

Źródłem maksymalnego poziomu dźwięku przekraczającego stosunkowo często poziom 80 dB(A), są samochody ciężarowe transportujące materiały na place budów, a także urządzenia używające krótkotrwałych dźwiękowych sygnałów ostrzegawczych wstecznego biegu. Do bardzo hałaśliwych urządzeń należy zaliczyć także wszelkiego rodzaju młoty, zagęszczarki oraz piły do wykonywania fug w warstwie ścieralnej.

Należy stwierdzić, że praktycznie wszelkie prace budowlane prowadzone na obszarach A ochrony uzdrowiskowej i na terenach rekreacyjno-wypoczynkowych poza miastem prowadzą do przekroczenia równoważnego poziomu dźwięku o wartości 50 dB(A) w odległości 50 m od miejsca ich realizacji. Jednak poziom hałasu od wielu robót drogowych nie przekracza w sposób zdecydowany poziomu hałasu od ruchu

samochodowego na ruchliwych ulicach naszych miast. Mając jednak na uwadze nadmierny poziom hałasu w trakcie prowadzenia robót drogowych, celowe i konieczne są pewne działania w celu jego ograniczenia. Mogą być one podejmowane zarówno na etapie projektowania, jak i realizacji prac budowlanych. Do najważniejszych takich działań należą: eliminacja lub minimalizacja najbardziej hałaśliwych procesów i prac, udoskonalenie polityki w zakresie stosowania maszyn i urządzeń o małej emisji hałasu, uwzględnienie wymagań dotyczących ograniczenia hałasu w specyfikacjach przetargowych, minimalizacja narażenia pracowników na ponadnormatywny hałas, prowadzenie systematycznej oceny poziomu hałasu w czasie prowadzenia robót (monitoring) oraz eliminowanie z placu budowy źródeł o nadmiernej hałaśliwości.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] Dyrektywa 2005/88/WE Parlamentu Europejskiego i Rady z 14 grudnia 2005 r. w sprawie zbliżenia ustawodawstw Państw Członkowskich odnoszących się do emisji hałasu do środowiska przez urządzenia używane na zewnątrz pomieszczeń. Dziennik Urzędowy UE L 344/44 z 27.12.2005 r.
- [2] Gardziejczyk W., Oksztulska M., Hałas w otoczeniu budowanych i modernizowanych dróg. Artykuł zgłoszony i przyjęty do druku w miesięczniku Drogownictwo
- [3] Rozporządzenie ministra gospodarki z 21 grudnia 2005 r. w sprawie zasadniczych wymagań dla urządzeń używanych na zewnątrz pomieszczeń w zakresie emisji hałasu do środowiska. Dz.U. Nr 263, poz. 2202, z 30 grudnia 2005 r., z późn. zmianami
- [4] Rozporządzenie ministra środowiska z 9 stycznia 2002 r. w sprawie wartości progowych poziomów hałasu. Dz.U. Nr 8, poz. 81
- [5] Rozporządzenie ministra środowiska z 14 czerwca 2007 r. w sprawie dopuszczalnych poziomów hałasu w środowisku. Dz.U. Nr 120, poz. 8276
- [6] Sadowski J., Podstawy akustyki urbanistycznej. Arkady. Warszawa 1982
- [7] Ustawa z 27 kwietnia 2001 r. – Prawo ochrony środowiska. Dz.U. Nr 62, poz. 627 z późn. zmianami
- [8] Wtulich D., Maszyny robocze – badania hałasu. Magazyn Autostrady 6/2009

## Problem nośności granicznej płyt żelbetowych w ujęciu aktualnych przepisów normowych

Prof. dr hab. inż. Piotr Konderla, Politechnika Wroclawska

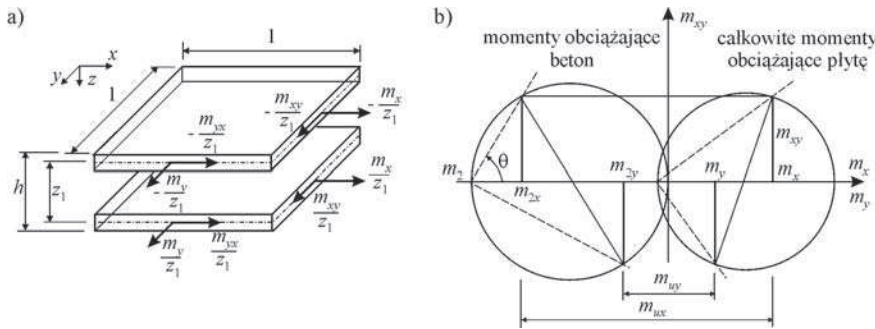
### 1. Wprowadzenie

Przedmiotem analizy jest płyta żelbetowa zbrojona ortogonalnie, parametryzowana układem współrzędnych  $\{x,y\}$  na powierzchni środkowej płyty. Zgodnie z procedurą stosowaną w praktyce projektowej, dla przyjętego schematu statycznego i obciążenia wykonuje się analizę statyczną płyty traktowaną zwykle jako sprężysta, cienka płyta Kirchhoffa otrzymując w efekcie rozkład przemieszczenia

i sił wewnętrznych. W przypadku stosowania do analizy metody numerycznej MES, otrzymuje się rozwiązanie w postaci dyskretnej. Kolejnym etapem jest wymiarowanie płyty, co w praktyce sprowadza się do doboru zbrojenia płyty tak, aby spełnione były warunki stanu granicznego zgodnie z obowiązującymi normami.

