

Andrzej Cholewicki*

Jarosław Szulc**

PASMOWY MODEL W OBLICZENIACH KONSTRUKCJI ZESPOLONEJ BELKA-PŁYTY STROPOWE

Prefabrykowane płyty opierane na belkach, szczególnie płyty hc (sprężone płyty kanałowe) i TT, mogą efektywnie współpracować z ich zginaną konstrukcją nośną. Klasyczne rozwiązania zagadnienia tej współpracy, pochodzące jeszcze z połowy XX wieku, okazują się nie dość dokładne. Połączenia występujące w tego typu konstrukcji zespolonej są ośrodkami odkształcalnymi pod działaniem sił ścinających (i innych) i odkształcalność ta może mieć zasadniczy wpływ na model globalny całej konstrukcji oraz ilościowe oszacowania sił wewnętrznych. Autorzy wyprowadzili zestaw łatwych do stosowania wzorów, wykorzystując w tym celu model dwóch współpracujących ze sobą belek (w terminologii polskiej częściej stosowane jest określenie „model pasmowy konstrukcji zespolonej”). Szereg zagadnień szczegółowych przeanalizowano za pomocą tego modelu i jest to oryginalny, nowatorski przyczynek, wart zainteresowania oraz dalszego rozwinięcia ze strony gremiów odpowiedzialnych za podstawowe normy – europejską EC2 oraz normy polskie: PN-B-03264:2002 i prPN-B-03300.

1. Wprowadzenie

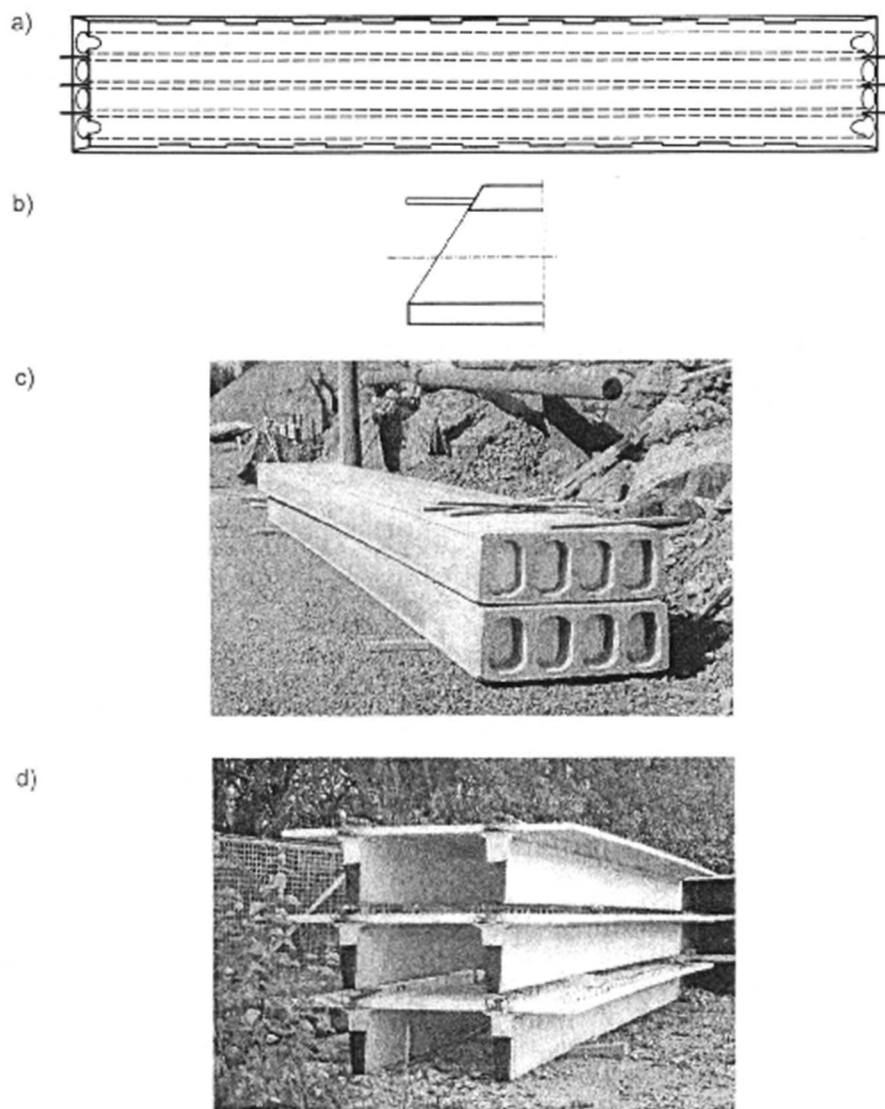
Szkieletowe konstrukcje prefabrykowane, w których stosuje się płyty stropowe o dużych rozpiętościach, są powszechnie realizowane w Europie, między innymi w budynkach biurowych, garażach wielopiętrowych, obiektach handlowych oraz innych obiektach użyteczności publicznej.

Wyróżniające się typy prefabrykatów stropowych o dużych rozpiętościach (rys. 1), produkowane w liczbie milionów m² rocznie, to:

- klasyczne płyty kanałowe – żelbetowe, w Polsce oznaczane symbolem SPB [1], o rozpiętości $\leq 7,8$ m,
- sprężone płyty kanałowe, oznaczone symbolem SP, najczęściej o rozpiętości ≤ 12 m (z literatury znane są przykłady [2, 3] rozpiętości tych płyt wynoszącej nawet 24 m i wysokości przekroju do $h_{pl} = 1200$ mm),
- płyty sprężone, tzw. TT, najczęściej o rozpiętości ≤ 18 m (z literatury jw. docierają informacje o maksymalnych rozpiętościach tych płyt $L_{pl} = 39$ m).

* prof. dr hab. inż. – Zespół Obserwacji i Analiz Budowli ITB

** dr inż. – adiunkt w zespole jw.



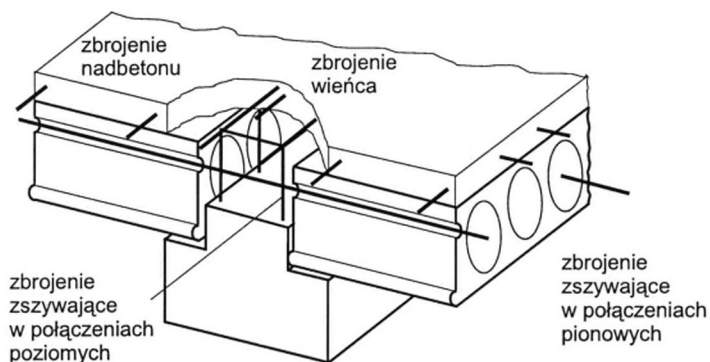
Rys. 1. Płyty stropowe: a, b – wielokanałowe oznaczone symbolem SPB, c – sprężone kanałowe SP (nazywane też w Polsce płytami Spiroll) – fot. autorów, d – sprężone, tzw. TT
 Fig. 1. Types of precast floor slabs: a, b – hollow core, named SPB, c – prestressed hollow core SP (named Spiroll in Poland) d – prestressed so-called TT (double T)

W artykule używane są między innymi terminy (rys. 2):

monolityzacja – łączenie prefabrykatów za pomocą prętów stalowych lub innych łączników oraz wypełnień (lub warstw) z betonu lub podobnego materiału w celu nadania konstrukcji odpowiedniej spójności i sztywności,

pręty uciągające – pręty zwińczające konstrukcję prefabrykowaną (kontynuálne lub odcinkowe) lokowane w monolitycznych wieńcach, również pręty przystosowane do przenoszenia sił rozciągających od momentów podporowych w połączeniach płyt w celu przenoszenia momentów (podporowych),

pręty zszywające – krótkie pręty, odpowiednio kotwione, stosowane przede wszystkim w celu przenoszenia sił ścinających.



Rys. 2. Rodzaje zbrojenia występujące w połączeniu płyt z belką
 Fig. 2. Examples of typical reinforcements in beam-slabs connection

We współczesnych rozwiązaniach konstrukcyjnych obserwuje się następujące tendencje:

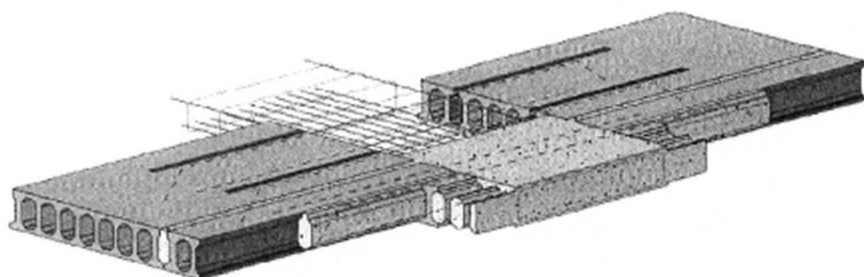
- opieranie płyt o dużych rozpiętościach na belkach, z konieczności krótszych, najczęściej sprężonych,
- opieranie płyt na górnych powierzchniach belek lub bardzo często na uformowanych w nich wspornikach (rys. 2),
- rzadziej – dążenie do wyrównania wysokości przekrojów obu łączonych elementów (przykłady z praktyki i literatury przedmiotu z Włoch [4] i Finlandii [5] (rys. 3),
- stosowanie płyt – również o przekrojach z otworami, o stosunkowo dużej wysokości przekroju, wynoszącej nawet 700 mm (np. we Włoszech, do budowy wiaduktów).

Zbrojona warstwa nadbetonowana występuje zawsze w krajach objętych wpływami sejsmicznymi, natomiast nie zawsze poza tymi terenami (przykład z literatury [6] z terenu Wielkiej Brytanii, w którym akcentowane są oszczędności w kosztach materiałowych i robociznie, jeżeli warstwa nadbetonowana nie jest wykonywana).

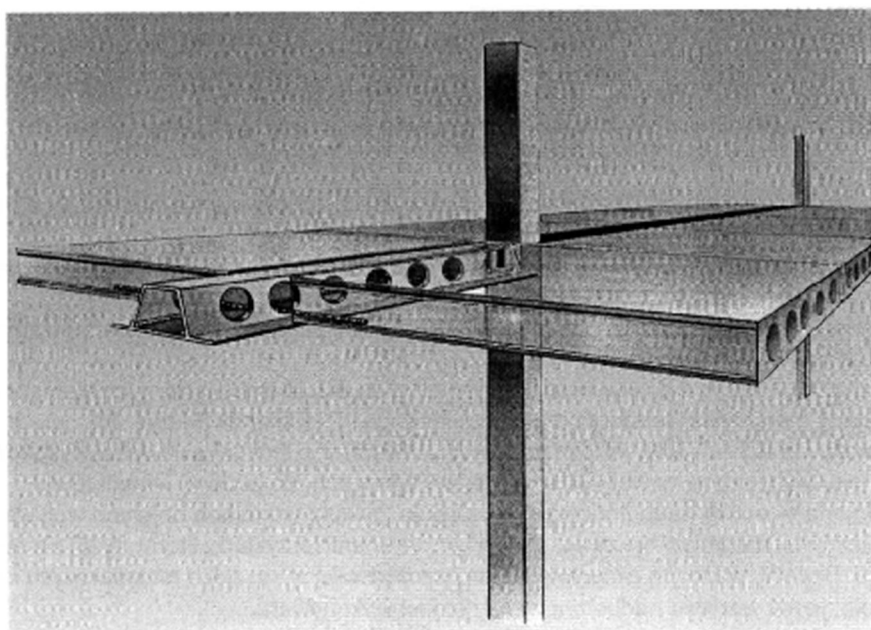
Przy projektowaniu konstrukcji zespolonych z udziałem płyt stropowych obowiązuje zasada utrzymania stanu ściskania w części płytowej przekroju (rys. 4) – w terminologii angielskiej: *flange compression*, czyli ściskana półka. Utrzymanie stanu ściskania w przekrojach płyt o stosunkowo dużych wysokościach (zespolonych z belkami) może być trudne. Płyty takie charakteryzują się ponadto dużą perforacją przekroju – cienkimi żeberkami pomiędzy otworami (drażnieniami); wtedy powstaje zagrożenie ścięcia tychże żeber i ich odkształceń pod działaniem momentu zginającego w płaszczyźnie równoległej do belki (rys. 5a). Końce płyt w strefie ich oparcia podlegają obrotom i są to przekroje

potencjalnych rys pionowych (rys. 5b). Możliwość otwierania się spoin pionowych, poprzez które przekazywane są na płyty poziome siły ścinające, prowadzi do często przyjmowanego w praktyce założenia o pomijaniu współpracy płyt (w myśl zasady projektowania po bezpiecznej stronie). W ocenie autorów takie założenie nie jest słuszne, płyty stropowe znajdują się, pomimo nieuwzględnienia ich współpracy z belką, w stanie interakcji wymuszonej i skutki jej powinny być zidentyfikowane.

