

Jan Kubicki*

WPŁYW SKURCZU NA UGIĘCIE DŁUGOTRWAŁE ZGINANYCH ELEMENTÓW ŻELBETOWYCH WEDŁUG EUROKODU 2

W artykule przedstawiono ocenę ilościowego udziału ugięcia wywołanego skurczem betonu w całkowitym, długotrwałym ugięciu zginanych elementów żelbetowych. Ugięcie wywołane skurczem oraz pęczaniem betonu przy długotrwałym działaniu obciążenia obliczono według zaleceń Eurokodu 2, część 1. Artykuł jest przyczynkiem do dyskusji o celowości uwzględniania wpływu skurczu betonu na ugięcie całkowite zginanych elementów żelbetowych.

1. Wprowadzenie

Swobodny skurcz betonu powoduje odkształcenie niesymetrycznie zbrojonych elementów żelbetowych niezależnie od warunków brzegowych, determinujących ich statyczną wyznaczalność. Jest to wynikiem różnicy odkształceń skurczowych betonu skrajnych włókien elementu (maksymalnie oddalonych od zbrojenia) oraz włókien znajdujących się w pobliżu zbrojenia, przeciwdziałającego odkształceniom skurczowym. W zginanych elementach żelbetowych pojedynczo zbrojonych górne włókna betonu ulegną zatem większemu skróceniu niż włókna dolne. Pomijając ciężar własny elementu, można przyjąć, że na skutek działania skurczu betonu oś zginanego elementu żelbetowego odkształca się w tym samym kierunku, jak w przypadku działania obciążenia długotrwałego.

Wynika stąd ogólnie przyjęte stwierdzenie, że całkowite ugięcie długotrwałe elementu żelbetowego a_{tot} stanowi sumę ugięcia a_{∞, t_0} wywołanego pęczaniem betonu strefy ściskanej pod obciążeniem działającym długotrwałe oraz ugięcia $a_{cs, \infty}$ wywołanego swobodnym skurczem betonu, tj.

$$a_{tot} = a_{\infty, t_0} + a_{cs, \infty} \quad (1)$$

Wpływ skurczu betonu na ugięcie długotrwałe zginanych elementów żelbetowych jest mniejszy niż wpływ pęczania betonu.

* dr inż. – adiunkt w ITB

Ilościowy udział ugięcia wywołanego skurczem betonu w całkowitym, długotrwałym ugięciu zginanego elementu żelbetowego jest uwarunkowany szeregiem czynników, na przykład wilgotnością powietrza, wymiarami przekroju elementu, stopniem zbrojenia rozciąganego oraz zbrojenia ściskanego, wiekiem betonu na początku skurczu, recepturą mieszanki betonowej, wytrzymałością betonu itd.

W Eurokodzie 2 [1], jak również w projekcie Europejskiej Normy prEN 1992-1 (Second Draft) [2] podano identyczne ogólne wzory, określające krzywiznę elementów żelbetowych wywołaną skurczem betonu. W punkcie 6.5 PN-B-03264:1999 [3] stwierdza się, że przy obliczaniu ugięcia (krzywizny) zginanych elementów żelbetowych „wpływ skurczu betonu można na ogół pomijać”, co odpowiada założeniu, że ugięcie wywołane skurczem betonu jest niewielkie w porównaniu z ugięciem wywołanym pełzaniem betonu przy długotrwałym działaniu obciążenia.

Celem niniejszego artykułu jest ocena wpływu podstawowych parametrów determinujących skurcz betonu na ugięcie długotrwałe zginanych elementów żelbetowych (obliczone według Eurokodu 2) oraz wykazanie, czy udział skurczu betonu w obliczonym ugięciu elementu żelbetowego jest liczbowo znaczny, a tym samym uzasadniający celowość jego uwzględnienia przy sprawdzaniu stanu granicznego ugięć.

2. Metodyka obliczania ugięcia zginanych elementów żelbetowych wywołanego skurczem betonu

Wzór (7.10) w projekcie Europejskiej Normy prEN 1992-1 określający krzywiznę elementu żelbetowego wywołanego skurczem betonu został wyprowadzony na podstawie metody zastępczej siły rozciągającej (equivalent tensile force method), której podstawowe założenia przedstawił w 1936 r. D. Peabody [4].