W artykule analizowano problem wymiarowania płyt żelbetowych w zakresie spełnienia I stanu granicznego zgodnie z aktualnie obo-

wiązującymi normami [1] i [2]. Z uwagi na różnice w zapisach normowych, otrzymuje się w zasadzie różne zbrojenie przy ich stosowaniu. W niniejszym artykule dokonano porównania algorytmów wymiarowania wykonanych przy użyciu obu norm. Miarą służącą do porównywania wyników analizy są miarodajne momenty zginające, na podstawie których określa się zbrojenie w przekroju płyty [3]. Prezentowany w artykule problem został zastosowany w autorskim



**Rys. 1.** Dwuwymiarowy model płyty oraz schemat redystrybucji naprężeń w warstwie

programie komputerowym o komercyjnej nazwie PL-WIN 2. Program ten jest programem wspomagania projektowania złożonych układów płytowo-żebrowo-słupowych. W programie tym zaimplementowano równoległe dwa algorytmy wymiarowania. Pierwszy algorytm jest zgodny z Eurokodem 2

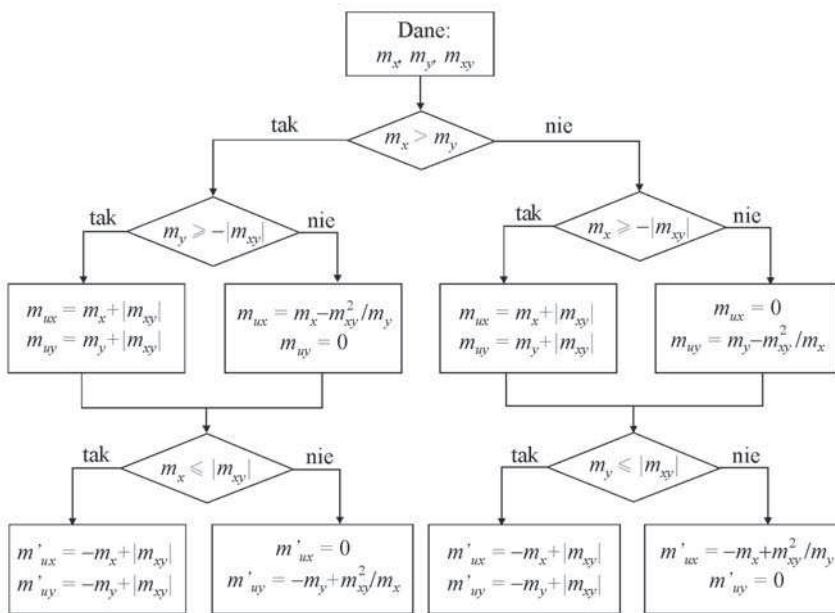
i normą [2], natomiast drugi algorytm bazujący na normie [1] był sformułowany przez autora.

## 2. Miarodajne momenty zginające

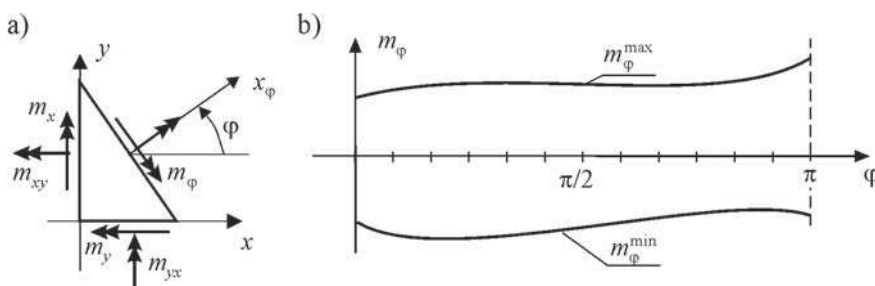
W dalszych rozważaniach zakłada się, że płyta jest zbrojona siatką