a)

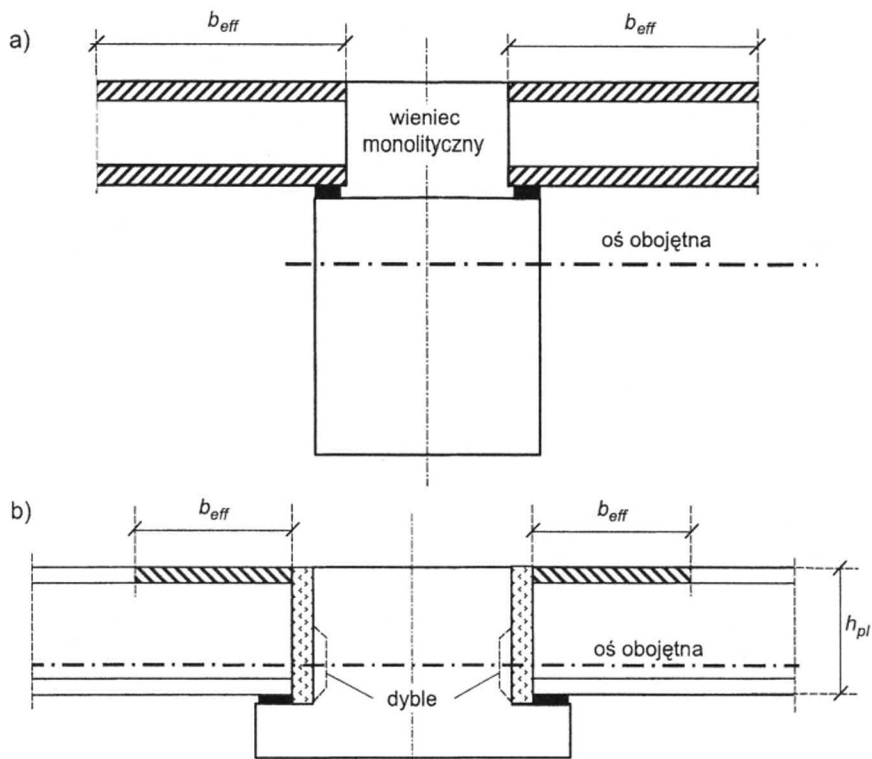


b)



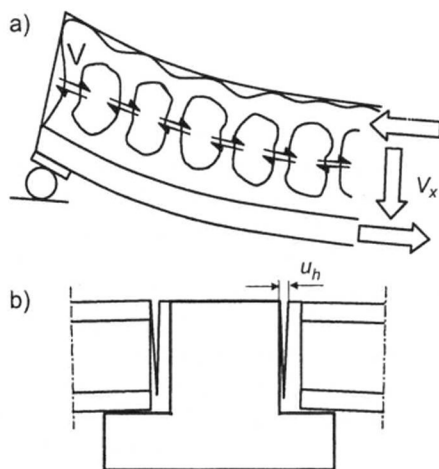
Rys. 3. Przykłady płyt połączonych z belkami nośnymi o zbliżonych wysokościach przekroju:
 a – poszerzone pasmo nośne (monolityczne) w konstrukcji części podziemnej (Włochy),
 b – płyty oparte na perforowanych belkach stalowych (Finlandia)

Fig. 3. Examples of slabs connected with main beams (with similar heights of cross section):
 a – with extended used in underground part of structures (Italy), b – supported on perforated steel beams (Finland)



Rys. 4. Przekroje konstrukcji zespolonej belka- płyta: a – spełniający wymagania utrzymania półki w stanie ściskania, b – nie spełniający tego wymagania

Fig. 4. Cross sections of beam-slabs composite structure: a – meeting the requirement of keeping beam flange in compression state, b – opposite to a)

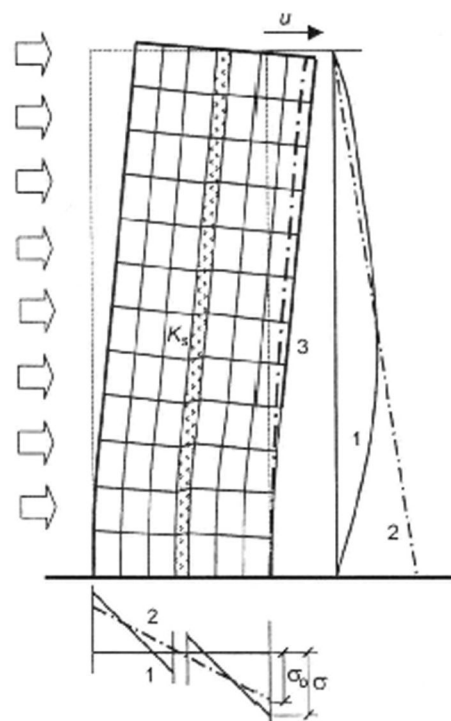


Rys. 5. Cechy specyficzne w połączeniach pionowych płyt z belką: a – odkształcalne żebra między kanałami, b – obroty końców płyt

Fig. 5. Peculiar features of the beam-slabs vertical connections: a – deformability of ribs between the cores, b – rotations of the floor supports

Autorzy w trakcie wieloletnich studiów w zakresie ścianowych konstrukcji wielkopłytowych zajmowali się dwoma zagadnieniami, które dotyczą również omawianych w niniejszym artykule konstrukcji zespolonych:

- modelem interakcji dwóch pasm (ścian lub belek, albo płyt) połączonych ośrodkiem o cechach odkształcalnych mierzonych tzw. sztywnością przy ścinaniu w kierunku równoległym do osi łączonych pasm; sztywność ta jest oznaczana symbolem K_s (rys. 6) [7],
- przebiegiem charakterystyk sztywnościowych różnych połączeń (w tym ustaleniami ilościowymi wartości obliczeniowych).



Rys. 6. Model pasmowy ściany usztywniającej rekomendowany przez autora [7] do obliczeń konstrukcji zespolonej z betonu:

1 – wykresy naprężeń σ i sił V' w przypadku połączenia podatnego, 2 – jw., ale jeżeli wpływ podatności połączenia jest pomijalny, 3 – linia przemieszczeń na podstawie analizy MES

Fig. 6. Strip model (two-beams) of a shear wall (recommended by author [7] to calculate concrete composite structure):

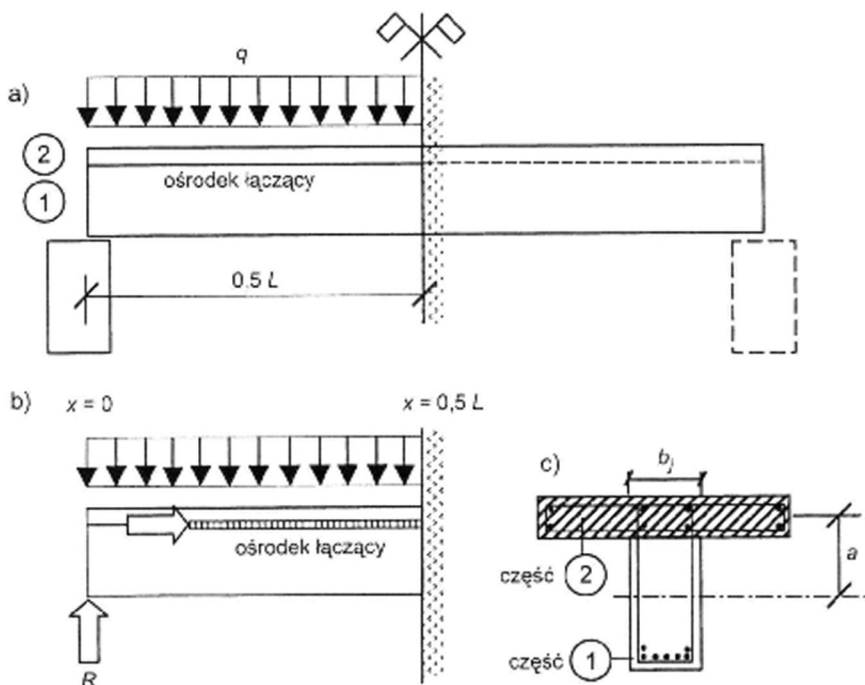
1 – graphs of stresses σ and forces V' (in case of deformable connections), 2 – ditto (but when influence of shear deformability is negligible), 3 – line of deformations on the basis of FEM analysis

Możliwość wykorzystania takiego modelu w zastosowaniu do obliczeń konstrukcji zespolonej są przedmiotem niniejszego artykułu. Model ten dotychczas nie został przyjęty w dwóch głównych normach obowiązujących przy projektowaniu konstrukcji zespolonych z betonu, tj. w PN-B-03264:2002 [8] i w eurokodzie 2 [9]; w przekonaniu autorów artykułu jest to jednak właściwa droga do uporządkowania i interpretacji przepisów obu tych norm. Szczególnie ważna jest ta interpretacja w odniesieniu do typów konstrukcji, w których wymaganie dotyczące utrzymania stanu ściskania w płycie nie jest spełnione. Na zagadnienie zjawiska powstawania poślizgu w połączeniach belki z płytami stropowymi zwraca uwagę R. Wilczyński w rozdziale 18 monografii [10]. Przedstawiona tu metodyka pokazuje, kiedy i jak praktycznie w warsztacie projektanta można uwzględnić skutki tego poślizgu w konstrukcji zespolonej. Szereg omawianych zagadnień ma charakter

nowatorski. Jako przykłady można podać kryterium klasyfikacji połączeń do grupy podatnych lub zasady ilościowej oceny skutków podatności połączeń poziomych i pionowych.

2. Pasmowy model obliczeniowy konstrukcji zespolonej belka-płyty

Do analizy pracy ustroju zespolonego składającego się z dźwigara i nadbetonu przyjęto model utworzony przez pasmo dolne (nr 1), którym jest dźwigar lub belka, oraz pasmo górne (nr 2), którym jest nadbeton (rys. 7). Połączenie obu pasm przenosi jednostkowe siły ścinające V' rozłożone w sposób ciągły. Rozstaw osiowy pasm wynosi a , a ich parametry sprężyste i sztywnościowe są określone przez wielkości E_{c1} , A_1 , I_1 oraz E_{c2} , A_2 , I_2 odpowiednio odnośnie do pasma nr 1 i nr 2. Część nr 2 położona jest całkowicie ponad osią obojętną przekroju konstrukcji traktowanej jako homogeniczna. Zapóczyczenie ponad osią obojętną przekroju konstrukcji traktowanej jako homogeniczna. Zapóczyczenie ponad osią obojętną przekroju konstrukcji traktowanej jako homogeniczna. Zapóczyczenie ponad osią obojętną przekroju konstrukcji traktowanej jako homogeniczna. Zapóczyczenie ponad osią obojętną przekroju konstrukcji traktowanej jako homogeniczna.