Metoda ta była uściślana przez P. M. Fergusona [5] i D. E. Bransona [6], a jej wariant opracowany został przez I. I. Ulickiego [7].

W metodzie zastępczej siły rozciągającej przyjmuje się (rys. 1), że skurcz betonu wywołuje w zbrojeniu rozciągającym o polu przekroju A_{s1} siłę N_{cs} , określoną wzorem

$$N_{cs} = \sigma_{cs} A_{s1} = \varepsilon_{cs} E_s A_{s1} \quad (2)$$

w którym:

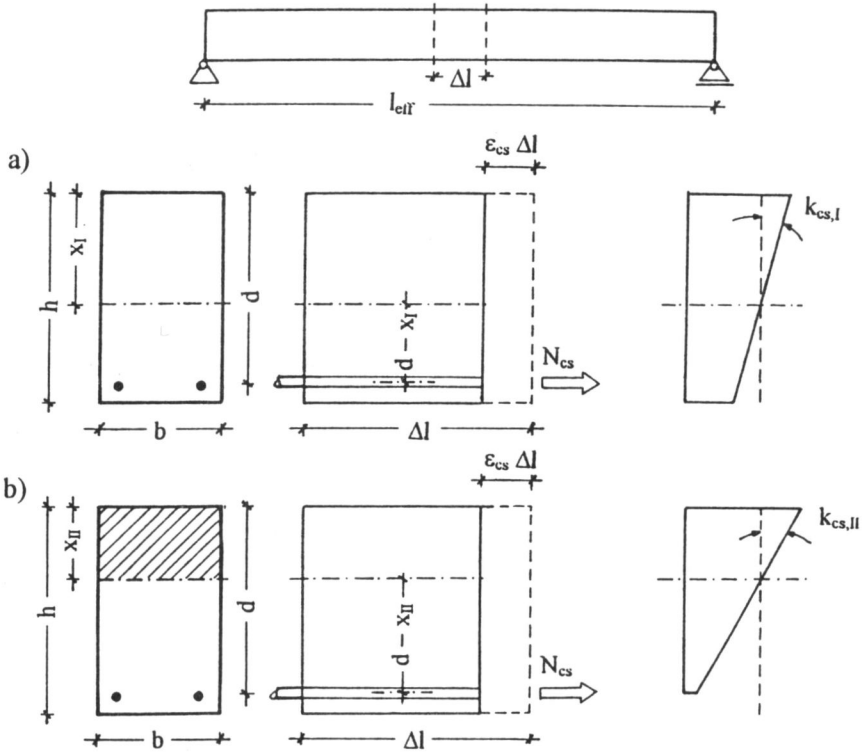
σ_{cs} i ε_{cs} – odpowiednio: naprężenie i odkształcenie skurczowe betonu,
 E_s – moduł sprężystości stali.

W przypadku niesymetrycznego zbrojenia przekroju (przy czym $A_{s1} > A_{s2}$) – siła $N_{cs} = (A_{s1} + A_{s2}) \varepsilon_{cs} E_s$.

Moment zginający M_{cs} wywołany skurczem betonu wyraża się iloczynem

$$M_{cs} = N_{cs} e \quad (3)$$

przy czym e oznacza odległość osi zbrojenia rozciąganego od osi obojętnej przekroju żelbetowego.



Rys. 1. Krzywizna belki żelbetowej według metody zastępczej siły rozciągającej w wersji Eurokodu 2: a) przekrój niezarysowany, b) przekrój zarysowany
 Fig. 1. Shrinkage curvature of reinforced concrete beam in equivalent tensile force method according to Eurocode 2: a) uncracked section, b) fully cracked section

Krzywiznę $k_{cs,I}$ pojedynczo zbrojonego zginanego elementu żelbetowego pracującego w fazie I można określić za pomocą wzoru (rys. 1a):

$$k_{cs,I} = \frac{M_{cs}}{E_{c,eff} I_1} = \frac{\varepsilon_{cs} E_s A_{s1} (d - x_I)}{E_{c,eff} I_1} = \varepsilon_{cs} \alpha_{e,t} \frac{S_I}{I_1} \quad (4)$$

w którym:

$\alpha_{e,t}$ – stosunek modułu sprężystości stali E_s do efektywnego modułu sprężystości $E_{c,eff}$ betonu

$$\alpha_{e,t} = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{E_s}{E_{cm}} \left(1 + \phi_{\infty, t_0} \right) \quad (5)$$

gdzie: E_{cm} – wartość średnia modułu sprężystości betonu,
 ϕ_{∞, t_0} – końcowy współczynnik pełzania betonu,
 S_I i I_I – odpowiednio: moment statyczny pola przekroju A_{s1} zbrojenia rozciąganego względem osi obojętnej oraz moment bezwładności przekroju żelbetowego w fazie I (przekrój niezarysowany).

Krzywiznę $k_{cs,II}$ analogicznego elementu pracującego w fazie II określa wzór (rys. 1b):

$$k_{cs,II} = \frac{M_{cs}}{E_{c,eff} I_{II}} = \frac{\epsilon_{cs} E_s A_{s1} (d - x_{II})}{E_{c,eff} I_{II}} = \epsilon_{cs} \alpha_{e,t} \frac{S_{II}}{I_{II}} \quad (6)$$

w którym:

S_{II} i I_{II} – odpowiednio: moment statyczny pola przekroju A_{s1} zbrojenia rozciąganego względem osi obojętnej oraz moment bezwładności przekroju żelbetowego w fazie II (przekrój zarysowany).

Krzywiznę średnią $k_{cs,m}$ wywołaną skurczem betonu określa się (zgodnie z przyjętą w Eurokodzie 2 [1] zasadą sumowania) – z następującego wzoru:

$$k_{cs,m} = \zeta k_{cs,II} + (1 - \zeta) k_{cs,I} \quad (7)$$

w którym:

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_{Sd}} \right)^2 \quad (8)$$

gdzie: M_{cr} – moment rysujący, obliczony w postaci iloczynu wskaźnika wytrzymałości W_c przekroju betonowego i średniej wytrzymałości f_{ctm} betonu na rozciąganie

$$M_{cr} = W_c f_{ctm} \quad (9)$$

M_{Sd} – moment zginający wywołany kombinacją obciążeń długotrwałych,

β_1 – współczynnik uwzględniający profil stali zbrojeniowej:

$\beta_1 = 1,0$ – w przypadku prętów żebrowanych,

$\beta_1 = 0,5$ – w przypadku prętów gładkich;

β_2 – współczynnik uwzględniający długotrwałość działania obciążenia:

$\beta_2 = 0,5$ – niezależnie od profilu stali zbrojeniowej.

Wprowadzając do wzoru (7) krzywizny $k_{cs,I}$ i $k_{cs,II}$ określone wzorami (4) i (6) oraz współczynnik ζ określony wzorem (8) – otrzymuje się wyrażenie definiujące krzywiznę średnią $k_{cs,m}$ w następującej postaci:

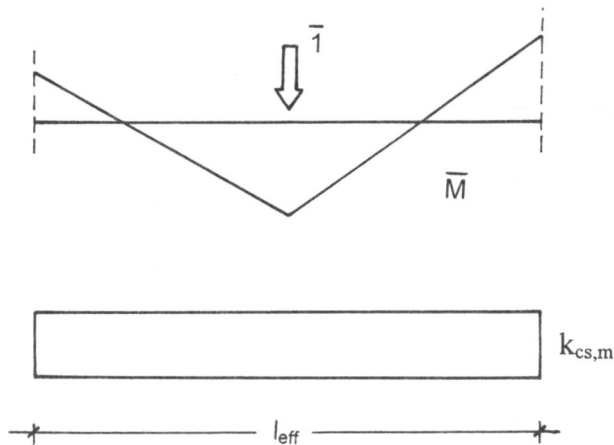
$$\begin{aligned} k_{cs,m} &= \epsilon_{cs} \alpha_{e,t} \left[\zeta \frac{S_{II}}{I_{II}} + (1 - \zeta) \frac{S_I}{I_I} \right] = \epsilon_{cs} \alpha_{e,t} \frac{S_{II}}{I_{II}} \left[\zeta + (1 - \zeta) \frac{S_I}{S_{II}} \frac{I_{II}}{I_I} \right] = \\ &= \epsilon_{cs} \alpha_{e,t} \frac{S_{II}}{I_{II}} \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_{Sd}} \right)^2 \left(1 - \frac{S_I}{S_{II}} \frac{I_{II}}{I_I} \right) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