ortogonalną, przy czym orientacja siatki jest zgodna z przyjętym układem współrzędnych  $\{x,y\}$ . Dla pojedynczego zestawu obciążeń w wyniku analizy statycznej otrzymano stan sił wewnętrznych w wybranych punktach płyty ( $m_x, m_y, m_{xy} = m_{yx}$ ), który jest podstawą wymiarowania płyty w tym punkcie. W przypadku rozwiązywania płyty MES tymi punktami w sposób naturalny są punkty węzłowe modelu MES. We wszystkich dotychczasowych normach związanych z konstrukcjami żelbetowymi, płytę wymiaruje się niezależnie na dwóch ortogonalnych kierunkach traktując ją jako belkę o szerokości jednostkowej. Jeżeli do wymiarowania zbrojenia przyjmując odpowiednio momenty  $m_x$  i  $m_y$ , to wówczas pomijamy wpływ momentów skręcających  $m_{xy}$  na wyężenie płyty. Norma PN-B-03264 [1] w zasadzie bezpośrednio nie odnosi się do tego oczywistego faktu. Zgodnie z [1] projektant powinien tak dobrać orientację zbrojenia, aby była ona zgodna z kierunkami głównymi momentów zginających, a wówczas znika wpływ momentów skręcających, które na kierunkach głównych są równe zero. Tego typu procedura jest nieefektywna w praktyce, szczególnie kiedy jest ona implementowana w programach komputerowych. Stąd konieczność sformułowania uniwersalnego algorytmu, który uwzględniałby wpływ momentów skręcających  $m_{xy}$  na wyężenie płyty niezależnie od wzajemnej orientacji siatki zbrojeniowej i kierunków momentów głównych.

Odmienne do powyższego problemu podchodzi norma PN-EN 1992 [2] wywodząca się z Eurokodu 2. W przepisach tej normy po raz pierwszy bezpośrednio przy wymiarowaniu płyty uwzględnia się fakt występowania w płycie płaskiego stanu naprężenia co implikuje sprzężenie stanu wyężenia na obu kierunkach  $(x,y)$ . Stąd w normie pojawiają się wyraźnie zdefiniowane pojęcia miarodajne



**Rys. 2.** Schemat blokowy wyznaczania miarodajnych momentów wg Eurokodu 2



**Rys. 3.**

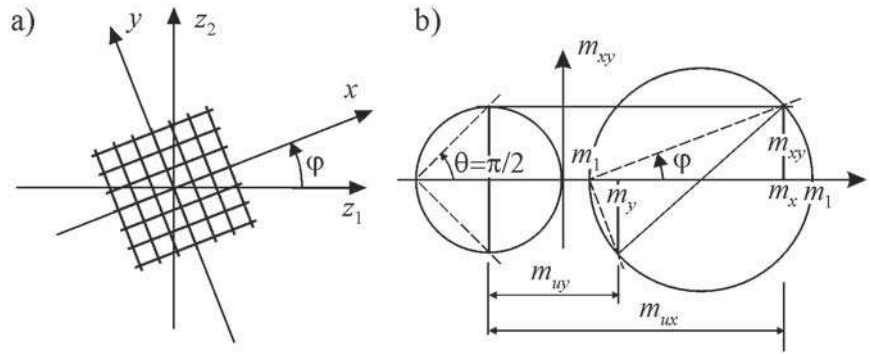
dajnych momentów zginających. Przez miarodajne momenty zginające  $m_{ux}$  oraz  $m_{uy}$ , rozumie się ekwiwalentne momenty odpowiednio na kierunkach  $x$  i  $y$ , których wartości uwzględniają wpływ pełnego tensora momentów na wyężenie płyty i są bezpośrednio wykorzystywane przy wymiarowaniu płyty traktowanej jak belka prostokątna o wysokości  $h$  i szerokości jednostkowej.

Miarodajne momenty zginające wg Eurokodu 2, jak również wg PN-EN 1992 wyznacza się przy założeniu dwuwarstwowego modelu płyty, której warstwy są w stanie granicznym. Szczegółowy wywód takiego podejścia, podany jest między innymi w [3], składa się z następujących kroków:

- w analizowanym punkcie płyty siły wewnętrzne są równe:  $m_x, m_y, m_{xy}$  (rys. 1a),
- w stanie granicznym w każdej z warstw pojawia się rysa pod kątem  $\theta$  i  $\theta'$  odpowiednio w warstwie dolnej i górnej,
- z warunku stanu granicznego dla każdej z warstw, wyznacza się miarodajne momenty ( $m_{ux}, m_{uy}$ ) i ( $m'_{ux}, m'_{uy}$ ) odpowiednio dla wymiarowania zbrojenia dolnego i górnego (rys. 1b)

$$\begin{aligned} m_{ux} &= m_x + |m_{xy}| \operatorname{tg} \theta \\ m_{uy} &= m_y + |m_{xy}| \operatorname{ctg} \theta \\ m'_{ux} &= -m_x + |m_{xy}| \operatorname{tg} \theta' \\ m'_{uy} &= -m_y + |m_{xy}| \operatorname{ctg} \theta' \end{aligned} \quad (1)$$

Miarodajne momenty mają sens fizyczny, jeżeli są nieujemne i w tym kontekście należy interpretować równania (1). Kąty  $\theta$  i  $\theta'$  w wyrażeniach (1) nie są określone. Wyznacza się je zwykle z warunku minimalizacji sum ( $m_{ux} + m_{uy}$ ) i ( $m'_{ux} + m'_{uy}$ ). Optymalne wielkości kątów  $\theta$  i  $\theta'$  zależą od wzajemnych relacji pomiędzy składowymi tensora momentów, przy czym w większości przypadków są to kąty  $\theta_{\text{opt}} = \theta'_{\text{opt}} = \pi/4$ . Na podstawie przedstawionego wywodu można sformułować



