



Praca strzemion w elementach sprężonych w świetle badań eksperymentalnych

Mgr inż. Jacek Sokołowski, dr inż. Marek Wesołowski, Politechnika Gdańska

1. Wprowadzenie

Niemal od zarania teoretycznych rozważań dotyczących właściwości konstrukcji żelbetowych problematyka ich zachowania się w strefach przypodporowych była sprawą ważną, niemal pierwszoplanową, której odbicie można znaleźć już w podstawowej, klasycznej już dziś pracy E. Mörscha [1]. W późniejszym okresie za fundamentalne w tej dziedzinie należałoby uznać badania F. Leonhardta i R. Walthera, znane w literaturze pod nazwą badań stuttgardzkich [2]. Stosunkowo obszerne dyskusje dotyczące zagadnień ścinania toczyły się w ostatnich latach, zwłaszcza w Europie (a także w Polsce), w związku z wprowadzaniem do praktyki projektowej norm europejskich (Eurokodów), w tym Eurokodu 2 dotyczącego konstrukcji z betonu. Odbiciem tego było również szereg prac prezentowanych z tego zakresu, także na konferencjach krynickich, czego przykładem mogą być prace [3, 4, 5, 6, 7]. Nawiązywały one bezpośrednio do normy europejskiej (w jej początkowej wersji [8], jak też w wersji końcowej, która ma obecnie status normy polskiej [9]), krajowej [10], a także normy niemieckiej [11].

Znacznie mniej prac dotyczących problematyki ścinania znaleźć można w odniesieniu do konstrukcji sprężonych, zwłaszcza ze sprężeniem częściowym [12, 13]. Z opracowań polskich na szczególną uwagę zasługują badania przeprowadzone w Politechnice Łódzkiej w latach 1983–1986 [14], które obejmowały 32 belki o pełnym

i częściowym sprężeniu, przy zastosowaniu cięgien z przyczepnością. Końcowym, podsumowującym wynikiem tych badań była półempiryczna metoda obliczania nośności granicznej strefy przypodporowej belek częściowo sprężonych bez udziału strzemion, która została zaprezentowana w roku 1986 na Kongresie FIP w Delhi [15]. W dalszej kolejności problem ścinania elementów częściowo sprężonych zbrojonych strzemionami został przedstawiony w pracy [16].

Początkowo dość powszechnie uważano, że belki sprężone zachowują się, z uwagi na ścinanie, mniej korzystnie niż zwykłe belki żelbetowe. Dopiero badania przeprowadzone w Stuttgarcie [17], Delft i Zurychu [18] jednoznacznie wykazały, że jest wręcz przeciwnie.

W artykule przedstawiono niektóre wyniki uzyskane z własnych badań eksperymentalnych [19] dotyczących elementów częściowo sprężonych, przy czym w pracy skupiono się na naprężeniach w zbrojeniu poprzecznym w kontekście zarysowania strefy przypodporowej.

2. Wytyżenie strzemion w strefie przypodporowej

Klasyczna koncepcja Mörscha opierająca się na analogii kratownicowej, pozwala na obliczenie naprężeń w strzemionach strefy przypodporowej według zależności

$$\sigma_s = \frac{\tau}{\rho_w} \quad (1)$$

natomiast naprężenia styczne τ wyznacza się ze wzoru

$$\tau = \frac{V}{b_w \cdot z} \quad (2)$$

W powyższych wzorach ρ_w oznacza stopień zbrojenia poprzecznego, b_w – szerokość elementu, natomiast z – ramię sił wewnętrznych.

Jak wynika z badań eksperymentalnych [2], naprężenia w strzemionach są niejako „opóźnione” (przesunięte) w stosunku do przewidywań modelu kratownicowego, a miarą tego przesunięcia są naprężenia styczne odpowiadające pojawieniu się pierwszej rysy ukośnej. W świetle powyższego, skorygowana postać wzoru jest następująca:

$$\sigma_s = \frac{\tau - \tau_{cr}}{\rho_w} \quad (3)$$

przy czym τ_{cr} oznacza naprężenia styczne, odpowiadające w/w ukośnej sile rysującej.