Rys. 7. Pasmowy model obliczania konstrukcji zespolonej: a – schemat rzeczywisty, b – schemat zastępczy, c – przekrój, numeracja pasm

Fig. 7. Two-beams model to calculate composite structure: a – real one, b – equivalent one, c – cross section and strip numbering

Zgodnie z przyjętym modelem podstawowa zależność interakcji w konstrukcji zespolonej ma postać

$$M_0 = M_b + M_2 + V_m a \quad (1)$$

- gdzie: M_0 – moment od obciążeń, na które projektowana jest konstrukcja,
 M_b – część momentu przenoszona przez belkę ($M_b = M_1$),
 M_2 – część momentu przenoszona przez płyty stropowe i wieńiec ponad połączeniem,
 V_m – suma jednostkowych sił ścinających w połączeniu półki ze środkiem, obliczona wzdłuż odcinka od osi podpory do środka rozpiętości belki,
 a – odległość pomiędzy osiami obojętnymi części płytowej i belkowej w konstrukcji zespolonej.

Zależność ta pozwala „wprost” oceniać skutki specyficznych czynników charakteryzujących zachowanie się zginanej konstrukcji zespolonej. Jako przykłady można wymienić:

- ocenę skutków utraty sztywności części nr 2, na przykład wskutek zarysowania od rozciągania; człon M_2 podlega wtedy znacznej redukcji lub zanika całkowicie,
- ocenę wpływu niedoboru sztywności połączenia, wskutek czego zanika trzeci człon w równaniu (1),
- ocenę – w fazie projektowania – korzyści, jakie można uzyskać dzięki przystosowaniu części płytowej (nr 2) do przenoszenia odpowiednio dużych momentów M_2 ,
- ocenę efektywności różnego rodzaju wzmocnień istniejących konstrukcji, w tym także wykonywanych za pomocą taśm CFRP.

Bardziej szczegółowo podany model i całe rozwiązanie opisano w pracy [7]. Istotny etap tego rozwiązania to wyznaczenie siły V_m (rys. 7) za pomocą wzoru

$$V_m = 0,5 V_0 \frac{\Psi}{\alpha^2} L \eta_m \quad (2)$$

- gdzie: V_0 – siła poprzeczna w przekroju przy podporze (rozpatrywany jest tu schemat belki swobodnie podpartej),
 L – rozpiętość belki,
 η_m – współczynnik wyznaczany na podstawie iloczynu $\alpha \frac{L}{2}$ (tablica 1),
 $\frac{\Psi}{\alpha^2}$ – stosunek charakteryzujący parametry geometryczne i sztywnościowe konstrukcji zespolonej.

Iloczyn $\alpha \frac{L}{2}$ i stosunek $\frac{\Psi}{\alpha^2}$ wyznacza się za pomocą wzorów:

$$\alpha \frac{L}{2} = \frac{L}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{E_{c1} A_1} + \frac{1}{E_{c2} A_2} + \frac{a^2}{E_{c1} I_1 + E_{c2} I_2} \right) K_s} \quad (3)$$

$$\frac{\Psi}{\alpha^2} = \frac{\frac{a}{E_{c1} I_1 + E_{c2} I_2}}{1 + \frac{1}{E_{c1} A_1} + \frac{1}{E_{c2} A_2} + \frac{a^2}{E_{c1} I_1 + E_{c2} I_2}} \quad (4)$$

gdzie: A_1, A_2 – odpowiednio powierzchnie przekrojów części belkowej 1 i płytowej 2,
 I_1, I_2 – odpowiednio momenty bezwładności przekrojów części 1 i 2,
 E_{c1}, E_{c2} – odpowiednio moduły sprężystości betonu wyróżnionych części (przekrojów),
 K_s – sztywność połączenia.

Wzory (2) i (3) oraz tablica 1 pokazują, jak istotnym parametrem jest wymiar L w przypadku przedmiotowych konstrukcji zespolonych, w których występują stropy o dużej rozpiętości (rozpiętości belek są wtedy odpowiednio mniejsze).

Tablica 1. Wartości współczynników η'_{max} , η_m i stosunek η'_{max}/η_m
 Table 1. Values of coefficients η'_{max} , η_m and relation η'_{max}/η_m

$\alpha L/2$	η'_{max}	η_m	$\frac{\eta_{max}}{\eta_m}$	$\alpha L/2$	η'_{max}	η_m	$\frac{\eta_{max}}{\eta_m}$
0,50	0,076	0,047	1,61	5,25	0,810	0,464	1,74
0,75	0,154	0,095	1,61	5,50	0,818	0,467	1,75
1,00	0,238	0,148	1,62	5,75	0,826	0,470	1,76
1,25	0,319	0,199	1,61	6,00	0,833	0,472	1,76
1,50	0,397	0,244	1,60	6,25	0,840	0,474	1,77
1,75	0,462	0,284	1,63	6,50	0,846	0,476	1,77
2,00	0,518	0,316	1,63	6,75	0,852	0,478	1,78
2,25	0,566	0,344	1,64	7,00	0,857	0,480	1,78
2,50	0,605	0,366	1,64	7,25	0,862	0,481	1,79
2,75	0,640	0,385	1,65	7,50	0,867	0,482	1,80
3,00	0,669	0,400	1,66	7,75	0,871	0,483	1,80
3,25	0,694	0,413	1,67	8,00	0,875	0,484	1,81
3,50	0,715	0,423	1,68	8,25	0,878	0,485	1,81
3,75	0,733	0,432	1,69	8,50	0,883	0,486	1,82
4,00	0,750	0,440	1,70	8,75	0,886	0,487	1,82
4,25	0,764	0,446	1,70	9,00	0,889	0,488	1,82
4,50	0,778	0,452	1,71	9,25	0,892	0,488	1,82
4,75	0,800	0,456	1,72	9,50	0,895	0,499	1,83
5,00	0,800	0,461	1,75	9,75	0,898	0,489	1,83
			1,73	10,00	0,900	0,490	1,83

Rozkład jednostkowych sił ścinających w połączeniu wyróżnionych części nr 1 (belka) i nr 2 (płyty) jest nierównomierny i przy wzrastających wartościach iloczynu $\alpha \frac{L}{2}$ zbliżony do trójkątnego. Wartość maksymalna V'_{max} występuje zawsze w osi podpory. Określa ją wzór

$$V'_{max} = V_0 \frac{\Psi}{\alpha^2} \eta'_{max} \quad (5)$$

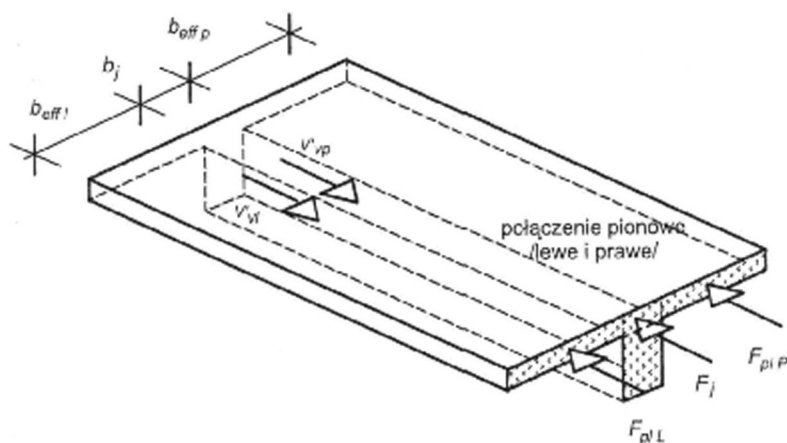
Stosunek $\frac{V'_{\max}}{V'_{av}}$ (gdzie V'_{av} oznacza średnią wartość siły ścinającej równą $\frac{2V_m}{L}$)

charakteryzuje stosunek $\frac{\eta_{\max}}{\eta_m}$ podany w tablicy 1. Jak widać z tablicy, stosunek ten

maleje odpowiednio do zmniejszającej się wartości $\frac{\alpha L}{2}$ w zakresie od 1,83 do 1,60.

Występowanie maksymalnych wartości V'_{\max} w osi podpory oznacza, że również maksymalne przemieszczenia (wzajemne części nr 1 i nr 2) powstają w tym przekroju. Są to tzw. poślizgi, które – o znaczących wartościach – były obserwowane i mierzone podczas badań tego typu konstrukcji (przykład badania cytowany w pracy [10]).

Siła ścinająca V_m jest równoważona przez trzy siły podłużne: F_{plL} , F_{plP} oraz F_j ; ta ostatnia działa w wieńcu ponad belką (rys. 8).



Rys. 8. Rozdzielenie sumarycznej siły ścinającej V_m na trzy siły podłużne ponad połączeniem poziomym

Fig. 8. Distribution of total shear force V_m among three longitudinal forces (above horizontal connection)

Sztywność K_s , którą wyraża stosunek jednostkowej siły ścinającej połączenie do powodowanego przez tę siłę przemieszczenia s , wyznaczono według zasad omówionych w dokumentach Komisji „Prefabrykacja FIB” [11] i [12], a także w pracy [13]. Dość złożoną w zapisie według opracowania [10] zależność można sprowadzić do wykresu bilinearnego. Zgodnie z nim wyróżniono dwa zakresy wartości K_s (rys. 9):

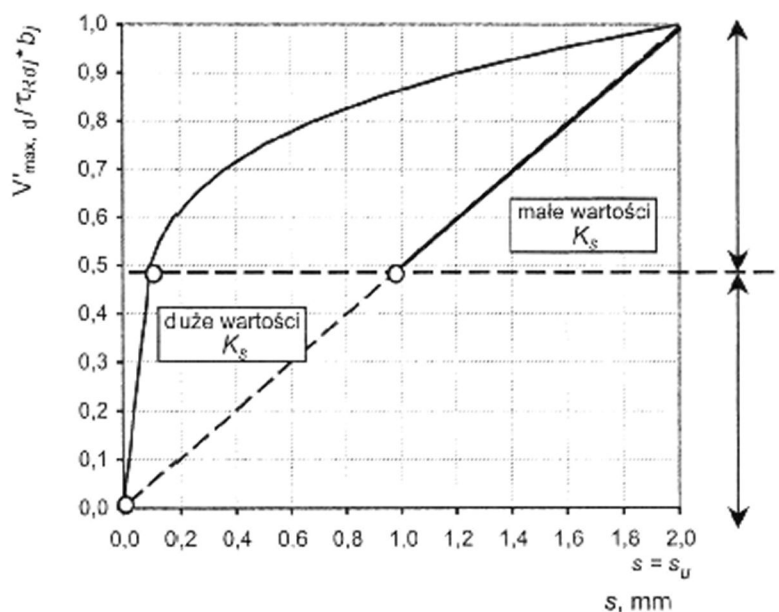
- małych sztywności, określonych wzorem

$$K_s = 500 \rho_j f_{yd} \mu b_j \quad (6)$$

- dużych sztywności, określanych wzorem

$$K_s = 5000 \rho_j f_{yd} \mu b_j \quad (7)$$

- gdzie: ρ_j – stopień zbrojenia,
 f_{yd} – obliczeniowa granica plastyczności stali zbrojeniowej,
 μ – współczynnik tarcia na powierzchni zespolenia,
 b_j – szerokość połączenia (rys. 7c),
 500, 5000 – mnożniki o mianach 1/m.