Rys. 4.

szczegółowy algorytm wyznaczenia miarodajnych momentów zginających, którego schemat blokowy pokazany jest na rysunku 2. Miarodajne momenty zginające wg algorytmu autora, a bazujące na normie PN-B-03264, wyznaczono posiłkując się następującym wywodem:

- a) w analizowanym punkcie płyty siły wewnętrzne są równe:  $m_x, m_y, m_{xy}$ ; wstępnie przyjmuje się miarodajne momenty równe:  $\hat{m}_{ux} := m_x, \hat{m}_{uy} := m_y$ , oraz  $\hat{m}'_{ux} := m_x, \hat{m}'_{uy} := m_y$ ,
- b) dla każdej wartości ze zbioru  $\phi_i \in (0, \pi)$ , w praktyce dla dyskretnego zbioru wartości  $\phi_i = i\pi/n$  ( $i=0, 1, 2, \dots, n$ ) wyznacza się moment zginający na kierunku osi  $x_{\phi_i}$  transformując tensor momentów do układu lokalnego  $\{x_{\phi_i}, y_{\phi_i}\}$ ; w przypadku wielu wariantów obciążenia tym sposobem otrzymuje się obwiednię momentu  $m_{\phi}$  jak to pokazano na rysunku 3b,
- c) miarodajne momenty są podstawą obliczenia ilości zbrojenia, a tym samym są miarą nośności płyty na określonym kierunku, w takim razie po transformacji par momentów ( $\hat{m}_{ux}, \hat{m}_{uy}$ ) i ( $\hat{m}'_{ux}, \hat{m}'_{uy}$ ) na kierunek osi  $x_{\phi_i}$  powinny być spełnione następujące warunki

$$\begin{aligned} \hat{m}_{ux} \cos^2 \phi_i + \hat{m}_{uy} \sin^2 \phi_i &\geq m_{\phi_i}, \\ \hat{m}'_{ux} \cos^2 \phi_i + \hat{m}'_{uy} \sin^2 \phi_i &\geq -m_{\phi_i}, \end{aligned} \quad (2)$$

- d) jeżeli powyższe warunki nie są spełnione, to należy zwiększyć wartości miarodajnych momentów o moment  $\Delta m$ , tak aby warunki (2) były spełnione dla każdego  $\phi_i$

$$\begin{aligned} (\hat{m}_{ux} + \Delta m_i) \cos^2 \phi_i + (\hat{m}_{uy} + \Delta m_i) \sin^2 \phi_i &= m_{\phi_i}, \Rightarrow \Delta m_i, \\ (\hat{m}'_{ux} + \Delta m'_i) \cos^2 \phi_i + (\hat{m}'_{uy} + \Delta m'_i) \sin^2 \phi_i &= -m_{\phi_i}, \Rightarrow \Delta m'_i, \end{aligned} \quad (3)$$

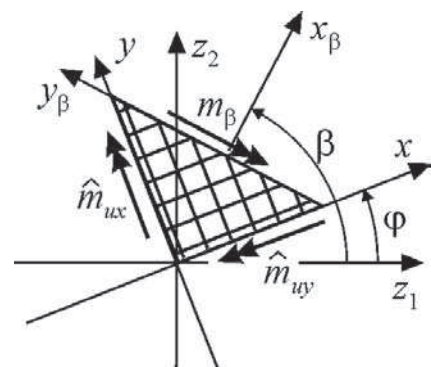
stąd

$$\begin{aligned} \Delta m &= \max \{ \Delta m_i \} \Rightarrow \\ m_{ux} &= \hat{m}_{ux} + \Delta m, \quad m_{uy} = \hat{m}_{uy} + \Delta m, \\ \Delta m' &= \max \{ \Delta m'_i \} \Rightarrow \\ m'_{ux} &= \hat{m}'_{ux} + \Delta m', \quad m'_{uy} = \hat{m}'_{uy} + \Delta m'. \end{aligned} \quad (4)$$

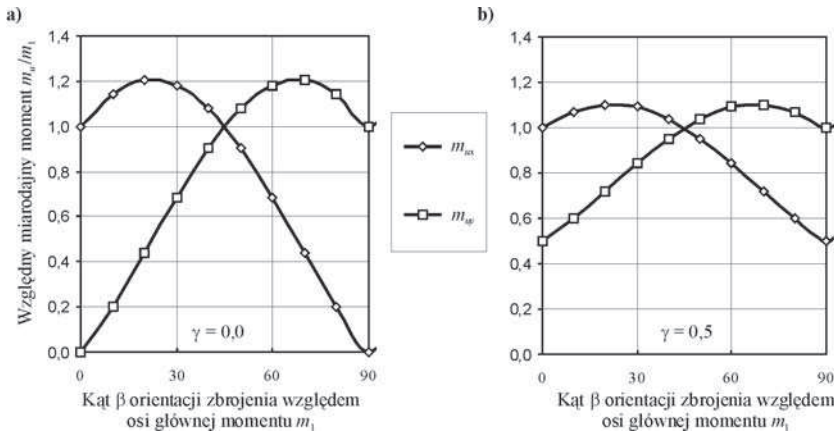
W dalszym ciągu powyższe sposoby wyznaczania miarodajnych momentów będą nazywane *Metoda-1* (wg Eurokodu 2) oraz *Metoda-2* (wg autorskiego algorytmu na bazie PN-B-03264).