Powyzsze zależności obowiązują przy przyjęciu średniego kąta nachylenia rysy ukośnych pod kątem 45° (co postulował sto lat temu Mörsch w swoim modelu). Uogólniając powyższe zależności na dowolny kąt nachylenia rysy ukośnej β_r , otrzymuje się wyrażenie w postaci

$$\sigma_s = \frac{\tau - \tau_{cr}}{\rho_w} \cdot \tan \beta_r \quad (4)$$

Badania eksperymentalne wielu autorów wskazały przy tym, że po zarysowaniu ukośnym tempo narastania naprężeń w zbrojeniu poprzecznym jest w miarę zgodne z przewidywaniami modelu kratownicowego. To spostrzeżenie legło początkowo (w roku 1992) u podstaw wymiarowania na ści-



nianie w normie europejskiej [8] w postaci tzw. metody standardowej, od której ostatecznie odstąpiono na rzecz metody uzmiennionego kąta nachylenia betonowych krzyżulców ściskanych (co opisano szerzej w pracy [7]).

Z powyższych rozważań wynika, że kluczową sprawą dla prawidłowego rozeznania rzeczywistego wyężenia zbrojenia poprzecznego w strefach przypodporowych jest znajomość poprzecznej siły rysującej V_{cr} , która w świetle równania (2) determinuje wielkość adekwatnych naprężeń stycznych τ_{cr} . W świetle postanowień Eurokodu 2 dla elementów sprężonych w obszarach zarysowanych, siłę tę wyznacza się ze wzoru:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (5)$$

przy czym

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_C} \quad (6)$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \quad (7)$$

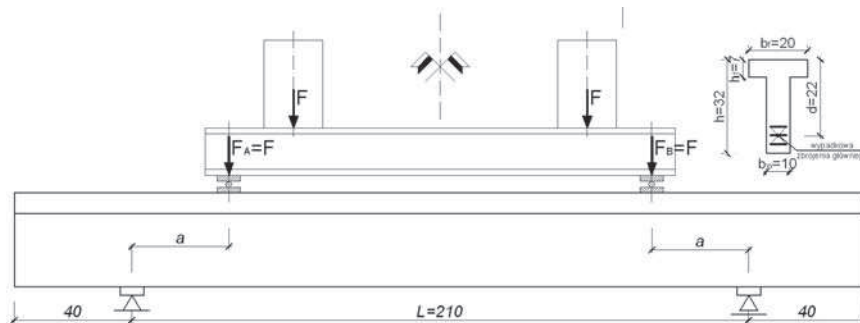
natomiast w obszarach niezarysowanych obowiązuje relacja nawiązująca do stanu sprężystego:

$$V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w}{S} \cdot \sqrt{f_{ctd}^2 + \sigma_l \cdot \alpha_{cp} \cdot f_{ctd}} \quad (8)$$

W powyższych wzorach ściskające naprężenia normalne σ_{cp} są efektem działającej w przekroju siły sprężającej oraz ewentualnej zewnętrznej siły ściskającej.

3. Charakterystyka badanych elementów

Badaniom eksperymentalnym przeprowadzonym w Regionalnym Laboratorium Budownictwa Politechniki Gdańskiej poddano łącznie 42 elementy, w tym 18 belek sprężanych cięgnami bez przyczepności, 18 belek sprężonych cięgnami z przyczepnością i 6 żelbetowych



Rys. 1. Schemat statyczny i charakterystyka geometryczna badanych belek

belek świadków. Połowa belek nie miała zbrojenia poprzecznego, natomiast pozostałe zbrojone były dwuciętymi strzemionami $\varnothing 6$ mm w rozstawie 10 cm. Geometrię i schemat statyczny badanych elementów przedstawiono na rysunku 1.

Parametrami zmiennymi były: smukłość ścinania a/d , która wynosiła 1,5; 2,5; 3,5 oraz stopień sprężenia λ , który był równy odpowiednio: 0,00 (belki żelbetowe) 0,33; 0,66; 1,00 (pełne sprężenie). Stopień sprężenia określono jako stosunek iloczynu pola rozciąganej stali sprężającej A_p i jej wytrzymałości $f_{p,0,2}$ do sumy iloczynów przekrojów stali pasywnej A_s i sprężającej pomnożonej przez odpowiednie wytrzymałości $f_{p,0,2}$ i f_{sy}

$$\lambda = \frac{A_p \cdot f_{p,0,2}}{A_p \cdot f_{p,0,2} + A_s \cdot f_{sy}} \quad (9)$$

Aby zachować niezmienną nośność elementów na zginanie przy zmianie intensywności sprężenia, pojedyncze cięgna sprężające zastąpiły adekwatne do siły zrywającej pręty zbrojone. Jednemu 7-drutowemu splotowi $\varnothing 12,5$ mm odpowiadały dwa pręty zbrojone $\varnothing 14$ mm. Opis belek przyjęto następująco: oznaczenie BB – belka sprężona cięgnami bez przyczepności, BS – belka sprężona cięgnami z przyczepnością, BP – belka porównawcza (żelbetowa). Drugi indeks (1, 2, 3) oznacza liczbę cięgien sprężających (co jest wyznacznikiem stopnia sprężenia), trzeci – odległość między przyłożoną siłą a podporą ($a = 33, 55$ lub

77 cm, co determinuje smukłości ścinania (a/d), ostatni indeks s – oznacza belkę ze strzemionami. Belki znacznie przedłużono poza podporami (40 cm), aby w wyniku badań nie ingerowała długość zakotwienia prętów.

