

# Nowe normowe kryteria zgodności wytrzymałości betonu

Od 1 stycznia 2004 r. formalnie weszły w życie postanowienia nowej normy betonowej PN-EN 206-1. Norma ta w istotny sposób zmienia podejście do problemu kryteriów zgodności wytrzymałości betonu. Profesor Lesław Brunarski przybliży to zagadnienie Czytelnikom Budownictwa, Technologii, Architektury.

## 1. Wprowadzenie

Współczesne normy budowlane wykorzystują pojęcie tzw. charakterystycznej wytrzymałości materiałów  $f_k$ . Traktując wytrzymałość materiału jako zmienną losową  $f_i$  o rozkładzie normalnym, wielkość zdefiniowano jako kwantyl tego rozkładu rzędu 5%, czyli:

$$f_k = -1,64s_n, f_m = \frac{1}{n}\sum f_i, s_n = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum (f_i - f_m)^2} \quad (1)$$

gdzie:

$f_m, s_n$  – odpowiednio estymatory wartości średniej i odchylenia standardowego wytrzymałości.

Do oceny wytrzymałości materiałów na podstawie badań  $n$  próbek służą tzw. kryteria zgodności otrzymanych wyników z wymaganiami, przedstawiane w postaci nierówności

$$f_m \geq f_k + k_n s_n \quad (2)$$

Współczynniki  $k_n$  są określane przy wykorzystaniu metod rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. W dokumencie ISO/DIS [1] przedstawiono trzy następujące metody definiowania kryteriów zgodności, a więc i wyznaczania tych współczynników:

- 1) wnioskowania statystycznego
  - 2) funkcji (krzywych) operacyjno-charakterystycznych (metoda OCC)
  - 3) wnioskowania Bayesowskiego,
- podkreślając, że wyniki zastosowania różnie usta-

lonych kryteriów nie są porównywalne.

Stosując metodę wnioskowania statystycznego, współczynniki  $k_n$  w kryteriach zgodności (2) określa się w zależności od założonego w nich poziomu ufności  $\gamma$ , zalecanego na poziomie min 0,75 [2], oraz od liczby próbek  $n$ .

Przy ustalaniu kryteriów przyjęcia metodą OCC, otrzymuje się inne wartości  $k_n$  w zależności od  $n$ , przy czym wg L. Taerwe [3] mogą być one obliczane bez lub z uwzględnieniem tzw. autokorelacji. Konsekwencją przyjęcia w kryteriach zgodności wartości  $k_n$  wg tej metody jest pominięcie wymagania dotyczącego poziomu ufności  $\gamma$ .

Kryteria zgodności ustalane na podstawie wnioskowania Bayesowskiego mają również postać nierówności (2), przy czym – podobnie jak w przypadku kryteriów ustalanych na podstawie funkcji OCC – nie ma możliwości formalnego oszacowania ich poziomu ufności  $\gamma$ .

Wartości współczynników  $k_n$  otrzymanych wymienionymi trzema metodami, w przypadkach znanego odchylenia standardowego  $\sigma$ , bądź znanego tylko estymatora tej wielkości  $s_n$ , podane są w tabl. 1 [4].

Jak wynika z danych w tabl. 1 wartości współczynników są bardzo różne, szczególnie w przypadku małej liczby próbek  $n < 15$ .

## 2. Kryteria zgodności wytrzymałości betonu

Kryteria zgodności w odniesieniu do wytrzymałości betonu po raz pierwszy sformułowane zostały w normie ISO 3893:1977 [5]. Traktując wytrzymałość betonu jako zmienną losową o rozkładzie normalnym, wytrzymałość charakterystyczną, oznaczającą klasę betonu, zdefiniowano jako kwantyl tego rozkładu rzędu 5%. Równocześnie wg tej normy przy ocenie zgodności wytrzymałości danego betonu z wymaganiami na podstawie zbadania  $n$  próbek, kwantyl ten powinien być oszacowany przy poziomie ufności  $\gamma$  nie niższym od 0,50 (w normie zalecano  $\gamma$  równe 0,50-0,95).