### 3. Analiza porównawcza miarodajnych momentów

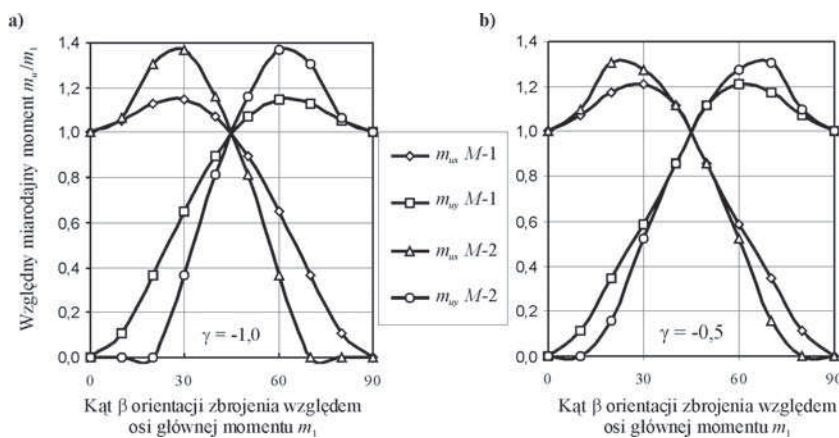
Porównywano wartości miarodajnych momentów wyznaczone *Metodą-1* i *Metodą-2*. Zakłada się, że w analizowanym punkcie płyty



Rys. 5.



Rys. 6.



Rys. 7.

występuje stan sił wewnętrznych określony momentami głównymi

$$m_1 > 0, m_2 = \gamma m_1, \gamma \in (-1, 1)$$

a osie główne momentów pokrywają się z osiami  $\{z_1, z_2\}$ . Należy wyznaczyć miarodajne momenty zginające dla wymiarowania ortogonalnej siatki zbrojeniowej parametryzowanej układem współrzędnych  $\{x, y\}$ , który obrócony jest o kąt  $\varphi$  względem układu  $\{z_1, z_2\}$  (rys. 4a). Analizowano dwa niezależne przypadki stanu sił wewnętrznych.

**Przypadek 1**

Zakłada się, że momenty główne są nieujemne, tzn.  $\gamma \in (0, 1)$  (rys. 3b). Na kierunkach układu  $\{x, y\}$  współrzędne tensora momentów są równe

$$\begin{aligned} m_x &= m_0 + r \cos 2\theta, \\ m_y &= m_0 - r \cos 2\theta, \\ m_{xy} &= r \sin 2\theta, \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie

$$m_0 \equiv (m_1 + m_2)/2, r \equiv |m_1 - m_2|/2.$$

Stosując *Metodę-1* miarodajne momenty na kierunkach siatki zbrojeniowej zgodnie z (1) dla  $\theta = \pi/4$  są równe

$$m_{ux} = m_x + |m_{xy}|, m_{uy} = m_y + |m_{xy}| \quad (6)$$

Miarodajne momenty *Metodą-2* wyznaczono zgodnie z algorytmem przedstawionym w p. 2:

a) Wstępnie przyjmuje się miarodajne momenty równe

$$\hat{m}_{ux} := m_x, \hat{m}_{uy} := m_y$$

b) Moment zginający w przekroju obróconym o dowolny kąt  $\beta$  względem osi  $z_1$  jest równy

$$m_\beta = m_0 + r \cos 2\beta \quad (7)$$

Momenty zginające  $\hat{m}_{ux}, \hat{m}_{uy}, m_\beta$  reprezentują nośność odpowiedniego przekroju płyty (rys. 5).

c) Warunek wytrzymałości wymaga, aby moment zginający otrzymany w wyniku transformacji momentów  $\hat{m}_{ux}, \hat{m}_{uy}$  do układu współrzędnych  $\{x_\beta, y_\beta\}$  był nie mniejszy niż  $m_\beta$ , tym samym spełniona była relacja