Rys. 9. Przybliżone wartości do wyznaczenia sztywności połączenia poziomego K_s (proponycja autorów na podstawie zależności $\tau - s$ [10] i [12])

Fig. 9. Approximate values to calculate of the shear stiffness K_s of the horizontal connection (proposed by authors on the basis of relationship $\tau - s$ [1] and [12])

Wybór jednego z dwóch zakresów wartości K_s dokonuje się na podstawie stosunku

$$\frac{V'_{\max,d}}{\tau_{Rd,j} b_j}; \text{ przy czym}$$

- jeżeli $\frac{V'_{\max,d}}{\tau_{Rd,j} b_j} > 0,5$, obowiązuje wartość mniejsza

oraz

- jeżeli $\frac{V'_{\max,d}}{\tau_{Rd,j} b_j} \leq 0,5$, obowiązuje wartość większa;

gdzie: $V'_{\max,d}$ – miarodajna wartość maksymalnej jednostkowej siły ścinającej w połączeniu,

$\tau_{Rd,j}$ – nośność obliczeniowa na ścinanie na jednostkę powierzchni styku.

Wartość $V'_{\max,d}$ wyznacza się, uwzględniając dwa parametry korzystnie wpływające na sztywność połączenia, a mianowicie:

- szorstkość lub zazębienie (zdyblowanie) w styku dwóch betonów w połączeniu,
- opór tarcia przy ścinaniu powodowanego przez siły $\sigma_N b_j$ skierowane prostopadle do powierzchni ścinania.

Zgodnie z powyższym

$$V'_{\max,d} = V'_{\max} \frac{\eta'_{\max}}{2\eta_m} k_T \tau_{Rdf} b_j - \mu \sigma_N b_j \quad (8)$$

gdzie k_T – współczynnik podany w normie [8].

Stosunek maksymalnej jednostkowej siły ścinającej do sztywności K_s jest to poślizg s , a więc

$$s_{\max} = \frac{V'_{\max}}{K_s} \quad (9)$$

Na podstawie wzorów od (1) do (4) i tablicy 1 wyznaczono sztywność minimalną połączenia $K_{s,\min}$ gwarantującą utrzymanie stanu ściskania w całym przekroju części nr 2; wyraża ją wzór

$$K_{s,\min} = \frac{121}{L^2} \frac{E_{c1}}{\frac{1}{A_1} + \frac{E_{c1}}{E_{c2}} \frac{1}{A_2} + \frac{a^2}{l_1 + \frac{E_{c1}}{E_{c2}} l_2}} \quad (10)$$

Zakres ważności wzoru (10) dotyczy przypadków, w których część nr 2 przekroju położona jest powyżej osi obojętnej przekroju konstrukcji zespolonej traktowanej jako element homogeniczny, to znaczy nie następuje w nim wzajemny poślizg części nr 2 względem części nr 1, albo wielkość tego poślizgu jest na tyle mała, że nie powoduje wystąpienia żadnych istotnych różnic w modelu zachowania się obu porównywalnych rodzajów konstrukcji.

Wzory tu przedstawione pozwalają wyznaczyć moment przenoszony przez belkę, który jest równy momentowi zewnętrznemu zredukowanemu o część równą iloczynowi $V_m a$ – por. wzór (1). Zredukowany moment wynosi

$$M_b \cong M_0 \left(1 - \frac{2\Psi}{\alpha^2} \eta_m a \right) \frac{l_1 E_{c1}}{l_1 E_{c1} + l_2 E_{c2}} \quad (11)$$

W przypadku gdy $K_s < K_{s,\min}$, należy oczekiwać ujawnienia się skutków niedostatecznej sztywności połączenia. Skutki te ilustruje przykład liczbowy (p. 3); przyrost momentu w belce można wyznaczyć według wzoru (jeżeli $E_{c1} = E_{c2}$):

$$\Delta M_1 = 2M_0 \frac{\Psi}{\alpha^2} a \left[\eta_m (K_{\min}) - \eta_m \right] \frac{l_1}{l_1 + l_2} \quad (12)$$

Podany wzór obowiązuje wtedy, gdy niedobór sztywności połączenia prowadzi do powstania stanu rozciągania w części nr 2 przekroju, ale siły rozciągające w tej części przekroju są przenoszone na przykład przez zbrojenie wieńca. Jeżeli tak nie jest, należy oczekiwać redystrybucji momentu zginającego od części nr 2 do belki (część nr 1). Śledzenie tego zjawiska jest możliwe między innymi za pomocą wyspecjalizowanych programów MES; bardzo znaczącym uproszczeniem może być całkowite pominięcie we wzorze (11) członu $\frac{I_1}{I_1 + I_2}$.

Przedstawiona metodyka może być zastosowana również do badania skutków podatności połączeń w konstrukcjach zespolonych płytowych, a więc gdy na powierzchni płyt prefabrykowanych wykonywana jest warstwa nadbetonowana (rys. 2) lub w analizie (bardzo modnych w ostatnich latach) konstrukcji monolitycznych tworzonych za pomocą tzw. traconych szalunków, czyli płyt filigran [13] lub predal [14] – rys. 10 (autorzy opowiadają się za zaniechaniem posługiwania się nazwą „szalunek tracony”, płyta prefabrykowana jest bowiem takim samym elementem konstrukcyjnym, jak warstwa z betonu monolitycznego). Przyjmując (dla uproszczenia), że moduły sprężystości $E_{c1} = E_{c2}$, można otrzymać następujący zapis podstawowej zależności interakcyjnej w konstrukcji płytowej:

$$M_0 = M_1 + M_2 + \frac{2}{\frac{k_1^3 + k_2^3}{3 k_1 k_2} + 1} \eta_m M_0 \quad (13)$$

gdzie: $k_1 = \frac{h_1}{h}$;

$k_2 = \frac{h_2}{h}$

M_1, M_2 – odpowiednio momenty przenoszone przez części nr 1 (dolną) i nr 2 (górną) przekroju,

h_1, h_2 – odpowiednio wysokości przekrojów części nr 1 i nr 2,

h – wysokość całkowita przekroju.

Przekształcony wzór (13) ma postać:

$$M_1 + M_2 = M_0 \left(1 - \frac{2}{\frac{k_1^3 + k_2^3}{3 k_1 k_2} + 1} \eta_m \right) \quad (14)$$

W przypadku gdy $E_{c1} = E_{c2}$ wzór (3) przybiera postać:

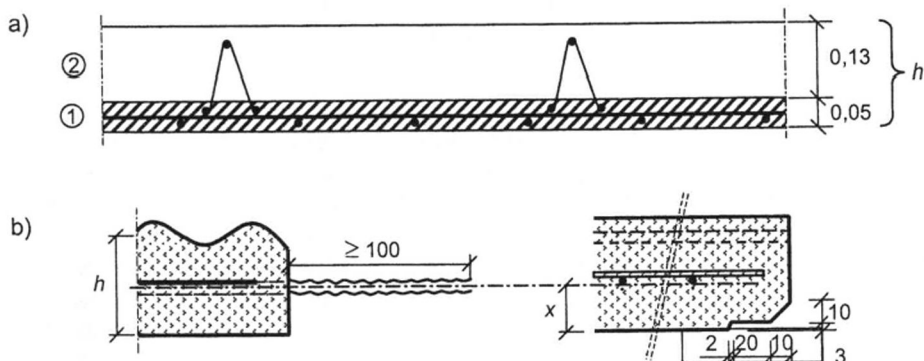
$$\frac{\alpha L}{2} = \frac{L}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{k_1 h} + \frac{1}{k_2 h} + \frac{6}{k_1^3 + k_2^3} \right) \frac{K_s}{E_c A}} \quad (15)$$

gdzie A – powierzchnia przekroju traktowanego jako konstrukcja homogeniczna.

Za pomocą wzoru (15) można wyznaczyć wartości K_s , przy których η_m (tablica 1) są równe (lub bliskie $\eta_{m \max}$), a więc

$$\eta_m \cong \eta_{m \max} = 0,5 \quad (16)$$

Wtedy konstrukcja zespolona może być traktowana jak homogeniczna. Można też wyznaczyć przekrój zbrojenia zszywającego spełniającego wymagania $K_s \geq K_{s \min}$. Bardzo duże znaczenie w uzyskaniu efektywnego zespolenia, to jest $K_s > K_{s \min}$, mają parametry opisujące chropowatości powierzchni w połączeniu.



Rys. 10. Przekroje stropów filigran (a) i predall (b)
Fig. 10. Cross sections of filigran (a) and predall (b) floors

3. Przykład liczbowy

3.1. Przedmiot obliczeń

Przedmiotem obliczeń jest strunobetonowa belka zespolona ze sprężonymi płytami kanałowymi SP 320 (rys. 11). Porównano dwa sposoby zaprojektowania zbrojenia zszywającego w styku poziomym, a mianowicie:

- normowy – tylko „na wytrzymałość”,
- według propozycji autorów (w p. 2) „na wytrzymałość” i „na sztywność”-

3.2. Dane

Dane dotyczące belki:

$$I_1 = 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$A_1 = 0,2527 \text{ m}^2$$

$$E_{c1} = 4,03 \cdot 10^7 \text{ kPa}$$

$$L = 8 \text{ m}$$

$$q = 176,5 \text{ kN/m}$$

(Przyjęto, że w płaszczyźnie styku poziomego przekazywana jest część obciążenia

$$q_j = 100 \text{ kN/m}).$$

$$M_0 = \frac{qL^2}{8} = \frac{176,5 \cdot 8^2}{8} = 1412 \text{ kNm}$$

$$V_0 = \frac{qL}{2} = 176,5 \cdot 4 = 706 \text{ kN}$$

Dane dotyczące płyt stropowych i wieńców:

Przyjęto te same cechy sprężyste i wytrzymałościowe (betonu) oraz wymiar $b_{eff} = 0,27$ m na podstawie opracowania [11].

$$E_{c2} = 4,03 \cdot 10^7 \text{ kPa}$$

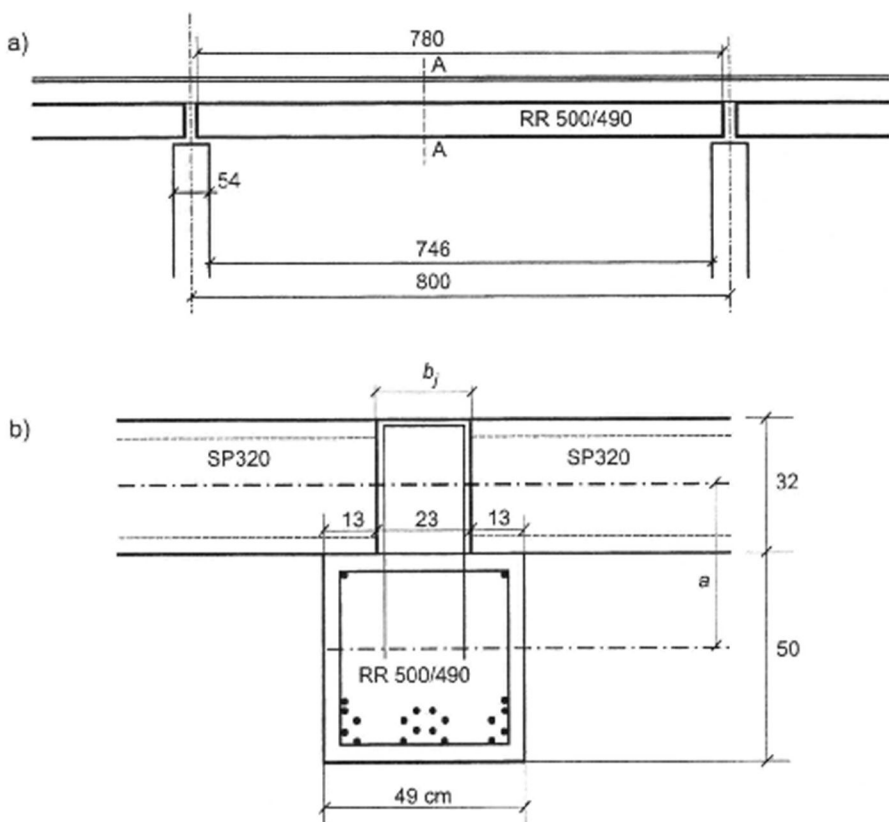
$$b_{pl} = 2 \cdot 0,27 \text{ m} = 0,54 \text{ m}$$

$$b_w = 0,23 \text{ m (wieńiec)}$$

$$I_2 = b_{pl} \left(\frac{0,32^3 - 0,25^3}{12} \right) + \frac{b_w 0,32^3}{12} = 2 \cdot 0,27 \cdot 0,00143 + 0,23 \frac{0,32^3}{12} = 0,0014 \text{ m}^4$$

$$A_2 = 2 \cdot 0,27 (0,32 - 0,25) + 0,23 \cdot 0,32 = 0,111 \text{ m}^2$$

$$a = 0,41 \text{ m (rys. 11)}$$



Rys. 11. Przykładowa konstrukcja zespolona belka-płyty: a – widok konstrukcji, b – przekrój (wymiar w cm)

