernego rozkładu. Na przykład, w procesie przygotowania masy betonowej funkcja podziału jakiegoś komponentu (na przykład drobne-



go wypełniacza) w objętości mieszanki będzie dążyć do równomiernej, według zasady wzrostu entropii. Będziemy szukać funkcję  $f(r)$ , mającą maksymalną entropię, wśród wszystkich funkcji spełniających warunki (27) i (28). Entropia  $H$  funkcji  $f(r)$  będzie maksymalna, jeżeli dla wszystkich funkcji typu  $f(r) + \delta f(r)$  entropia będzie mniejsza niż  $H$ . Innymi słowy, wariacja entropii  $\delta H$  powinna być minusowa:

$$\delta H = - \int_0^\infty (f(r) + \delta f(r)) \ln(f(r) + \delta f(r)) dr + \int_0^\infty f(r) \ln f(r) dr \leq 0 \quad (30)$$

gdzie  $\delta f(r)$  – zmiana funkcji  $f(r)$ . Podstawiając w (27) i (28) zamiast  $f(r)$  funkcję  $f(r) + \delta f(r)$  i wykorzystując z otrzymanych wyrażeń wzory (27) i (28), otrzymamy:

$$\int_0^\infty \delta f(r) dr = 0 \quad (31)$$

$$\int_0^\infty k \pi r^3 \delta f(r) dr = 0 \quad (32)$$

Uważając wariację  $\delta f(r)$  za małą w porównaniu z funkcją  $f(r)$ , rozłożymy wzór (30) dla  $\delta H$  w szereg kolejno  $\delta f(r)$ , biorąc pod uwagę (31):

$$\delta H = - \int_0^\infty \left( \ln f(r) \delta f(r) + \frac{\delta f^2(r)}{2f(r)} \right) dr \quad (33)$$

Drugi składnik pod całką ma minusowy przyrost entropii. Żeby wariacja entropii zawsze była minusowa, całka od pierwszego składnika w (33) powinna być równa zero. Jak widać z (31) i (32), wystarczy aby spełnić warunek:

$$\ln f(r) = C_1 + C_2 r^3 \quad (34)$$

gdzie:

$C_1$  i  $C_2$  – pewne stałe.

Stałe  $C_1$  i  $C_2$  nietrudno znaleźć w zależnościach (27) i (28). W rezultacie otrzymujemy poszukiwane wyrażenie dla częstotściowej funkcji:

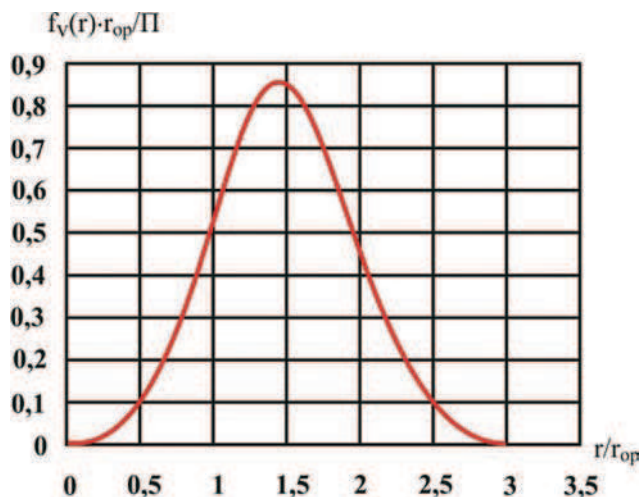
$$f(r) = 3 \frac{\Gamma^{1/3}(4/3)}{\Gamma^{4/3}(1/3) r_{cp}} \exp\left(-\frac{r^3}{3r_{cp}^3}\right) \quad (35)$$

gdzie:  $\Gamma(x)$  – funkcja gamma [17].

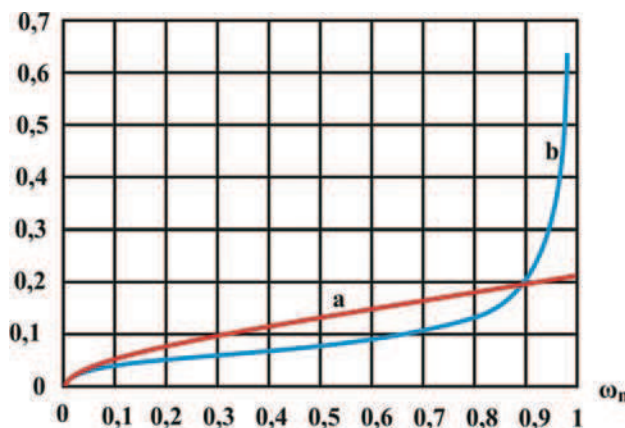
Jak wynika z (6), wielkość  $f_v(r) dr$  równa jest objętości porów z promieniami, leżącymi w granicach od  $r$  do  $r + dr$ , w jednostce objętości materiału. Uwzględniając (28), otrzymamy z (35) wyrażenie dla funkcji podziału objętości porów na promieniach:

$$f_v(r) = 3 \frac{\Gamma^{1/3}(4/3)}{\Gamma^{4/3}(1/3)} \Pi \frac{r^3}{r_{cp}^4} \exp\left(-\frac{r^3}{3r_{cp}^3}\right) \approx 0,776 \Pi \frac{r^3}{r_{cp}^4} \exp\left(-\frac{r^3}{3r_{cp}^3}\right) \quad (36)$$

wykres której przedstawiony jest na rysunku 2.



Rys. 2. Wykres funkcji  $f_v(r)$



Rys. 3. Grafiki funkcji  $a(\omega_n)$  i  $b(\omega_n)$

#### 4. Obliczenie współczynników za pomocą funkcji przy zadanej wilgotności

Jak pokazuje teoretyczna analiza, po podstawieniu wzoru (36) w relacji ze współczynnikami  $\beta(\omega)$  i  $\gamma(\omega)$ , przy małych wartościach  $\omega_c$ , zależności tych współczynników od parametrów cieczy i materiału przybierają postać:

$$\gamma(\omega) = \frac{\rho_0(\omega - \omega_c) r_{cp}^2}{v \xi(\omega)} a(\omega_n) \quad (37)$$

$$\beta(\omega) = \frac{\rho_0 \sigma |\cos \varphi| r_{cp}}{\rho_* v \xi(\omega)} b(\omega_n) \quad (38)$$

gdzie:

$a(\omega_n)$  i  $b(\omega_n)$  – bezrozmiarowe funkcje od przytoczonej wilgotności materiału  $\omega_n$ :

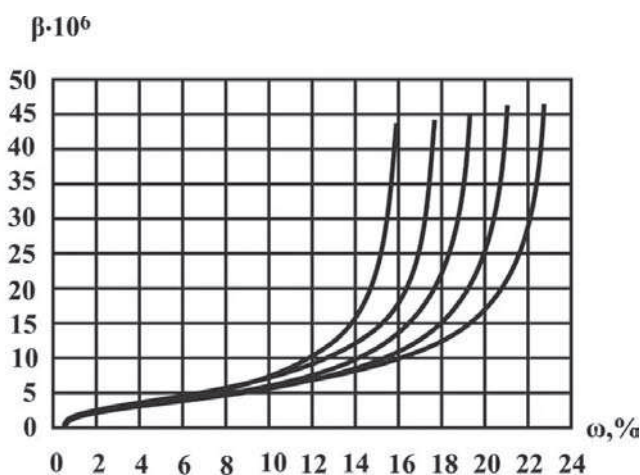
$$\omega_n = \frac{\rho_0(\omega - \omega_c)}{\rho_* \Pi - \rho_0 \omega_c} \quad (39)$$

która zmienia się w granicach od 0 do 1.

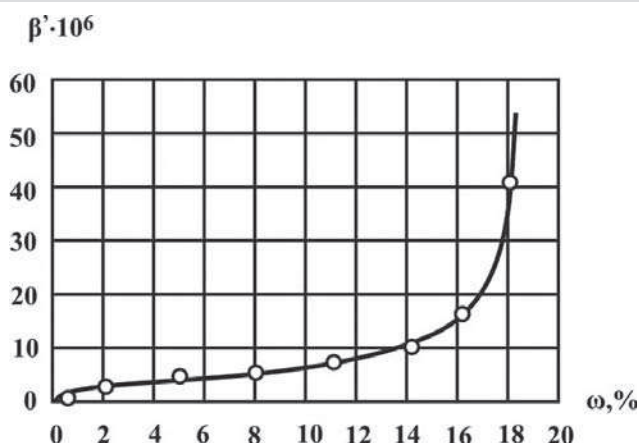
Na rysunku 3 przedstawione są wzory funkcji  $a(\omega_n)$  i  $b(\omega_n)$  dla hydrofilnego materiału, za pomocą których można wyliczyć współczynniki przeniesienia w zależności od wilgotności według wzorów (37)–(39).

### 5. Rezultaty obliczeniowego eksperymentu

Z wykorzystaniem danych dotyczących ceramiki budowlanej przeprowadzony został obliczeniowy eksperyment, który pokazał, że modyfikacja wartości porowatości, średniego promienia porów cosinusa granicznego kąta zwilżania i gęstości strumienia doprowadza do istotnej zmiany (2–4 razy) wartości współczynnika przewodnictwa wilgoci  $\beta'(\omega)$  i  $\beta(\omega)$ . Jako przykład na rysunku 4 pokazano zależność  $\beta(\omega)$  od porowatości  $\Pi$ .