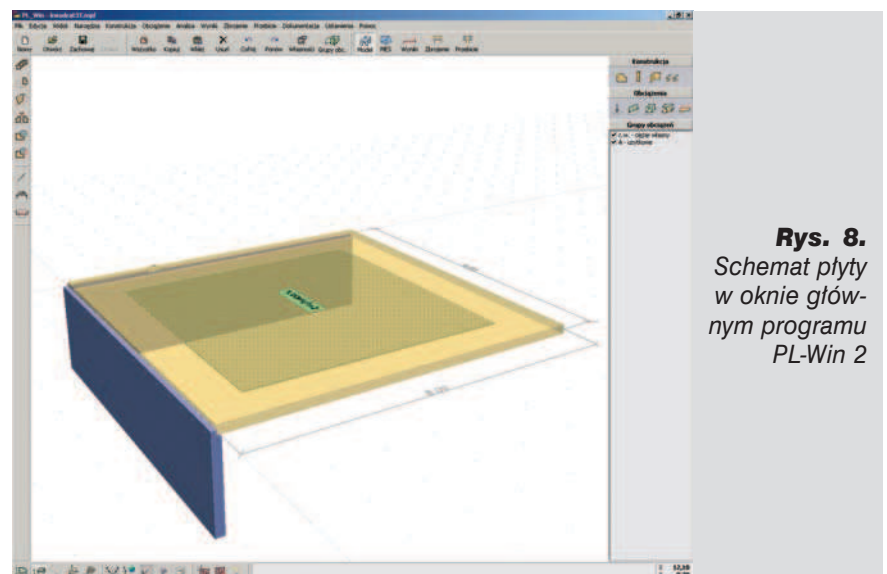
$$\hat{m}_{ux} \cos^2(\beta - \varphi) + \hat{m}_{uy} \sin^2(\beta - \varphi) \geq m_\beta \quad (8)$$

w przeciwnym przypadku miarodajne momenty należy zwiększyć o  $\Delta m$  aby spełniony był warunek (8)

$$\begin{aligned} (\hat{m}_{ux} + \Delta m) \cos^2(\beta - \varphi) + \\ + (\hat{m}_{uy} + \Delta m) \sin^2(\beta - \varphi) = m_\beta \end{aligned} \quad (9)$$

stąd

$$\Delta m = m_\beta - m_x \cos^2(\beta - \varphi) - m_y \sin^2(\beta - \varphi) \quad (10)$$



Rys. 8. Schemat płyty w oknie głównym programu PL-Win 2

d) W celu wyznaczenia maksymalnej wartości  $\Delta m$  zapisano warunek ekstremum funkcji

$$\frac{\partial(\Delta m)}{\partial\beta} = 0 \Rightarrow \tan 2\beta = -\tan^{-1} 2\varphi$$

$$\Rightarrow \beta_i = \varphi - \frac{\pi}{4} + \frac{i\pi}{2} \text{ dla } i = 0, 1, \dots \quad (11)$$

Dla pierwszego pierwiastka  $\beta_0 = \varphi - \pi/4$  druga pochodna funkcji  $\Delta m$  jest równa

$$\frac{\partial^2(\Delta m)}{\partial\beta^2} = -4 \sin 2\varphi \leq 0, \quad (12)$$

stąd wynika, że funkcja  $\Delta m$  osiąga ekstremum w punkcie  $\beta_0$

$$\Delta m_{\max} = \Delta m(\beta_0) = m_{\beta_0} - m_x \cos^2(\pi/4) - m_y \sin^2(\pi/4) = |m_{xy}| \quad (13)$$

oraz

$$m_{ux} = \hat{m}_{ux} + \Delta m_{\max} = m_x + |m_{xy}|$$

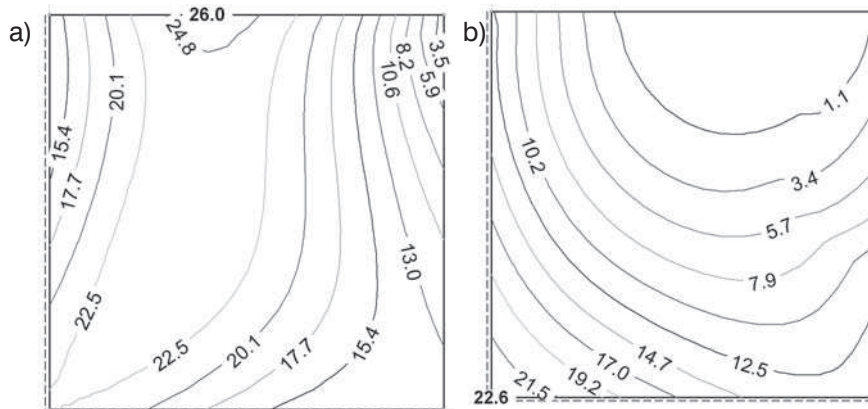
$$m_{uy} = \hat{m}_{uy} + \Delta m_{\max} = m_y + |m_{xy}| \quad (14)$$

e) Z powyższego wynika, że miarodajne momenty wyznaczone *Metodą-2* są identyczne z miarodajnymi momentami wyznaczonymi *Metodą-1*. Rozkład miarodajnych momentów dla wybranych wartości  $\gamma = 0,0$  i  $\gamma = 0,5$  pokazano na rysunku 6.