Fig. 11. Example of typical beam-slabs composite structure: a – view, b – cross section (dimensions in cm)

3.3. Przekrój zbrojenia w płaszczyźnie zespolenia wyznaczony według PN-B-03264:2002

Maksymalna jednostkowa siła ścinająca w połączeniu i odpowiadająca jej wartość naprężenia stycznego.

Przyjęto: współczynnik $\beta \cong 1,0$

$$z = 0,8 \quad h = 0,8 \cdot 0,82 = 0,66 \text{ m}$$

$$\mu = 0,8$$

$$b_j = 0,23 \text{ m (rys. 11)}$$

$$f_{yd} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ kPa}$$

$$k_T = 1,4$$

$$\tau_{Rd} = 0,3 \text{ MPa}$$

$$\sigma_N = \frac{100}{1 \cdot 0,23} = 430 \text{ kPa}$$

$$V'_{\max} = V_0 \beta \frac{1}{z} = 706 \cdot 1 \frac{1}{0,66} = 1069,7 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\tau_{Sdj} = \frac{V'_{x \max}}{b_j} = \frac{1069,7}{0,23} = 4,66 \cdot 10^3 \text{ kPa}$$

W celu wyznaczenia przekroju zbrojenia w płaszczyźnie zespolenia zastosowano warunek podany w normie [8] z pominięciem członów k_T , τ_{Rd} i $\mu \sigma_N$; przyjęto, że $\tau_{Sdj} \cong \rho_j f_{yd} \mu$, a to oznacza, że w skrajnym, metrowej długości odcinku połączenia powinno być rozmieszczone zbrojenie zszywające o minimalnym przekroju $A_{s \min}$, który wynosi

$$A_{s \min} = \frac{\tau_{Sdj} \cdot 1 \text{ m} \cdot b_j}{\mu f_{yd}} = \frac{4,66 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0,23}{0,8 \cdot 2,1 \cdot 10^5} = 0,0064 \text{ m}^2$$

Przyjęto zbrojenie 2 ϕ 14 co 5 cm, dla którego $A_s = 0,0061 \text{ m}^2$, a wtedy

$$\rho_j = \frac{A_s}{b_j \cdot 1 \text{ m}} = \frac{0,0061}{1 \cdot 0,23} = 0,0265$$

$$\begin{aligned} \tau_{Rdj} &= k_T \tau_{Rd} + \mu \sigma_N - \rho_j f_{yd} \quad \mu = 1,4 \cdot 0,3 + 0,8 \cot 0,43 + \frac{0,0061}{1 \cdot 0,23} \cdot 0,8 \cdot 210 = \\ &= 0,42 + 0,34 + 4,45 \cong 5,21 \text{ MPa} \end{aligned}$$

3.4. Wyznaczenie sztywności połączenia

Zakres wyężenia połączenia miarodajny do wyznaczenia jego sztywności K_s :

$$\begin{aligned} V'_{\max d} &= V'_{\max} - k_T \tau_{Rd} b_j - \mu \sigma_N b_j = 1069,7 - 1,4 \cdot 300 \cdot 0,23 - 0,8 \cdot 430 \cdot 0,23 = \\ &= 0,1069,7 - 96,6 - 79,1 = 894 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Stosunek

$$\frac{V'_{c \max d}}{\tau_{Rdj} b_j} = \frac{894}{5210 \cdot 0,23} = 0,75$$

Na podstawie warunku podanego w p. 2 sztywność połączenia (wzór 6) wynosi:

$$K_s = 500 \cdot 0,0265 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,8 \cdot 0,23 = 0,512 \cdot 10^6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

3.5. Wyznaczenie $K_{s \min}$

Do wyznaczenia $K_{s \min}$ zastosowano wzór (10) – p. 2:

$$K_{s \min} = \frac{121}{l^2} \frac{E_{c1}}{\frac{1}{A_1} + \frac{E_{c1}}{E_{c2}} \frac{1}{A_2} + \frac{a^2}{I_1 + \frac{E_{c1}}{E_{c2}} I_2}} = \frac{121}{8^2} \frac{4,03 \cdot 10^7}{\frac{1}{0,2527} + \frac{1}{0,1111} + \frac{0,41^2}{5,4 \cdot 10^{-3} + 1,4 \cdot 10^{-3}}}$$

$$= \frac{121}{8^2} \frac{4,03 \cdot 10^7}{3,95 + 9 + 24,72} = \frac{121 \cdot 4,03 \cdot 10^7}{8^2 \cdot 37,68} = 2,022 \cdot 10^6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \gg K_s = 0,512 \cdot 10^6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

3.6. Ocena skutków niedoboru sztywności połączenia

W przypadku wartości $K_s < K_{s \min}$ należy oczekiwać pojawienia się bryły naprężeń rozciągających w części nr 2 przekroju. Stan taki ilustrują wykresy na rysunku 12. Podatność połączenia charakteryzująca się wartościami $K_s < K_{s \min}$ powoduje ponadto:

- przyrosty naprężeń przy krawędzi rozciąganej części nr 1 (w belce) przekroju,
- powstanie tzw. poślizgów (por. p. 2), czyli wzajemnych przemieszczeń części nr 1 i nr 2,
- przyrosty ugięć całej konstrukcji ponad wartości, które mogą być wyznaczone na podstawie procedur i wzorów normowych [8].

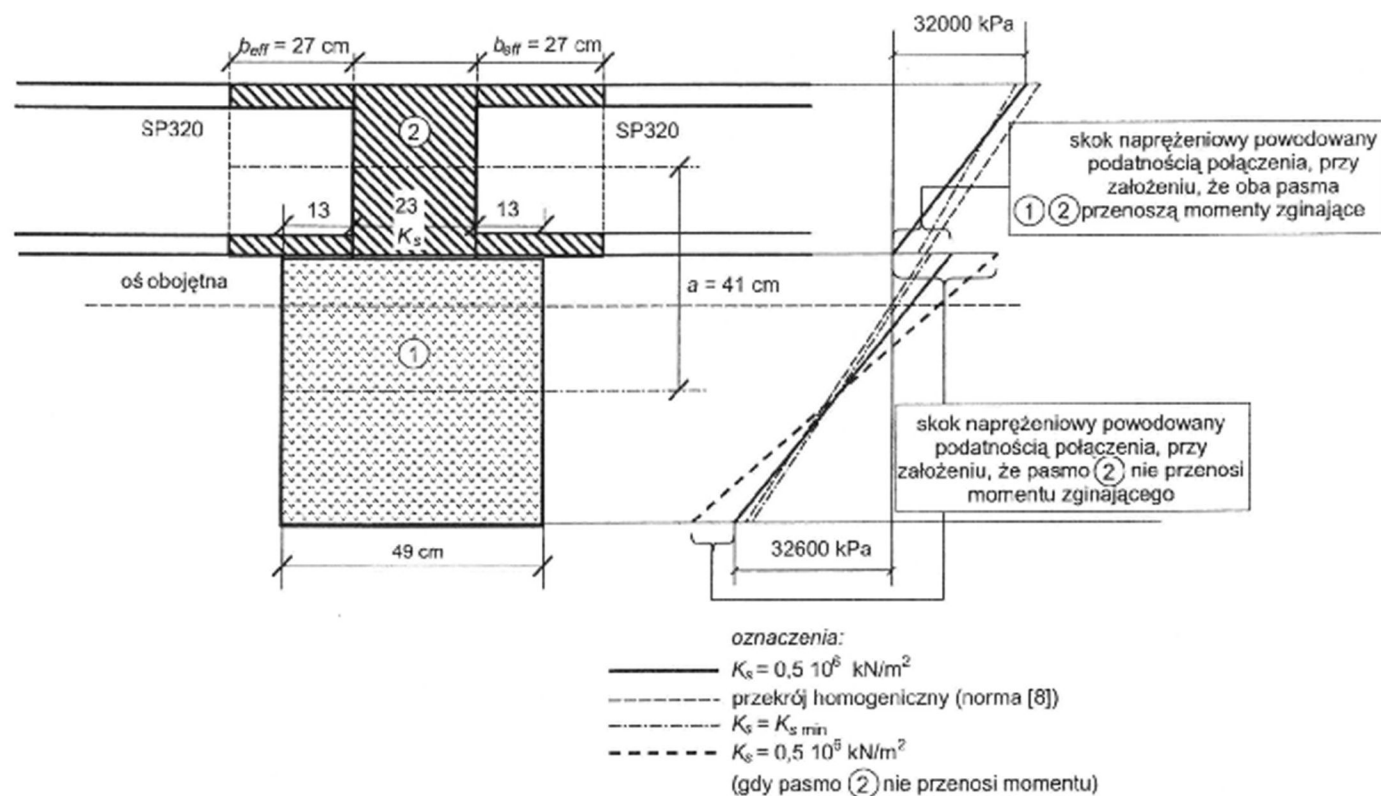
Przyrost naprężeń rozciągających w części nr 1 może być dodatkowo zwiększony wskutek zjawiska redystrybucji części momentu M_2 do belki, co następuje wtedy, gdy zbrojenie wieńca nie dość skutecznie przenosi siły rozciągające. Dość łatwo za pomocą wzorów (11) i (12) można wyznaczyć przyrost momentu $M_b = M_1$ powodowany niedoborem sztywności połączenia. Przyrost ten wynosi

$$\Delta M_b = \frac{2 M_0 \psi}{\alpha^2} (0,490 - \eta_m) a$$

Przebieg obliczeń ilustruje przykład podany niżej.