Zgodnie z tą normą ISO [5] ustalone zostały [7] kryteria zgodności w ostatniej krajowej PN-B-06250:1988 Beton zwykły [6], w której w p.5.1 przyjęto następujące dwa rodzaje kryteriów zgodności, podane tu przy zachowaniu symboli, przyjętych w tej normie.

a) przy liczbie kontrolowanych próbek  $n < 15$  pojedyncze kryterium w formie nierówności

$$R_{\min} \geq \alpha R_b^G \quad (3)$$

gdzie:

$R_{\min}$  – najmniejsza wartość wytrzymałości w badanej serii  $n$  próbek,

$\alpha$  – współczynnik zależny od liczby próbek w sposób następujący:

$n$	3-4	5-8	9-14
$\alpha$	1,15	1,10	1,05

Tabela 1. Zestawienie wybranych wartości współczynników  $k_n$  w kryteriach zgodności ustalonych różnymi metodami [4]

metoda oznaczenia		liczba próbek n				
		3	6	15	30	$\infty$
znane odchylenie standardowe $\sigma$						
1) wnioskowanie statystyczne	$\gamma=0,25$	1,26	1,37	1,48	1,51	1,58
	$\gamma=0,50$	1,64	1,64	1,64	1,64	1,64
	$\gamma=0,75$	2,03	1,92	1,82	1,77	1,71
	$\gamma=0,90$	2,39	2,17	1,98	1,88	1,77
2) funkcje OC		1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
3) wnioskowanie Bayesowskie		1,89	1,77	1,69	1,67	1,64
nieznane odchylenie standardowe $\sigma$ (znany estymator s)						
1) wnioskowanie statystyczne	$\gamma=0,25$	1,25	1,33	1,42	1,40	1,54
	$\gamma=0,50$	1,94	1,75	1,68	1,66	1,64
	$\gamma=0,75$	3,15	2,34	1,99	1,87	1,76
	$\gamma=0,90$	5,31	3,09	2,33	2,08	1,86
2) funkcje OC (z autokorelacją)		2,67	1,87	1,48	-	-
3) wnioskowanie Bayesowskie		3,37	2,18	1,82	1,73	1,64

$R_b^G$  – wytrzymałość gwarantowana wg PN,

albo podwójne kryterium zgodności w postaci nierówności

$$R_{i\min} \geq R_b^G; \bar{R} \geq 1,2 R_b^G \quad (4)$$

gdzie:  $\bar{R}$  – średnia wartość wytrzymałości badanej serii próbek,

b) przy liczbie kontrolowanych próbek  $n \geq 15$  pojedyncze kryterium typu

$$\bar{R} - 1,64s \geq R_b^G \quad \text{czyli} \quad \bar{R} \geq R_b^G + 1,64s \quad (5)$$

gdzie:  $s$  – odchylenie standardowe wytrzymałości obliczane ze znanego wzoru

$$s_n = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (R_i - \bar{R})^2} \quad (6)$$

W przypadku, gdy odchylenie standardowe wytrzymałości  $s$  było większe od wartości  $0,2 \bar{R}$  wg PN-B [6], należało ustalić i usunąć przyczyny niejednorodności betonu.

W normie PN-EN 206-1:2003 [8] charakterystyczna wytrzymałość zdefiniowana jest podobnie jak w ISO [5] lecz bez określonego poziomu ufności przy jej sprawdzaniu.

Podane w PN-EN [8] kryteria zgodności betonu z wymaganą charakterystyczną wytrzymałością  $f_{ck}$  są podwójne i dotyczą wartości średniej  $f_{cm}$  oraz najniższej wartości  $f_{ci}$  wytrzymałości w danej serii próbek (wszystkie wartości w MPa).

W normie tej podane są różne procedury sprawdzania kryteriów zgodności betonu: projektowanego, o zamawianych właściwościach oraz – recepturowego, o określonym składzie.

Przy kontroli zgodności betonu projektowanego rozróżnia się dwa rodzaje produkcji: początkową i ciągłą. Produkcję uznaje się za ciągłą, gdy uzyska się co najmniej 35 wyników badań, w okresie nie dłuższym niż 12 miesięcy.

Przy produkcji początkowej wymagana liczba próbek wynosi  $n=3$ , podwójne zaś kryterium zgodności ma postać

$$f_{cm} \geq f_{ck} + 4; \quad f_{ci} \geq f_{ck} - 4 \quad (7)$$

Przy produkcji ciągłej liczba próbek w serii powinna być nie mniejsza niż  $n=15$ , kryterium zaś jest następujące

$$f_{cm} \geq f_{ck} + 1,48\sigma; \quad f_{ci} \geq f_{ck} - 4 \quad (8)$$

Wstępne odchylenie standardowe  $\sigma$  oblicza się na podstawie co najmniej 35 kolejnych wyników badań wykonanych w okresie do 3 miesięcy i weryfikuje na podstawie ostatnich 15 oznaczeń warunkiem  $0,63\sigma \leq s \leq 1,37\sigma$ .

Określona na podstawie metody OCC [3] we wzorze (8) wartość współczynnika  $k_n = 1,48$  oznacza odstępnie w normie dotyczącej betonu [8] od przyjmowanego nadal w odniesieniu do kryteriów zgodności innych materiałów konstrukcyjnych poziomu ufności  $\gamma \geq 0,5$ . Zgodnie z tabl. 1, przyjmując współczynnik 1,48 zapewnia się poziom ufności niższy od 0,3, zwiększając tym samym niepewność oceny wytrzymałości betonu. Nie wiadomo czy świadomie, ale taką decyzję jako je-

dyny podjął zespół autorów normy europejskiej EN 206-1:2000, a za nim KT nr 274 ds. Betonu PKN, opracowując PN-EN [8].