Ugięcie a_{cs} zginanego elementu żelbetowego wywołane skurczem betonu oblicza się na podstawie zasady prac wirtualnych (rys. 2) według wzoru:

$$a_{cs} = \int_{l_{eff}} \bar{M}(x) k_{cs,m} dx = \alpha_{k,s} k_{cs,m} l_{eff}^2 \quad (11)$$

w którym:

- $\bar{M}(x)$ – moment zginający wywołany siłą jednostkową usytuowaną w miejscu wyznaczania ugięcia o współrzędnej x na długości obliczeniowej l_{eff} ,
- $k_{cs,m}$ – średnia krzywizna elementu wywołana skurczem betonu,
- $\alpha_{k,s}$ – współczynnik zależny od warunków podparcia elementu.



Rys. 2. Wykresy momentu \bar{M} od siły jednostkowej oraz krzywizny $k_{cs,m}$ wywołanej skurczem betonu w przęśle belki żelbetowej
 Fig. 2. Virtual moment \bar{M} diagram and shrinkage curvature $k_{cs,m}$ in span of reinforced concrete beam

Współczynnik $\alpha_{k,s}$ w przypadku belek jednoprzęsłowych przybiera następujące wartości:

- $\alpha_{k,s} = \frac{1}{2}$ wspornik,
- $\alpha_{k,s} = \frac{1}{8}$ belka swobodnie podparta,
- $\alpha_{k,s} = \frac{1}{12}$ belka zamocowana na jednej podporze,
- $\alpha_{k,s} = \frac{1}{16}$ belka zamocowana na obu podporach.

Odształcenie skurczowe $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$ betonu w funkcji czasu można obliczać według Eurokodu 2 [1] z podanego wzoru (12), przyjętego również w załączniku B do PN-B-03264:1999

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cso} \beta_s(t - t_s) \quad (12)$$

w którym:

- t – wiek betonu w rozważanej chwili (w dniach),
- t_s – wiek betonu na początku skurczu (w dniach),
- ε_{cso} – podstawowy współczynnik skurczu,
- $\beta_s(t - t_s)$ – współczynnik określający postęp skurczu.

Podstawowy współczynnik skurczu jest określony ze wzoru:

$$\varepsilon_{cso} = \varepsilon_s(f_{cm}) \beta_{RH} \quad (13)$$

w którym:

- $\varepsilon_s(f_{cm})$ – współczynnik uwzględniający wpływ średniej wytrzymałości f_{cm} betonu po 28 dniach (w MPa) na odkształcenie skurczowe, wyrażony wzorem:

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = [160 + \beta_{sc}(90 - f_{cm})] 10^{-6} \quad (14)$$

gdzie β_{RH} – współczynnik zależny od wilgotności względnej powietrza RH (w procentach); wartość tego współczynnika w przedziale $40\% \leq RH \leq 99\%$ wyznacza się ze wzoru:

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \right] \quad (15)$$

Współczynnik β_{sc} we wzorze (14) zależy od rodzaju cementu; w przypadku cementów zwykłych i szybkotwardniejących przyjmuje się $\beta_{sc} = 5$.

Współczynnik $\beta_s(t - t_s)$ określający funkcję przyrostu skurczu w czasie oblicza się z następującego wzoru:

$$\beta_s(t - t_s) = \left[\frac{t - t_s}{0,035 h_0^2 + t - t_s} \right]^{0,5} \quad (16)$$

w którym:

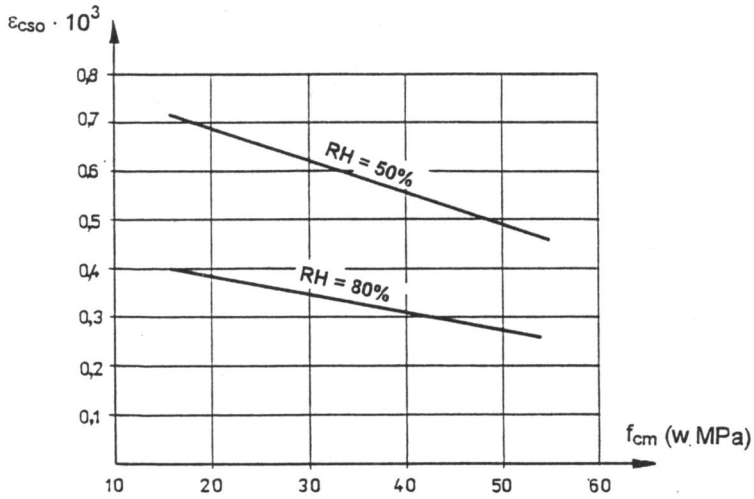
- $t - t_s$ – czas trwania skurczu (w dniach),
- h_0 – miarodajny wymiar przekroju elementu (w milimetrach), określony ze wzoru:

$$h_0 = \frac{2 A_c}{u} \quad (17)$$

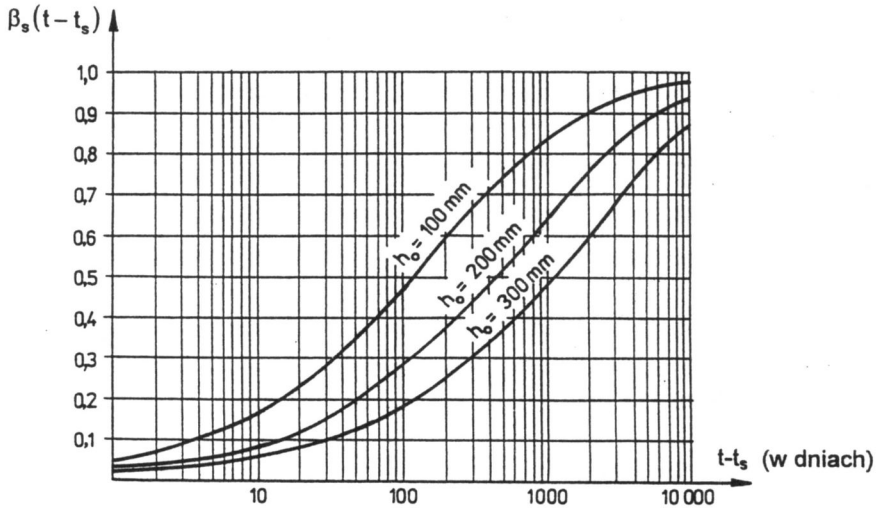
przedstawiającego stosunek pola A_c przekroju elementu do połowy obwodu tego pola.

Na rysunku 3 przedstawiono wykresy wartości współczynnika ε_{sco} oraz funkcji $\beta_s(t - t_s)$, umożliwiające określenie odkształcenia skurczowego $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$ bez przeprowadzania szczegółowych obliczeń.

a)



b)



Rys. 3. Wartości podstawowego współczynnika skurczu ϵ_{cso} (a) oraz funkcji $\beta_s(t - t_s)$ przyrostu skurczu w czasie (b) według Eurokodu 2 [1] oraz PN-B-03264:1999 [3]
 Fig. 3. Values of notional shrinkage coefficient ϵ_{cso} (a) and function $\beta_s(t - t_s)$ describing the development of shrinkage in time (b) according to Eurocode 2 [1] and Polish Standard [3]

3. Analiza wpływu podstawowych parametrów determinujących skurcz betonu na ugięcie długotrwałe zginanych elementów żelbetowych obliczone według Eurokodu 2

3.1. Założenia przyjęte w analizie

Na podstawie wzoru (12) można stwierdzić, że odkształcenia skurczowe według Eurokodu 2 (oraz PN-B-03264:1999) są uzależnione od:

- średniej wytrzymałości f_{cm} betonu na ściskanie, przyporządkowanej klasie betonu – współczynnik $\varepsilon_s(f_{cm})$,
- rodzaju cementu – współczynnik β_{sc} ,
- wilgotności względnej RH powietrza – współczynnik β_{RH} ,
- miarodajnego wymiaru przekroju h_0 oraz czasu trwania skurczu – współczynnik $\beta_s(t - t_s)$.