**Rys. 4.** Zależność współczynnika przewodnictwa wilgoci  $\beta(\omega)$  od porowatości  $\Pi$ . 1 –  $\Pi=28\%$ ; 2 –  $\Pi=31\%$ ; 3 –  $\Pi=34\%$ ; 4 –  $\Pi=37\%$ ; 5 –  $\Pi=40\%$



**Rys. 5.** Wykres funkcji  $\beta'(\omega)$  dla cegły ceramicznej

Na rysunku 5 pokazano uogólnione eksperymentalne dane (oznaczone kółeczkami) dla cegły ceramicznej o gęstości  $\rho_0=1700\text{kg/m}^3$ [9] w porównaniu z obli-

zeniami (linia ciągła) otrzymanymi w oparciu o funkcję podziału (36). Wartość parametrów  $\Pi=31,7\%$ ,  $r_{cp}=1,24\cdot 10^{-8}\text{ m}$ ,  $\cos\phi=0,156$ ,  $j=4,98\cdot 10^{-7}\text{ kg/m}^2\cdot\text{s}$  zostały otrzymane poprzez ujmowanie w tabelę (tabelaryzowanie).

### 6. Podsumowanie

Rezultaty obliczeniowego eksperymentu pokazują, że opracowany teoretyczny opis procesu kapilarnej dyfuzji w materiałach budowlanych przy zadanych znaczeniach parametrów materiału i cieczy pozwala dosyć dokładnie wyliczać współczynniki przeniesienia wilgoci.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] Kubik J., Przepływ wilgoci w materiałach budowlanych. Opole 2000
- [2] Alsabry A., Zybura A., Application of thermomechanics equations in describing chloride extra action from concrete. Transp. Porous. Med. 2008, 72, 139–156
- [3] Haupl P., Stopp K., Feuchttransport in Baustoffen Und Bauwerksteilen, Luft-und Kältetechnik 4, 1983, 1, 2, 1984
- [4] Klemm P., i in., Fizyka materiałów I konstrukcji materiałowych, t.2, Politechnika Łódzka, Łódź 1994
- [5] Pogorzelski J. A., Fizyka cieplna budowlania, PWN, Warszawa 1976
- [6] Wyrwał J., Ruch wilgoci w porowatych materiałach i przegrodach budowlanych (praca habilitacyjna), WSI Opole, Studia i monografie z. 31, Opole 1989
- [7] Gawin D., Schrefler B. A., Thermo-hydro-mechanical analysis of partially saturated porous materials, Engineering Computations, vol. 13, No 17, s. 113–143, 1996
- [8] Alsabry A., Prognozowanie mrozoodporności w ceramice ściennej na podstawie parametrów przenoszenia wilgoci, Przegląd Budowlany 2010, nr 12, s. 34–40.
- [9] Fokin K. F., Budowlana technika cieplna zabezpieczających części budynków.- M.: Strojizdat, 1973, s. 287
- [10] Łykowski A. W. Teoretyczne początki budowlanej fizyki cieplnej. – Mn.: Wyd-wo Akad. Nauk BZSR, 1961, s. 520
- [11] Łykowski A. W., Wymiana ciepła i masy (Poradnik). – M. Energia, 1978, s. 480
- [12] Afonin A. W., Rachunek przepuszczalności pary porowatych materiałów metodą analogii // Sb. prac Międzynar. nauk. – prakt. konf. Cementy pęczniące, betony i samonapinające się konstrukcje/Pod Red. prof. W. W. Tura – Brześć: BPTU, 2001, s. 200, s. 151–155
- [13] Łykowski A. W., Wymiana ciepła i masy (Poradnik). – M. Energia, 1971, s. 560
- [14] Ait-Mokhtar A., Amiri O., Sammarlino S., Analytic modelling and experimental study of the porosity and permeability of porous medium – application to cement mortars and granitic rock // Magazine of Concrete Research, 1999. 51, No. 6. Dec. 391–396
- [15] Korn R., Korn T., Poradnik z matematyki dla pracowników naukowych i inżynierów. – M.: 1970, s. 720
- [16] Marpl.-mł. S. L., Cyfrowa widmowa analiza i jej załączniki. ~ M.: Mir, 1990, s. 584
- [17] Janke J., Emde F., Lesz F., Specjalne funkcje (Wzory, tablice, wykresy). – M.: 1968, s. 344