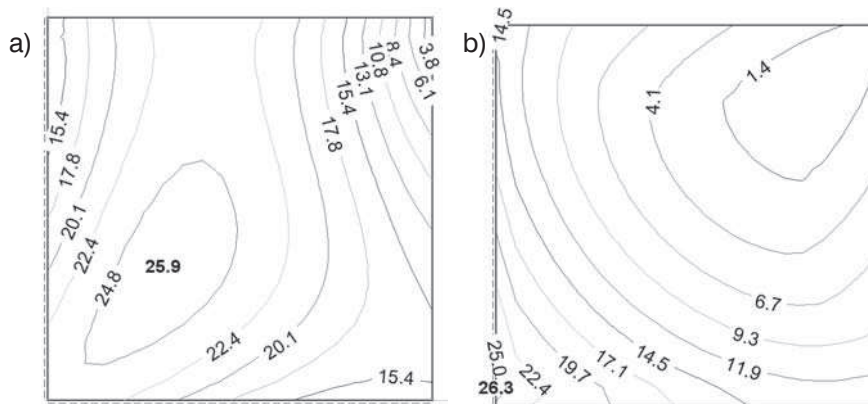
**Przypadek 2:**

Zakłada się, że w analizowanym punkcie płyty występuje taki stan sił wewnętrznych, że momenty główne są różnych znaków. Niech  $m_1 > 0, m_2 = \gamma m_1, \gamma \in (-1, 0)$ . W tym przypadku występują różnice w wartościach miarodajnych momentów wyznaczonych obiema metodami. Różnice te zależne są od proporcji momentów głównych, przy czym największe różnice występują dla  $\gamma = -1$ .

Na rysunku 7a pokazano funkcje miarodajnego momentu wyznaczonego *Metodą-1* i *Metodą-2* w zależności od orientacji zbrojenia względem kierunków głównych dla  $\gamma = -1$ . Wartości miarodajnych momentów wyznaczone *Metodą-1* są średnio około 8% mniejsze niż



**Rys. 9.** Izolinie powierzchni przekroju zbrojenia w [cm²/m] (a) dolnego i (b) górnego wyznaczone Metodą-1



**Rys. 10.** Izolinie powierzchni przekroju zbrojenia w [cm²/m] (a) dolnego i (b) górnego wyznaczone Metodą-2

wyznaczone *Metodą-2*. Analogiczne wyniki pokazano na rysunku 7b dla  $\gamma = -0,5$ , gdzie średnia różnica wyników wynosi około 3%, również na korzyść *Metody-1*.

Teoretycznie wyznaczanie miarodajnych momentów *Metodą-1* wg Eurokodu 2 jest bardziej ekonomiczne w stosunku do *Metody-2*. Jednakże w praktyce różnice te są niewielkie, ponieważ lokalne występowanie w płycie głównych momentów zginających różnych znaków nie jest zbyt częste, a jedynie wówczas obserwujemy co najwyżej kilkuprocentowe różnice w wynikach.

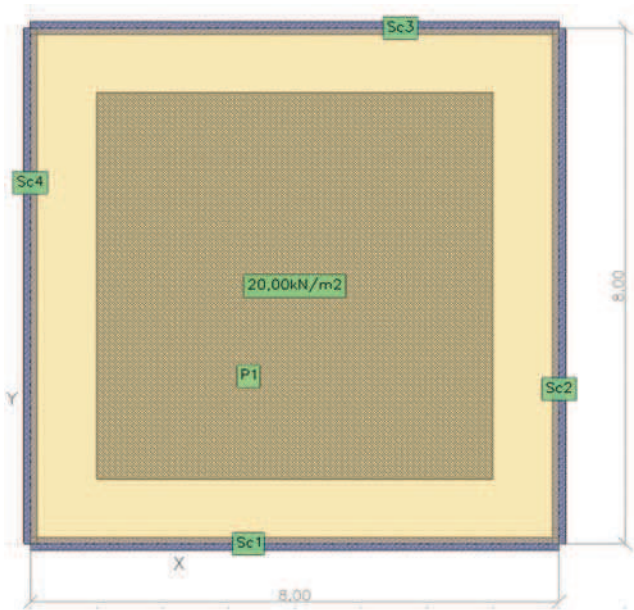
**4. Wymiarowanie płyty w programie PL-Win 2**

Przedstawione powyżej metody wymiarowania płyty są zaimplementowane w autorskim programie PL-Win 2. Jako przykład ilu-

strujący efekty zastosowania obu metod wymiarowania analizowano płytę kwadratową o wymiarach 8,0 x 8,0 m o stałej grubości  $h = 20$  cm podpartą przegubowo na dwóch ścianach i obciążoną równomiernie na zaznaczonej części powierzchni obciążeniem  $q = 5$  kN/m² (rys. 8). Przyjęto beton klasy C25/30, stal klasy A-III, pręty zbrojeniowe o średnicy 16 mm, otulinę 2 cm oraz orientację siatki zbrojenia zgodną z osiami (x,y) równoległe do krawędzi płyty.