W załączniku A do PN-EN [8] wprowadzono dodatkowe pojęcie kryteriów akceptacji badań wstępnych. Wytrzymałość na ściskanie betonu o składzie przyjętym do właściwej produkcji powinna przekraczać wartość charakterystyczną z zapasem, ocenionym jako około dwa razy większy od przewidywanego odchylenia standardowego, co oznacza zapas co najmniej od 6 do 12 MPa, zależnie od technologii i innych czynników. W przypadku normowego betonu recepturowego zapas przyjmuje się równy 12 MPa.

W załączniku B do normy PN-EN [8] podano kryteria stosowane w dodatkowych badaniach identyczności betonu ze względu na wytrzymałość na ściskanie, uzgodnionych między producentem i odbiorcą betonu. Mogą one być wykorzystywane w badaniach sprawdzających betonów wykonywanych wg zamówionej receptury. Rozróżnia się przy tym, czy wyrób (beton) lub jego produkcja objęte są systemem certyfikacji, czy też nie.

W przypadku pierwszym (z certyfikacją) w zależności od liczby próbek  $n$  kryteria zgodności mają postać:

$$\begin{aligned} 1) n=1; & \quad - \quad f_{ci} \geq f_{ck} - 4 \\ 2) n=2-4; & \quad f_{cm} \geq f_{ck} + 1; \quad f_{ci} \geq f_{ck} - 4 \\ 3) n=5-6; & \quad f_{cm} \geq f_{ck} + 2; \quad f_{ci} \geq f_{ck} - 4 \end{aligned} \quad (9)$$

W przypadku drugim (bez certyfikacji) obowiązuje kryterium zgodności (7) jak przy liczności próbek  $n=3$ . Przypadek ten dotyczy również betonu wytwarzanego na budowie.

Porównanie skutków przyjmowania różnych kryteriów zgodności w normie dotychczasowej PN-B [6] oraz nowej PN-EN [8] ilustrują poniższe przykłady liczbowe, w których zastosowano jednolite symbole wg tej ostatniej.

#### Przykład 1.

Na podstawie próby ściskania  $n=30$  próbek betonu projektowanej klasy wytrzymałości na ściskanie C25/30 ( $f_{ck, cube} = 30$  MPa) otrzymano następujące wyniki:

- średnią wytrzymałość  $f_{cm} = 37,0$  MPa
- odchylenie standardowe  $s_n = 3,7$  MPa
- najniższa wartość  $f_{ci} = 25,0$  MPa.

Stosując odpowiednie normowe kryteria zgodności otrzymano:

- wg PN-B czyli ze wzoru (5):  
 $f_{cm} = 37,0 \text{ MPa} > 30,0 + 1,64 \times 3,7 = 36,1 \text{ MPa}$
- wg PN-EN czyli ze wzorów (8):  
 $f_{cm} = 37,0 \text{ MPa} > 30,0 + 1,48 \times 3,7 = 35,5 \text{ MPa}$   
 $f_{ci} = 25,0 \text{ MPa} < 30,0 - 4,0 = 26,0 \text{ MPa}$

Wniosek: zgodność betonu została potwierdzona jedynie wg PN-B, natomiast o niezgodności wg PN-EN zdecydował zaniżony wynik badania wytrzymałości jednej z trzydziestu próbek.

#### Przykład 2.

Na podstawie próby ściskania  $n=3$  próbek betonu projektowanej klasy wytrzymałości na ściskanie

C16/20 ( $f_{ck,cube} = 20$  MPa) otrzymano następujące wyniki: 17,0; 17,0; 41,0 MPa, stąd

- średnia wytrzymałość  $f_{cm} = 25,0$  MPa
- najniższa wartość  $f_{ci} = 17,0$  MPa.

Stosując odpowiednie normowe kryteria zgodności otrzymano:

- wg PN-B czyli ze wzorów (4):

$$f_{cm} = 25,0 \text{ MPa} > 1,2 \times 20,0 = 24,0 \text{ MPa}$$

$$f_{ci} = 17,0 \text{ MPa} < 20,0 \text{ MPa}$$

- wg PN-EN czyli ze wzorów (7):

$$f_{cm} = 25,0 \text{ MPa} > 20,0 + 4,0 = 24,0 \text{ MPa}$$

$$f_{ci} = 17,0 \text{ MPa} > 20,0 - 4,0 = 16,0 \text{ MPa}$$

Wniosek: zgodność betonu została potwierdzona tylko wg PN-EN, przy czym warto zwrócić uwagę, że nastąpiło to mimo bardzo dużego rozstępu wyników badań wytrzymałości na ściskanie od 17 do 41 MPa.