Stosunek $\frac{\psi}{\alpha^2}$ (wzór 4):

$$\frac{\psi}{\alpha^2} = \frac{\frac{0,41}{5,4 \cdot 10^{-3} + 1,4 \cdot 10^{-3}}}{\frac{1}{0,2527} + \frac{1}{0,1111} + \frac{0,41^2}{5,4 \cdot 10^{-3} + 1,4 \cdot 10^{-3}}} = \frac{60,29}{3,95 + 9 + 24,72} = 1,60 \frac{1}{\text{m}}$$



Rys. 12. Skutki – w formie redystrybucji naprężeń σ w belce – powodowane podatnością połączenia w zakresie $K_s \leq K_{s \min}$
 Fig. 12. Effects (redistribution of stresses σ in beam) due to shear deformations (within the range $K_s \leq K_{s \min}$)

Wartość $\alpha \frac{L}{2}$ (wzór 3):

$$\alpha \frac{L}{2} = \frac{8}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{0,2527} + \frac{1}{0,111} + \frac{0,41^2}{5,4 \cdot 10^{-3} + 1,4 \cdot 10^{-3}} \right) \frac{0,512 \cdot 10^6}{4,03 \cdot 10^7}} =$$
$$= 4 \sqrt{(3,95 + 9 + 24,72) \frac{0,512 \cdot 10^6}{4,03 \cdot 10^7}} = 4 \sqrt{0,478} = 2,77$$

a wtedy

$$\eta_m = 0,385$$

Moment przenoszony przez belkę wyznaczony według wzoru 11 zawiera już ΔM_1 i wynosi

$$M_1 = M_0 \left(1 - \frac{2 \psi}{\alpha^2} \eta_m a \right) \frac{I_1}{I_1 + I_2} = 1412 (1 - 2 \cdot 1,6 \cdot 0,385 \cdot 0,41) \frac{5,4 \cdot 10^{-3}}{5,4 \cdot 10^{-3} + 1,4 \cdot 10^{-3}} =$$
$$= 1412 (1 - 0,505) 0,794 = 555 \text{ kNm}$$

w tym $\Delta M_1 = 2 \cdot 1412 \cdot 1,6 \cdot 0,105 \cdot 0,41 = 194,52 \text{ kNm}$

(Przyrost momentu ΔM_1 wyznaczono powyżej z uwzględnieniem pełnej redystrybucji momentu M_2 do belki).

Stosunek $\frac{\Delta M_1}{M_1}$:

$$\frac{\Delta M_1}{M_1} = \frac{194,52}{555} = 0,35 \approx 35\%$$

Poślizg w połączeniu obliczony zgodnie ze wzorem (9) podano w tabelicy 2. W przypadku gdy połączenie jest sztywne, wartość maksymalnej jednostkowej siły ścinającej wynosi ($\eta'_{\max} = 0,9$):

$$V'_{\max} = 176,5 \cdot 1,6 \cdot 0,9 = 254,16 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

W przypadku połączenia o sztywności $K_s = 0,512 \cdot 10^6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ ($\eta'_{\max} = 0,64$)

$$V'_{\max} = 176,5 \cdot 1,6 \cdot 0,64 = 180,73 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Uzupełniające dane dotyczące porównań trzech wyróżnionych przypadków podano w tabelicy 2.

Wykresy (rys. 12) pokazują skutki malejącej sztywności; pojawienie się stanu rozciągania w paśmie 2 może znacznie zwiększyć stan rozciągania w belce.

Tablica 2. Porównanie wpływów odkształcalności połączenia poziomego na podstawie analizy według modelu pasmowego i konstrukcji homogenicznej

Comparison of effects of shear deformations along the horizontal interface of a composite structure according to two-beams model

Sposób analizowania konstrukcji	Sztywność połączenia K_p , kN/m ²	$\frac{\alpha L}{2}$	ΔM_1 , kNm	η_m	V_m , kN	η'_{max}	V'_{max} , kN/m	poślizg s_{max} , mm
Model pasmowy – połączenie zbrojone na podstawie warunku normowego „na nośność”	$0,1512 \cdot 10^6$	2,76	152	0,385	1739	0,64	123	1,41
Model pasmowy – połączenie zbrojone na podstawie warunku „na sztywność”	$2,022 \cdot 10^6$	5,47	–	0,467	2110	0,818	924	0,45
Model przyjęty w PN (konstrukcji homogenicznej)	nie jest określona	–	–	–	2139,4	–	1069,7	–

3.7. Wnioski z obliczeń

W świetle wykonanych obliczeń ocenia się, że normowy sposób zaprojektowania zbrojenia zszywającego nie gwarantuje utrzymania stanu ściskania w części ponad stykiem (część nr 2 na rys. 7a).

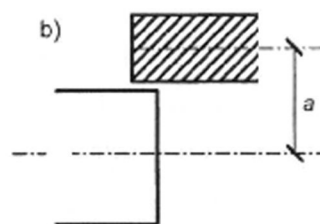
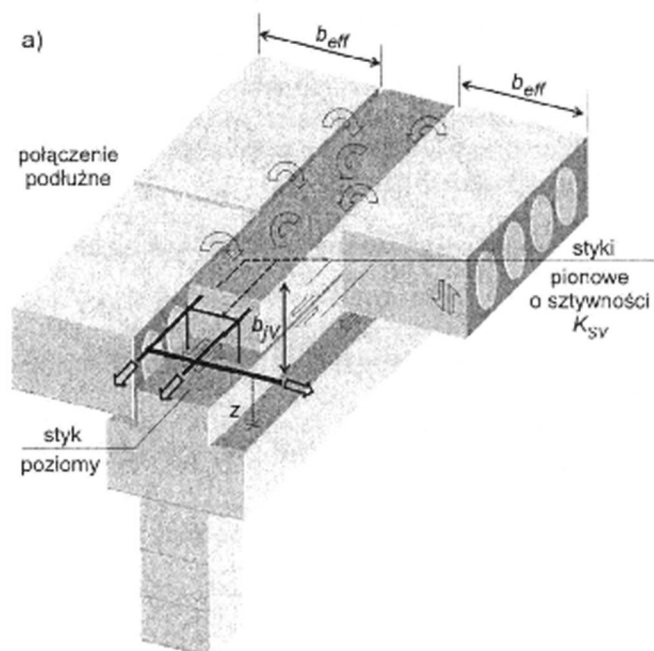
Możliwe są dwa rodzaje dalszych działań:

- dozbrojenie połączenia w celu obniżenia stosunku $\frac{V'_{max,d}}{\tau_{Rd,j} b_j}$ do wartości $\leq 0,5$, co wymagałoby zwiększenia przekroju zbrojenia o 33%,
- wykonanie obliczeń ściślejszych, na przykład za pomocą MES, przy nie zmienionych parametrach opisujących konstrukcję – autorzy w nielicznych obliczeniach MES tego typu konstrukcji stwierdzili, że warunek (10) wyprowadzony na podstawie modelu pasmowego jest dość bezpieczny,
- świadome dopuszczenie stanu rozciągania w części nr 2, ale uwzględnienie wszystkich skutków, jakie ten stan powoduje – w tym redystrybucji momentu zginającego z części nr 2 do części nr 1, która powoduje wyraźny wzrost naprężeń rozciągających przy dolnej powierzchni belki (rys. 12).

4. Współpraca płyt stropowych w konstrukcji zespolonej

4.1. Wprowadzenie

W punktach 2 i 3 przeanalizowano możliwości efektywnego zespolenia wieńca wraz z płytami stropowymi poprzez zszycia w płaszczyźnie styku poziomego. W przypadku analizowanych typów konstrukcji niezbędne jest jednak udowodnienie, że współpraca ta dokonuje się również poprzez styki pionowe (w belkach wewnętrznych zwykle dwa, a w belkach skrajnych jeden (rys. 13)).

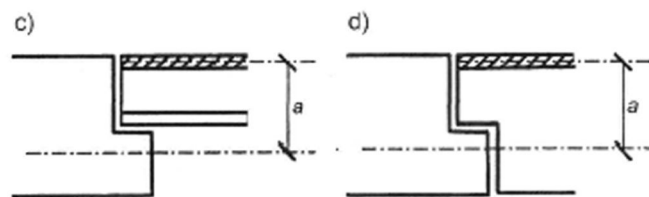


Rys. 13. Połączenia pionowe w konstrukcji zespolonej belka-płyta:

a – przekrój, b, c, d – oznaczenia b_{eff} i a

Fig. 13. Vertical connections in beam-slabs composite structure:

a – cross section, b, c, d – measures: b_{eff} and a



Warunkiem pełnego wykorzystania współpracujących płyt stropowych jest położenie ich całego przekroju powyżej osi obojętnej konstrukcji traktowanej jako element homogeniczny (czyli wymaganie *compression flange* – p. 1); szerokość przekroju płyt wliczonego do współpracy wynosi według norm [8] i [9] (rys. 4a):

$$b_{eff} = 0,1 L \quad (17)$$

Zakłada się ponadto, że sposób wypełnienia spoin podłużnych pomiędzy płytami zapewni również efektywne przekazywanie naprężeń ściskających.

Stosując omówiony w punktach 2 i 3 model dwupasmowy można:

- sformułować warunek o minimalnej sztywności każdego połączenia pionowego niezbędnej do zapewnienia stanu ściskania w całym przekroju efektywnym płyty,
- określić udział płyt i połączeń pionowych w przenoszeniu momentu zginającego, a więc stopień odciążenia belki połączonej w sposób niepodatny z wieńcem,
- obliczyć inne wielkości, na przykład tzw. poślizgi, charakteryzujące model zachowania się konstrukcji zespolonej.

4.2. Momenty przenoszone przez płyty oraz moment zespolenia

W przypadku półki całkowicie ściskanej można – stosując model pasmowy – scalić przekrój belki i znajdujący się nad nią wieńiec; dwa przekroje płyt – „na prawo” i „na lewo” od belki są z nią wówczas zespolone poprzez połączenia pionowe o sztywnościach K_{sv} (rys. 13a).

Obowiązuje podstawowa zależność interakcyjna (1), w której (przy założeniu, że przekrój jest symetryczny) V_m jest sumą jednostkowych sił ścinających w lewym i prawym połączeniu pionowym:

Wartość $\frac{\alpha L}{2}$ i $\frac{\Psi}{\alpha^2}$ wyznacza się za pomocą wzorów:

$$\frac{\alpha L}{2} = \frac{L}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{E_{c1} A_{b+w}} + \frac{1}{E_{c2} 2 A_{pl}} + \frac{a^2}{E_{c1} I_{b+w} + 2 E_{c2} I_{pl}} \right) 2 K_{sv}} \quad (18)$$

- gdzie: A_{b+w} – powierzchnie sprawdzonego przekroju belki i wieńca,
 A_{pl} – powierzchnie przekroju efektywnej płyty (każdego z dwóch odcinków o szerokości b_{eff}),
 I_{b+w} – moment bezwładności przekroju sprawdzonego belki wraz z wieńcem,
 I_{pl} – moment bezwładności przekroju efektywnej płyty na prawo lub na lewo od płaszczyzny złącza pionowego,
 K_{sv} – sztywność, przy ścinaniu, połączenia pionowego:

$$\frac{\Psi}{\alpha^2} = \frac{\frac{a}{E_{c1} I_{b+w} + 2 E_{c2} I_{pl}}}{\frac{1}{E_{c1} A_{b+w}} + \frac{1}{2 E_{c2} A_{pl}} + \frac{a^2}{E_{c1} I_{b+w} + 2 E_{c2} I_{pl}}} \quad (19)$$

Moment „generowany” przez oba połączenia pionowe, czyli moment zespolenia, wyznacza się ze wzoru

$$M_v = V_m a = 0,5 V_0 \frac{\Psi}{\alpha^2} L \eta_m = 0,25 q L^2 \frac{\Psi}{\alpha^2} \eta_m \quad (20)$$

Moment przenoszony przez fragment płyty o szerokości b_{eff} określa wzór

$$M_{pl} = \frac{(M_0 - M_v) I_{pl}}{I_{b+w} + 2 I_{pl}} \quad (21)$$

Podstawowa zależność interakcyjna ma postać

$$M_{b+w} + 2 M_{pl} + M_0 - V_m a = \frac{q L^2}{8} - 0,25 q L^2 \frac{\Psi}{\alpha^2} \eta_m a = M_0 \left(1 - 2 \frac{\Psi}{\alpha^2} \eta_m a \right) \quad (22)$$

Wartości momentów M_{b+w} i M_{pl} rozdziela się proporcjonalnie do sztywności giętych części nr 1 i nr 2 przekroju, a więc $I_1 = I_{b+w}$ i $I_2 = 2 I_{pl}$.