Dwie siły obciążające były sytuowane symetrycznie w zmiennych rozstawach „a”, co odpowiadało podanym wyżej smukłościom ścinania. Siłowniki hydrauliczne mogły wywołać obciążenie do 300 kN. Pomiar przemieszczeń liniowych odbywał się za pomocą czujników zegarowych i indukcyjnych umieszczonych pod siłownikami i w połowie rozpiętości belek. Szerokość rys mierzone mikroskopem o powiększeniu 40-krotnym. Do pomiaru odkształceń prętów zbrojeniowych wykorzystywano tensometry foliowe, naklejane na strzemionach i prętach podłużnych. Pomiar odkształceń betonu dokonywany był przy użyciu ekstensometru mechanicznego o bazie 100 mm. Bazy te umieszczane były w środku rozpiętości oraz w strefach przypodporowych w postaci rozety, co pozwoliło na określenie kierunków i wielkości odkształceń głównych. Badania towarzyszące betonu miały na celu określenie jego wytrzymałości na ściskanie oraz modułu sprężystości, natomiast badania stali służyły do wyznaczenia jej granicy plastyczności, wytrzymałości na rozciąganie i modułu sprężystości.

Średnia wytrzymałość walcowa betonu (wyznaczana w dniach badania poszczególnych belek) wynosiła od około 45 MPa do 60 MPa.



Stal pasywna charakteryzowała się następującymi granicami plastyczności: 373 MPa (\varnothing 6 mm), 572 MPa (\varnothing 14 mm), natomiast stal sprężająca (w postaci splotów siedmiodrutowych \varnothing 12,5 mm o znaku Y1770S7) miała umowną granicę plastyczności $f_{y0,2} = 1818,5$ MPa.

4. Wyniki badań eksperymentalnych

Z przeprowadzonych badań wynika, że wraz ze wzrostem intensywności sprężenia wzrasta naprężenie styczne τ_{cr} odpowiadające pojawieniu się rysy ukośnej. Dla smukłości ścinania $a/d = 3,5$ naprężenia styczne τ_{cr} kształtowały się następująco:

- $\lambda = 0,00 \rightarrow \tau_{cr} = 2,3$ MPa
- $\lambda = 0,33 \rightarrow \tau_{cr} = 3,4$ MPa
- $\lambda = 0,67 \rightarrow \tau_{cr} = 4,5$ MPa
- $\lambda = 1,00 \rightarrow \tau_{cr} = 6,8$ MPa

z kolei dla smukłości ścinania $a/d = 2,5$:

- $\lambda = 0,00 \rightarrow \tau_{cr} = 2,3$ MPa
- $\lambda = 0,33 \rightarrow \tau_{cr} = 4,0$ MPa
- $\lambda = 0,67 \rightarrow \tau_{cr} = 5,7$ MPa
- $\lambda = 1,00 \rightarrow \tau_{cr} = 7,4$ MPa

Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono wykresy naprężeń normalnych w strzemionach σ_s w zależności od działających w przekroju naprężeń stycznych τ . Wyraźnie zaznacza się chwila włączenia strzemion do pracy (zarysowanie). Dla elementów sprężonych przyrost naprężeń w chwili pojawienia się zarysowania jest większy w porównaniu z elementami żelbetowymi. Stal strzemion belek w pełni sprężonych prawie natychmiast po zarysowaniu osiągała granicę plastyczności.

Pomierzone odkształcenia zbrojenia poprzecznego, które pozwoliły na wyznaczenie naprężeń w strzemionach, skonfrontowano z wielkościami obliczonymi na podstawie modelu kratownicowego Mörscha opisanego równaniem (1) oraz według zależności (3) zaproponowanej przez Leonhardta, przy czym do obliczania sił odpowiadających zarysowaniu ukośnemu posłużono się wzorami (5) oraz (8),

do których podstawiono średnie parametry materiałowe (wyznaczone z badań), bez uwzględnienia częściowego współczynnika bezpieczeństwa dla betonu. Z przeprowadzonych obliczeń dla belek o smukłości ścinania $a/d = 3,5$ i różnej intensywności sprężenia λ uzyskano następujące wyniki naprężeń stycznych odpowiadających ukośnej sile rysującej:

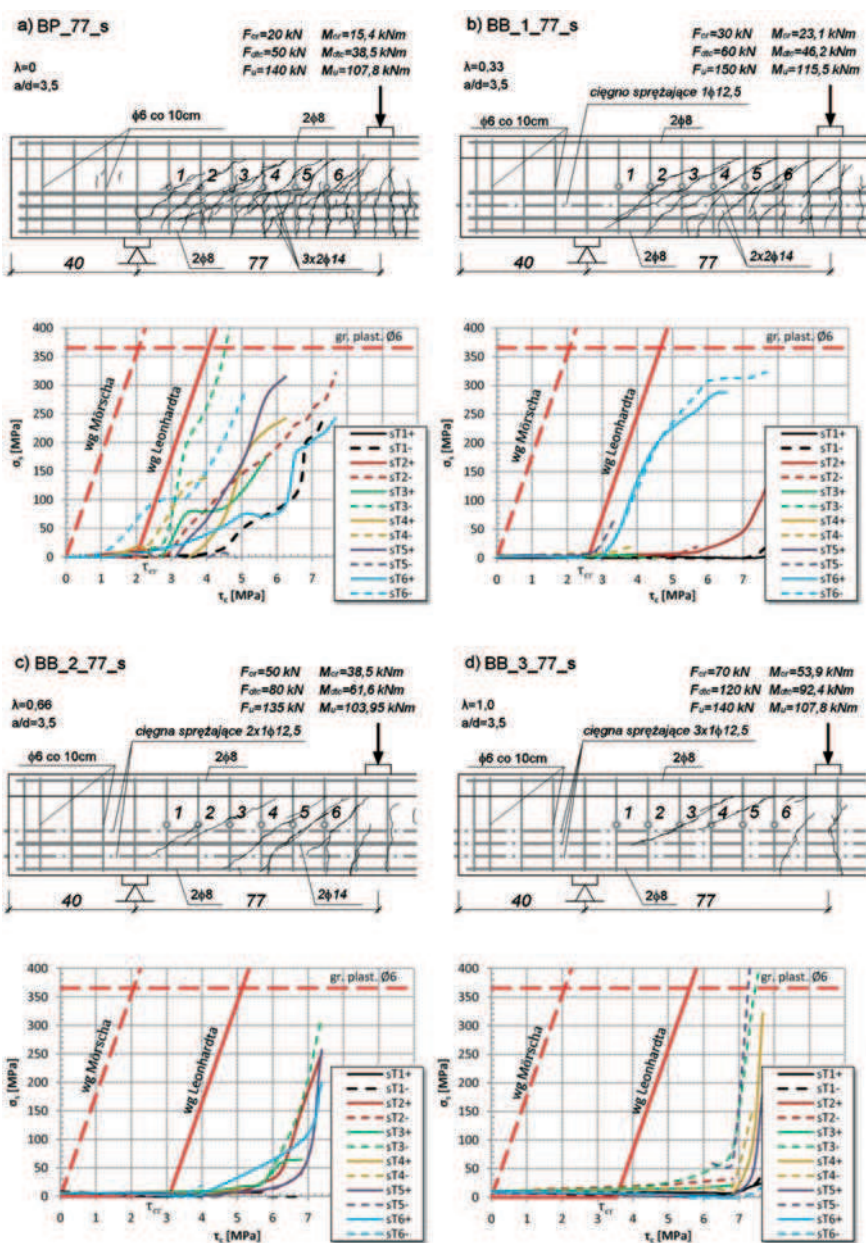
- $\lambda = 0,00 \rightarrow \tau_{cr} = 2,0$ MPa
- $\lambda = 0,33 \rightarrow \tau_{cr} = 2,6$ MPa
- $\lambda = 0,67 \rightarrow \tau_{cr} = 3,1$ MPa
- $\lambda = 1,00 \rightarrow \tau_{cr} = 3,5$ MPa

z kolei dla smukłości ścinania $a/d = 2,5$:

- $\lambda = 0,00 \rightarrow \tau_{cr} = 2,2$ MPa
- $\lambda = 0,33 \rightarrow \tau_{cr} = 2,6$ MPa
- $\lambda = 0,67 \rightarrow \tau_{cr} = 3,1$ MPa
- $\lambda = 1,00 \rightarrow \tau_{cr} = 3,5$ MPa

Zauważyć należy, że przesunięcie prostej Mörscha do wartości τ_{cr} dla elementów żelbetowych, wyraźnie lepiej odwzorowuje pracę strzemion. W miarę wzrostu intensywności sprężenia zaznacza się różnica pomiędzy wielkościami otrzymanymi z badań a obliczonymi.