### 3. Wnioski

Podane przykłady pokazują, że wyniki końcowej oceny betonu wg norm dotychczasowej PN-B-06259:1988 [6] i nowej PN-EN 206-1:2003 [8] mogą być różne, przy czym w obu przykładach o różnych liczbach próbek  $n$  decydujące okazały się wymagania dotyczące najniższej wartości wytrzymałości  $f_{ci}$ . O ile przyjęcie w obu normach kryterium odnoszącego się do  $f_{ci}$  w przypadku małej liczby próbek jest uzasadnione, to budzi wątpliwość wymagane w PN-EN [8] takie dodatkowe kryterium w odniesieniu do dużej liczby próbek (patrz przykłady). Dyskusyjne wydaje się jednak dopuszczenie w PN-EN [8] bardzo zaniżonej wartości  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ , szczególnie w przypadku betonu niskiej klasy wytrzymałości (por. przykład 2).

Natomiast mniej istotne w skutkach (zaledwie kilkuprocentowe) okazuje się wprowadzenie w nowej normie PN-EN [8], przy liczbie próbek  $n \geq 15$ , współczynnika  $k_n = 1,48$  mniejszego od przyjętego w PN-B [6] współczynnika 1,64. Nie zmienia to faktu, że tylko w normie PN-EN [8] odstąpiono od powszechnie uznawanego wymagania stosowania w kryteriach zgodności materiałów konstrukcyjnych poziomu ufności  $\gamma \geq 0,5$ .

Zamieszczona w pracy tabl. 1 umożliwi identyfikację podstaw kryteriów zgodności występujących w różnych normach PN i PN-EN. Jak podano w pracy [4], kryteria zgodności oparte na klasycznym wnioskowaniu statystycznym, przyjęte w dotychczasowej PN-B [6] dotyczącej betonu (przy założeniu rozkładu normalnego wytrzymałości i oszacowaniu kwantyla rzędu 0,05 na poziomie ufności  $\gamma \geq 0,5$ ), są nadal stosowane w wielu normach PN-EN, m.in. dotyczących kamienia budowlanego (przy założeniu rozkładu logarytmo-normalnego dwuparametrowego i oszacowaniu kwantyla na poziomie ufności  $\gamma \geq 0,75$ ), a także w PN dotyczących stali zbrojeniowej (przy założeniu rozkładu normalnego i poziomu ufności  $\gamma \geq 0,90$ ). Natomiast kryteria zgodności oparte na wnioskowaniu Bayesowskim wykorzystane zostały w EN 1990:2000 (EC 1), dotyczącej podstaw projektowania konstrukcji budowlanych oraz w normie dotyczącej konstrukcji murowych, przy czym w obu przypadkach podkreślono, że zapewniony jest poziom ufności  $\gamma \geq 0,75$ .

Na koniec warto więc podkreślić przypadkowość w przyjmowaniu kryteriów zgodności w zatwierdzonych lub opracowywanych normach EN oraz PN-EN i oczekiwać w przyszłości zharmonizowania zastosowanych w nich podstaw statystycznych. Nie trzeba bowiem uzasadniać wniosku, że zapewnienie niezawodności (bezpieczeństwa) konstrukcji budowlanych wymaga przyjmowania jednolitych i porównywalnych kryteriów zgodności do oceny wytrzymałości – niezależnie od rodzaju materiału konstrukcyjnego.

**prof. Lesław Brunarski**  
**Institut Techniki Budowlanej**

#### Bibliografia

1. ISO/DIS 12491 *Statistical methods for quality control of building materials and components*
2. Holický M., Vorlíček M., *Fractile estimation and sampling inspection in building. Acta Polytechnica, CVUT Praha, Vol. 32, nr 1, 1992, s. 87-96*
3. Taerwe L., *Evaluation of compound compliance criteria for concrete strength. Materials and Structures, Vol. 21, 1988, s. 13-20*
4. Brunarski L., *Kryteria zgodności wytrzymałości charakterystycznych materiałów budowlanych w normach PN-EN-ISO. Prace ITB-Kwartalnik, nr 4, 2002, s.15-41*
5. ISO 3893:1977 *Concrete – Classification by compressive strength*
6. PN-B-06250:1988 (d. PN-88/B-06250) *Beton zwykły*
7. Brunarski L., *Ewolucja normowych kryteriów oceny wytrzymałości betonu na ściskanie. Prace ITB-Kwartalnik, nr 1-2, 1990, s. 3-14*
8. PN-EN 206-1:2003 *Beton – Część 1: Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność*



foto: Michał Braszczowski