Następnie wyróżniono trzy grupy przypadków:

1) płyty całą swoją wysokością przekroju h_{pl} są położone w strefie ściskanej wyznaczonej przy założeniu, że konstrukcja jest homogeniczna (przypadek *compression flange* – por. p. 1); jednocześnie jest spełniony warunek o sztywności połączeń pionowych $K_{sv} \geq K_{sv \min}$.

2) jak wyżej, ale warunek o minimalnej sztywności połączeń pionowych nie jest spełniony, a więc jeżeli $K_{sv} < K_{sv \min}$.

3) przekrój konstrukcji charakteryzuje się położeniem osi obojętnej w zakresie wymiaru h_{pl} (rys. 4b), wartość sztywności K_{sv} może być dowolna.

Przedstawiona metodyka może być zastosowana w przypadku każdej z wyżej wymienionych grup; do grupy 3 stosuje się wzory omówione w p. 4.5.

4.3. Sztywność minimalna połączeń pionowych $K_{sv \min}$

Wzór (10) przekształcono zgodnie z ustalonym powyżej modelem dwupasmowym (p. 4.1):

$$K_{sv \min} = \frac{121}{L^2} \frac{E_{c1}}{\frac{1}{A_{b+w}} + \frac{E_{c1}}{2 E_{c2} A_{pl}} + \frac{E_{c1} a^2}{E_{c1} I_{b+w} + 2 E_{c2} I_{pl}}} \quad (23)$$

4.4. Wyznaczanie sztywności połączeń pionowych

W podanej poniżej metodyce wyznaczania sztywności połączeń pionowych uwzględniono:

- zasady obowiązujące w przypadku połączeń poziomych (p. 2, wzory 6 i 7),

• wpływ rozwarć styków pionowych powodowanych obrotami krawędzi czołowych płyt (oznaczenie u_h – rys. 17).

Podobnie jak w przypadku połączeń poziomych wyróżnia się dwa zakresy ilościowo bardzo zróżnicowanych sztywności, odpowiednio do wykresu $\tau - s$.

Zależność ta (w odniesieniu do dowolnych połączeń ścinanych) jest przyjęta w CEB-FIP Model Code i dokumencie Komisji FIB „Prefabrykacja” [12]. Autorzy we wzorze do wyznaczania sztywności K_{sv} wprowadzili do mianownika wartość przemieszczenia u_h (częściową przy mniejszych wyężeniach i pełną przy większych) – rys. 14.

W zakresie $V'_{vmax} < 0,5 R'_{vd}$:

$$K_{sv} = \frac{1}{0,0002 + 0,25 u_h} f_{yd} \mu \rho_v \cdot b_{jv} \quad (24)$$

W zakresie $0,5 R'_{vd} < V'_{vmax} \leq R'_{vd}$:

$$K_{sv} = \frac{1}{0,002 + u_h} f_{yd} \mu \rho_v \cdot b_{jv} \quad (25)$$

gdzie: 0,0002 i 0,002 – wartości liczbowe o mianie „m”,

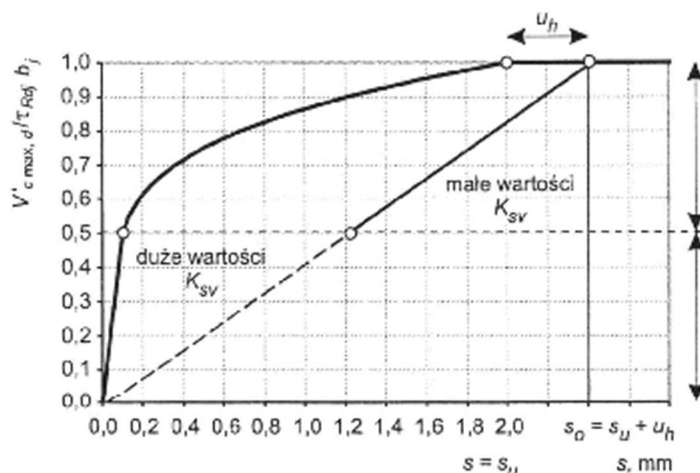
u_h – przemieszczenia o kierunku prostopadłym do połączenia, wymuszone ugięciami płyty, na poziomie jej górnej powierzchni, m,

b_{jv} – szerokość połączenia pionowego (rys. 13a),

μ – współczynnik tarcia,

ρ_v – stopień zbrojenia złączy pionowych, czyli stosunek przekroju A_{sv} do powierzchni, wzdłuż której to zbrojenie jest rozmieszczone, równej $b_{jv} \cdot 1$ m,

R'_{vd} – obliczeniowa nośność połączenia pionowego, przy ścinaniu, odniesiona do jednostki długości.



Rys. 14. Sztywność połączenia pionowego K_{sv} (u_h pokazano na rys. 5b i 17)

Fig. 14. Shear stiffness of the vertical connections K_{sv} (u_h shown in Fig. 5b and 17)

Maksymalną jednostkową siłę ścinającą $V'_{v\max}$ można wyznaczyć za pomocą wzoru według norm [10] i [11]:

$$V'_{v\max} = \tau_{sdj} b_j = \beta \frac{V_{sd}}{z} \quad (26)$$

przy czym β w tym przypadku jest to stosunek efektywnego przekroju płyty (przekrój położony na zewnątrz w stosunku do połączenia) do całego przekroju strefy ściskanej. Podobnie jak w przypadku połączeń poziomych (p. 2), zdyblowanie przechodzące przez płaszczyznę pionową w miejscu potencjalnego rozwarcia można uwzględnić przez zwiększenie wartości R'_{vd} o nośność dybli. Efekty zdyblowania stwarzają:

- wypełnienia (nawet na krótkich odcinkach) kanałów płyt i specjalnie uformowane dyble w powierzchniach bocznych belki (rys. 4b),
- zbrojona warstwa nadbetonowana na powierzchni płyt (rys. 2a).

4.5. Współpraca płyt stropowych w świetle badań eksperymentalnych

Tendencje stosowania płyt o coraz większych rozpiętościach sprzyjały podjęciu badań eksperymentalnych w skali 1:1, omówionych między innymi w pracach [15], [16] i [17]. Dużą serię, bo w liczbie kilkunastu zestawów badawczych, przeprowadzono w Finlandii. Kilka przekrojów belki głównej z opartymi na niej płytami oraz schemat badania pokazano na rysunku 15. Poszczególne warianty konstrukcji zespolonej belka-płyty charakteryzowały się stosunkowo małymi przekrojami łączników (prętów) skierowanych prostopadłe do płaszczyzn złączy pionowych. Pręty te były umiejscowione w dolnych odcinkach złączy, a więc tam, gdzie autor badań [15] sygnalizuje docięnięcia; w górnych odcinkach pojawiają się – na podstawie wyników pomiarów – odspojenia i rysy rozdzielcze (rys. 17).

Wykresy linii przemieszczeń badanych porównywanych typów konstrukcji zespolonych wskazują na stabilność ich cech w dość znacznym zakresie obciążeń (rys. 16). Znacznie krótszy zakres stabilności cech sprężystych wykazało badanie konstrukcji zespolonej, nadbetonowanej, ale jednocześnie stan graniczny tej konstrukcji był osiągnięty przy obciążeniach o 33% wyższych niż w przypadku identycznej konstrukcji nie nadbetonowanej.

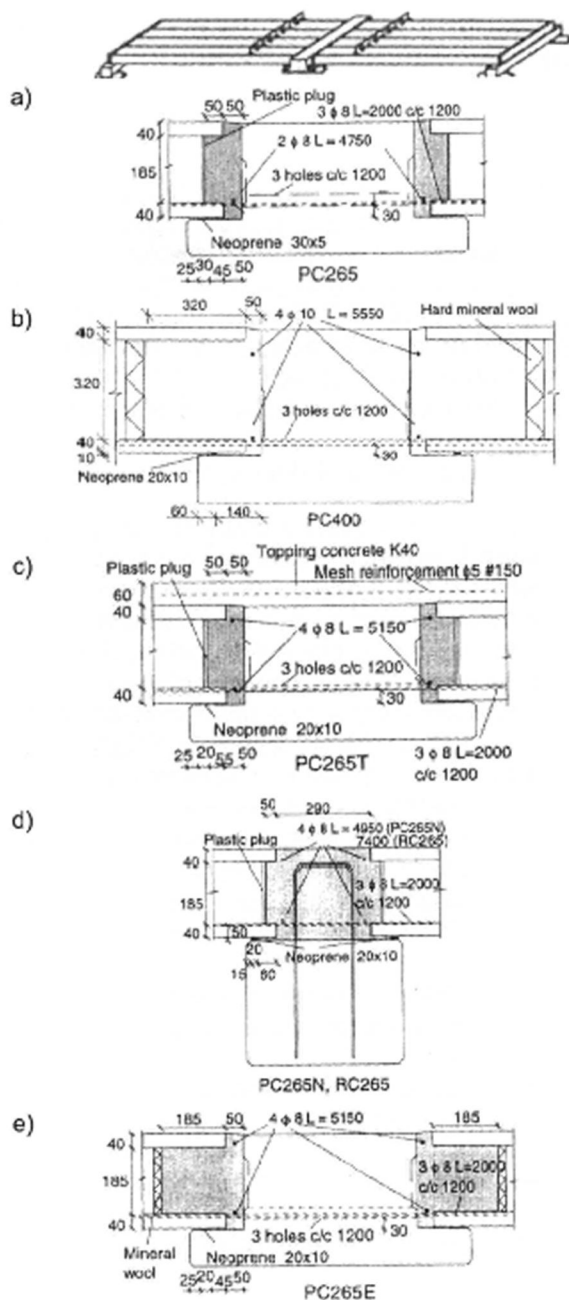
Zestawienie tych wyników, analizowanych w celu oszacowania stopnia zmniejszenia momentu przenoszonego przez belkę dzięki współpracy płyt, czyli efektu dwóch wielkości $2 M_{pl}$ i $V_m a$, podano w tablicy 3.

Badania wskazują na bardzo zauważalne różnice w modelach współpracy płyt stropowych usytuowanych na powierzchniach górnych belek (rys. 4a) lub na dolnych krawędziach (rys. 4b). W konsekwencji autor badań [15] zaproponował (podane w tablicy 4) zasady określania wymiaru b_{effo} w odniesieniu do tego drugiego wariantu opierania płyt [11].