Rys. 2. Rozmieszczenie pkt. pomiarowych na zbrojeniu poprzecznym, szkic zarysowania strefy przypodporowej oraz wykresy $\sigma_s - \tau$ belek o smukłości ścinania $a/d = 3,5$ i różnym stopniu sprężenia





5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań eksperymentalnych, skonfrontowanych z wielkościami obliczonymi, można wywnioskować, że dla elementów żelbetowych obliczona siła rysująca trafnie opisuje stan rzeczywisty, natomiast w odniesieniu do elementów sprężonych istnieją dość znaczące niedoszacowania tej wielkości na korzyść bezpieczeństwa. Jak wynika z zamieszczonych wykresów, tempo przyrostu naprężeń po zarysowaniu ukośnym

elementów sprężonych jest podobnie jak w elementach żelbetowych zgodne z przewidywaniami modelu Mörscha.

BIBLIOGRAFIA

[1] Mörsch E., Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung. Bd 1, Verlag K. Wittwer, Stuttgart 1929
 [2] Leonhardt F., Walther R., Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau. Stuttgarter Schubversuche 1961 (Kapitel I-III), Stuttgarter Schubversuche 1962-1964 (Kapitel IV-VI)
 [3] Knauff M., Klemпка K., Zasady Eurokodu w zastosowaniu do zbrojenia na ścinanie zło-

żonego ze strzemien i prętów odgiętych. XLIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, tom IV, Konstrukcje betonowe, Poznań-Krynica 1997, s. 101-108
 [4] Czkwianianc A., Odształcenia i rysy w strefie przypodporowej belek zginanych. XLIV Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, tom IV, Konstrukcje betonowe, Poznań-Krynica 1998, s. 29-36
 [5] Godycki-Ćwirko T., Wesolowski M., Graniczna siła poprzeczna przenoszona przez element żelbetowy bez zbrojenia poprzecznego w ujęciu normy europejskiej i polskiej. XLVII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, tom 2, Konstrukcje betonowe, Opole-Krynica 2001, s. 67-74
 [6] Godycki-Ćwirko T., Wesolowski M., O minimalnym zbrojeniu poprzecznym elementów żelbetowych. XLIX Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, tom III, Konstrukcje betonowe. Materiały budowlane, Warszawa-Krynica 2003, s. 33-40
 [7] Godycki-Ćwirko T., Wesolowski M., Minimal Transverse Reinforcement of Reinforced Concrete Members. Archives of Civil Engineering, Vol. LI, No. 4/2005, s. 533-559.
 [8] Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu - Część 1: Reguły ogólne i reguły dla budynków. Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 1992
 [9] PN-EN 1992-1-1:2008. Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków. PKN, Warszawa 2008
 [10] PN-B-03264:2002. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie. PKN, Warszawa 2002
 [11] DIN 1045-1. Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Deutsches Institut für Normung, Juli 2001
 [12] Knauff M., Golubińska A., Knyziak P., Nośność na ścinanie i strefa zakotwienia w strunobetonie według Eurokodu 2. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej Nr 1052, Budownictwo Nr 60, Łódź 2009, s. 65-79
 [13] Ajdukiewicz A., Mames J., Konstrukcje z betonu sprężonego. Polski Cement, Kraków 2004
 [14] Diab A. H., Shear Strength of Partially Prestressed Reinforced Concrete Beams. Ph Thesis T. 4, Łódź 1986
 [15] Godycki-Ćwirko T., Diab A. H., Ultimate Shear Strength of Partially Prestressed Reinforced Concrete Beams. X International Congress of the FIP, New Delhi, India 1986
 [16] Godycki-Ćwirko T., Stan granicznej nośności ścinania belek żelbetowych i częściowo sprężonych zbrojonych strzemionami. XXXIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB Krynica - Gliwice 1987, s. 177-182
 [17] Leonhardt F., Koch R., Rostasy F. S., Schubversuche im Spannbetonträgern. D.A.f.Stb. Heft 227, 1973
 [18] Thürlimann B., Calfisch R., Biegeversuche an teilweise vorgespannten Betonbalken. Institut für Baustatik, HTH Zürich 1970
 [19] Sokółowski J., Badania eksperymentalne strefy przypodporowej żelbetowych belek częściowo sprężonych. Praca doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk 2010

Rys. 3. Rozmieszczenie pkt. pomiarowych na zbrojeniu poprzecznym, szkic zarysowania strefy przypodporowej oraz wykresy σ_s - τ belek o smukłości ścinania $a/d=2,5$ i różnym stopniu sprężenia