Na rysunku 9 pokazano izolinie rozkładu zbrojenia dolnego i górnego na kierunku x wyznaczoną *Metodą-1*. Podobnie na rysunku 10 pokazano rozkłady zbrojenia wyznaczone *Metodą-2*. Lokalne różnice są widoczne, chociaż ilość sumarycznego zbrojenia jest podobna.

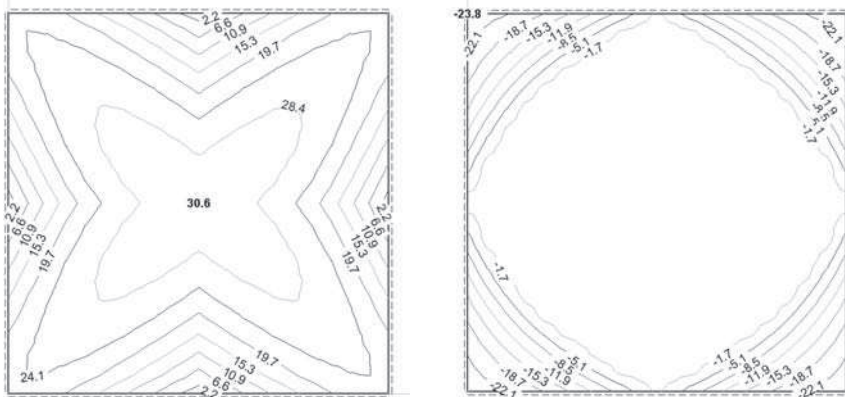
W podsumowaniu należy stwierdzić, że obie metody są względem



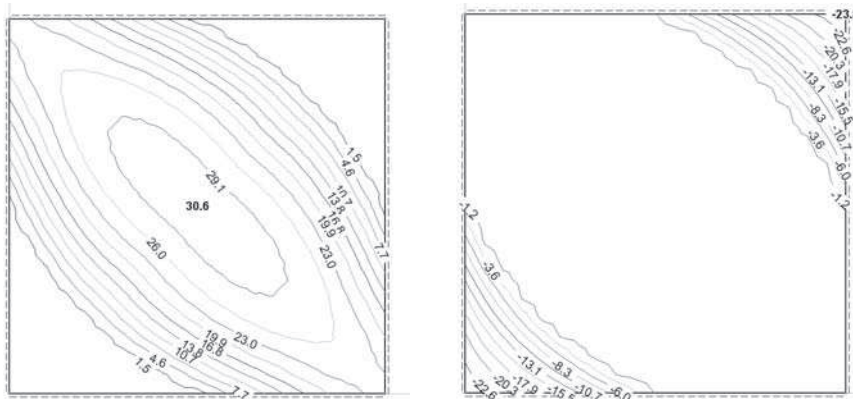
**Rys. 11.**  
Schemat statyczny płyty

siebie równoważne. Teoretycznie *Metoda-2*, metoda bazująca na Eurokodzie 2, daje pewne dodatkowe możliwości optymalizacji ilości zbrojenia, jednakże w prak-

tyce projektowej dla wielu wariantów obciążenia oraz konieczności automatyzacji obliczeń, te możliwości trudno efektywnie wykorzystać.



**Rys. 12.** Miarodajne momenty zginające  $m_{us'}$  -  $m'_{us}$  dla osi  $s$  pokrywającej się z osią  $x$



**Rys. 13.** Miarodajne momenty zginające  $m_{us'}$  -  $m'_{us}$  dla osi  $s$  nachylonej pod kątem  $45^\circ$  w stosunku do osi  $x$

W przykładzie drugim pokazano wpływ orientacji siatki zbrojeniowej na rozkład miarodajnych momentów zginających wyznaczonych *Metodą-1*. Analizowano płytę kwadratową jak w przykładzie pierwszym różniącą się jedynie warunkami brzegowymi. W tym przypadku płyta oparta jest przegubowo na wszystkich czterech krawędziach (rys. 11).

Na rysunku 12 pokazano rozkłady miarodajnych momentów zginających dla kierunku równoległego do krawędzi płyty, natomiast na rysunku 13 pokazano rozkłady miarodajnych momentów zginających dla kierunku przekątnej pola płyty. Z uwagi na symetrię, miarodajne momenty w kierunkach prostopadłych są odpowiednio symetryczne. Pokazane na rysunkach 12 i 13 wartości momentów należy użyć do wymiarowania siatki zbrojeniowej o orientacji odpowiednio zgodnej z przyjętym układem współrzędnych  $\{x,y\}$  oraz siatki zbrojeniowej o orientacji obróconej o  $45^\circ$  w stosunku do przyjętego układu współrzędnych. Wyniki wskazują, że w przypadku obróconej siatki zbrojeniowej otrzymuje się mniejszą ilość stali zbrojeniowej o około 25% w stosunku do orientacji siatki zbrojeniowej zgodnej z układem współrzędnych  $\{x,y\}$ .

**BIBLIOGRAFIA**

- [1] PN-B-03264: 2002 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie
- [2] PN-EN 1992:2008 Eurokode 2: Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków
- [3] Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2. Praca zbiorowa. DWE Wrocław 2006