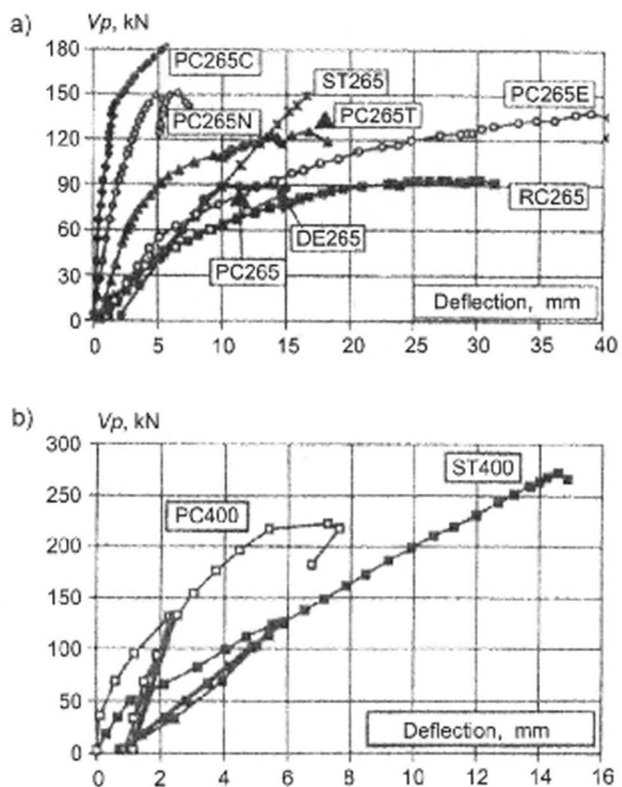
Ekstrapolację zaleconej wartości b_{effo} w przypadkach innych wymiarów L niż 5 m wyraża wzór

$$b_{effo} = b_{effo} \frac{L}{5} \quad (27)$$

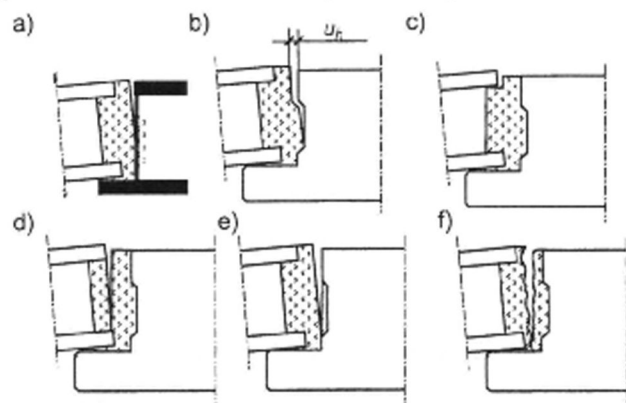
gdzie 5 podano w [m].



Rys. 15. Schemat badań [15] – wybrane przekroje badanych belek zespolonych z płytami (a–e)
 Fig. 15. Experimental tests [15] – selected cross sections of testing beams composed with floor slabs (a–e)



Rys. 16. Linie przemieszczeń w środku rozpiętości badanych zespołów
 Fig. 16. Lines of deflections in midspan of testing units



Rys. 17. Odspojenia w połączeniach pionowych obserwowane przez autora badań [15]
 Fig. 17. Splittings in vertical connections (observed by author of tests [15])

Tablica 3. Redukcja momentu przeniesionego przez belkę dzięki współpracującym z belką płytom na podstawie badań [15] w Badawczym Centrum Technicznym (VTT) w Finlandii
 Table 3. Reduction of bending moment transferred through the beam due to floor interaction – results of tests at Finnish Technical Center (VTT)

Wytypowane zestawy	Przekroje belki	Moment bezwładności przekroju belki I_b m ⁴	Sztywność b' w belki (lub belki zespolonej z wierciem) kNm ²	Sztywność całości kNm ²	Redukcja M_0 współczynnik k_{pi}	Uwagi
PC 265	rys. 15a	0,0023	$0,89 \cdot 10^5$	$1,1 \cdot 10^5$	0,78	–
PC 400	rys. 15b	0,0088	$3,32 \cdot 10^5$	$5,16 \cdot 10^5$	0,64	–
PC 265 T	rys. 15c	0,0023	$0,89 \cdot 10^5$	$2,35 \cdot 10^5$	0,37	I_b brutto, tzn. uwzględniono poszerzenia wierci aż do wełny mineralnej
		0,0031	$1,14 \cdot 10^5$	$2,35 \cdot 10^5$	0,49	
PC 265 N	rys. 15d	0,0020	$2,23 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^5$	0,56	tylko w odniesieniu do przekroju belki nadbetonowanej
PC 265 E	rys. 15e	0,0023	$\approx 0,87 \cdot 10^5$	$0,87 \cdot 10^5$	1,0	–

Tablica 4. Wymiar b_{effo} zalecony do projektowania betonowych konstrukcji zespolonych tworzonych z udziałem sprężonych płyt kanałowych (na podstawie badań [15]) opartych na dolnych (bocznych) krawędziach belek
 Table 4. Measure b_{effo} recommended for design of composite structures formed with hollow core slabs supported on inverted tie-beam – on background of tests [15]

Wysokość przekroju płyty mm	b_{effo}	Uwagi
265	$0,0372 L$	L – rozpiętość belki
400	$0,08 L$	

4.6. Model pasmowy w przypadkach płyt o pomijalnej sztywności na zginanie

Zalecone w dokumencie [11] według tablicy 4 i wzoru (27) wymiary b_{effo} dotyczą sprężonych płyt kanałowych opartych w sposób pokazany na rysunku 4b. Dolne części płyt są umownie pomijane w obliczeniach. Z natury rzeczy w przypadku stropów TT płyty są cienkie (nawet jeśli są pogrubione przez nadbetonowanie), a wtedy charakteryzują się

również pomijalnymi sztywnościami na zginanie. Skutki przy stosowaniu wzorów metody pasmowej przy obliczeniach tego typu konstrukcji są następujące:

Podstawowa zależność interakcyjna według wzoru (1) przybiera postać:

$$M_0 = M_b + V_m a \quad (28)$$

Wzór (18) określający $\frac{\alpha L}{2}$ można zapisać:

$$\frac{\alpha L}{2} = \frac{L}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{E_{c1} A_b} + \frac{1}{2E_{c2} A_{pl}} + \frac{a^2}{E_{c1} I_b} \right) 2K_{sv}} \quad (29)$$

Wzór (19) przybiera postać:

$$\frac{\psi}{\alpha^2} = \frac{\frac{a}{E_{c1} I_b}}{\frac{1}{E_{c1} A_b} + \frac{a^2}{E_{c1} I_b}} \quad (30)$$

Wymiar a jest ustalany zgodnie z rysunkiem 13a.

W przypadku płyt o wysokich przekrojach, na przykład $h_h = 400$ lub 500 mm, odkształcalność żeber między otworami może przyczynić się do zwiększonej podatności połączeń pionowych. To zagadnienie wymaga – jak i kilka innych dotyczących tej problematyki – dalszych badań. Jedną z form doraźnego postępowania może być wprowadzenie pewnej szacowanej wartości przemieszczeń do mianownika we wzorach (24) i (25).

Stosując wzory wyżej podane, można oszacować wartość współczynnika zmniejszającego moment zginający belkę, a za pomocą wzorów podanych w pracy [7] również określić wzrost sztywności układu belka-płyta.

5. Podsumowanie

W artykule zwrócono uwagę na funkcję połączeń poziomych i pionowych w konstrukcjach zespolonych tworzonych z udziałem płyt stropowych. Rozwój tych konstrukcji wymaga odejścia od koncepcji homogeniczności (tzn. pomijającej odkształcalność połączeń) na rzecz konstrukcji wielopasmowej, w której połączenia są odkształcalne (styki poziome pod działaniem sił ścinających, styki pionowe pod działaniem sił ścinających i rozwarć wymuszonych obrotami końców płyt).

Funkcja obu wymienionych grup połączeń staje się węzłowym zagadnieniem w aspekcie dalszych nowelizacji dwóch wymienionych norm głównych [8] i [9]. Zwrócenie uwagi na tę funkcję można polecać młodym naukowcom ubiegającym się o środki na badania w obszarze tematyki „konstrukcje zespolone”.

Autorzy, od lat zajmujący się zagadnieniami statyki i dynamiki konstrukcji z betonu, przenieśli z tych dziedzin rozwiązanie hasłowo określone jako zastosowanie metody pasmowej. Konfrontacja tej metody z dostępną wiedzą z literatury o charakterystykach

połączeń, czyli przebiegach wykresów $\tau - s$ pozwoliła sformułować kryterium rozgraniczające połączenia niepodatne od podatnych (pp. 2 i 3.6) oraz wskazać na rozległe możliwości prowadzenia studiów parametrycznych narzędziem niemal ręcznym. Pogłębieniem tych studiów mogą być analizy MES i są one również obecne w polu zainteresowania oraz praktyce autorów.

Przy tej okazji wstępnie rozpoznano przedmiot, metodykę i wyniki badań w skali 1:1, wykonanych przede wszystkim w Badawczym Centrum Technicznym VTT w Helsinkach. Badania te ujawniły celowość kontynuacji prac doświadczalnych i numerycznych dotyczących stropów ze sprężonych elementów kanałowych (tzn. płyt SP). Jako przykład zagadnienia o ogromnym wymiarze ekonomicznym można wymienić decyzję o konieczności stosowania warstw monolitycznych na płytach SP. Oprócz czynników wytrzymałościowych również i inne, na przykład ochrony przeciwpożarowej, są wtedy rozstrzygające.

Bibliografia

- [1] Starosolski W. i zespół: Stropy z płyt prefabrykowanych SPB-2002. Poradnik projektanta. Stowarzyszenie Producentów Betonów, Warszawa 2004
- [2] Sympozjum Sustainable Buildings (zbiór referatów), Oslo 2002
- [3] Elliott K.S.: Precast concrete structures, Butterwoeth Heinemann, Londyn 2002
- [4] The Hollow Core Floor Design and Applications, ASSAP, Włochy 2002
- [5] Suikka A.: Slim precast floor structures, The Second International Symposium on Prefabrication, Helsinki 2000
- [6] Lam D., Elliott K.S., Nethercot D.A.: Experiments on composite steel beams with precast concrete hollow core floor slabs. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings*, 140, 2000
- [7] Cholewicki A.: Konstrukcje zespolone z prefabrykatów. Seria: Monografie. Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 2001
- [8] PN-B-03264:2002 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone
- [9] ENV 1992-1-3 Design concrete elements and structures
- [10] Wilczyński R.: Konstrukcje zespolone. Komentarz naukowy do PN-B-03264:2002, rozdz. 18
- [11] Composite floor structures FIP Guide to good practice FIB Commission on Prefabrication, Seto Londyn 1998
- [12] Structural connections for precast concrete buildings FIB Commission on Prefabrication, Guide to good practice (w druku)
- [13] Starosolski W.: Prefabrykacja betonowa – stropy. Konferencja Naukowo-Techniczna SBPB, Puławy 1999
- [14] Stropy Predalle D-400 Decyzja nr 257/91, ITB 1991
- [15] Pajari M.: Shear resistance of prestressed hollow core slabs on flexible supports. VTT Technical Research Centre of Finland nr 228, Espoo 1995
- [16] Pajari M., Koukkari H.: Shear resistance of phc slabs supported on beams – test. *Journal of structural engineering* September 1998
- [17] Bernardi S., Polonia E.: Hollow core floor systems enhanced performance through composite action. BIBM Congress, Amsterdam 2005

MODEL OF COMPOSITE BEAM FOR ANALYSIS OF THE INTERACTION OF PRECAST FLOOR SLABS

Summary

Precast floor slabs, particularly the hollow core or double T ones, may contribute effectively in the global model of the composite structure. The classic model applied for analysis of sectional forces, dated to the middle of XX century, appears presently to be not enough accurate. The connections between the slabs and beam should be considered as shear deformable media, and this phenomenon can change essentially the distribution of the internal forces in the composite structure. Authors have developed a set of simple formulae basing on two interacting beams model, several specific objectives and calculation examples were discussed with the help of this model. Several points of authors approach opened the new line of thinking about such type of the composite structures and have been addressed to the bodies responsible for the Eurocode 2 and Polish Standard for Reinforced Concrete Structures and for Steel – Concrete Composite Structures.

Praca wpłynęła do Redakcji 19 I 2006