Należy podkreślić, że od tych samych parametrów zależy również wartość $\phi(t, t_0)$ współczynnika pełzania betonu, określona wzorami przedstawionymi w Eurokodzie 2 [1] oraz w załączniku A do PN-B-03264:1999.

W analizie są rozpatrywane trzy klasy betonu: B20, B25 i B30, determinujące przyporządkowane im wartości f_{cm} i E_{cm} .

Założono, że:

- beton wykonany jest z cementu zwykłego ($\beta_{sc} = 5$), a wilgotność względna powietrza wynosi $RH = 50\%$ (co odpowiada wilgotności powietrza wewnątrz pomieszczeń),
- miarodajny wymiar przekroju $h_0 = 100, 200$ i 300 mm, co odpowiada polu przekroju poprzecznego belek $b \cdot h = 150 \cdot 300, 300 \cdot 600$ i $450 \cdot 900$ (mm²) lub polu przekroju poprzecznego płyt $b \cdot h = 120 \cdot 600, 240 \cdot 1200$ i $360 \cdot 1800$ (mm²),
- wiek betonu na początku skurczu t_s oraz wiek t_0 betonu w chwili obciążenia wynosi 28 dni,
- czas trwania skurczu $(t - t_s)$ oraz czas trwania obciążenia wynosi 10 000 dni, co odpowiada końcowemu odkształceniu skurczowemu $\varepsilon_{cs,\infty}$ oraz końcowemu współczynnikowi ϕ_{∞,t_0} pełzania betonu.

3.2. Algorytmy obliczeniowe

W analizie – dla uproszczenia – są rozpatrywane krzywizny zginanych elementów żelbetowych o przekroju prostokątnym, pojedynczo zbrojonym prętami żebrowanymi, wywołane skurczem betonu $k_{cs,\infty}$ oraz pełzaniem betonu k_{∞,t_0} .

Wpływ skurczu betonu na zwiększenie krzywizny elementu wyrażono stosunkiem całkowitej krzywizny elementu $k_{tot} = k_{cs,\infty} + k_{\infty,t_0}$ do krzywizny k_{∞,t_0} wywołanej samym pełzaniem betonu pod obciążeniem działającym długotrwałe.

3.2.1. Krzywizna $k_{CS,\infty}$ wywołana skurczem betonu

Wzorem wyjściowym do obliczenia krzywizny $k_{CS,\infty}$ jest wzór (10), w którym momenty statyczne S i momenty bezwładności I przekroju prostokątnego pojedynczo zbrojonego można wyrazić za pomocą następujących wzorów:

- w fazie I

$$S_I = A_{s1} (d - x_I) = \rho_1 b d^2 (1 - \xi_I) \quad (18)$$

$$I_I = \frac{1}{6} b d^3 (3 \xi_I - 1) \quad (19)$$

przy czym względną wysokość $\xi_I = \frac{x_I}{d}$ strefy ściskanej przekroju niezarysowanego oblicza się ze wzoru

$$\xi_I = \frac{0,5 \delta_1^2 + \alpha_{e,t} \rho_1}{\delta_1 + \alpha_{e,t} \rho_1} \quad (20)$$

w którym:

- $\delta_1 = \frac{h}{d}$ – stosunek wysokości całkowitej przekroju h do wysokości użytecznej d ,
- $\alpha_{e,t}$ – stosunek modułu sprężystości stali E_s do efektywnego modułu sprężystości betonu $E_{c,eff}$, wyrażony wzorem (5),
- $\rho_1 = \frac{A_{s1}}{bd}$ – stopień zbrojenia przekroju,

- w fazie II:

$$S_{II} = A_{s1} (d - x_{II}) = \rho_1 b d^2 (1 - \xi_{II}) \quad (21)$$

$$I_{II} = \frac{1}{2} b d^3 \xi_{II}^2 \left(1 - \frac{\xi_{II}}{3} \right) \quad (22)$$

przy czym względną wysokość $\xi_{II} = \frac{x_{II}}{d}$ strefy ściskanej przekroju zarysowanego oblicza się ze wzoru

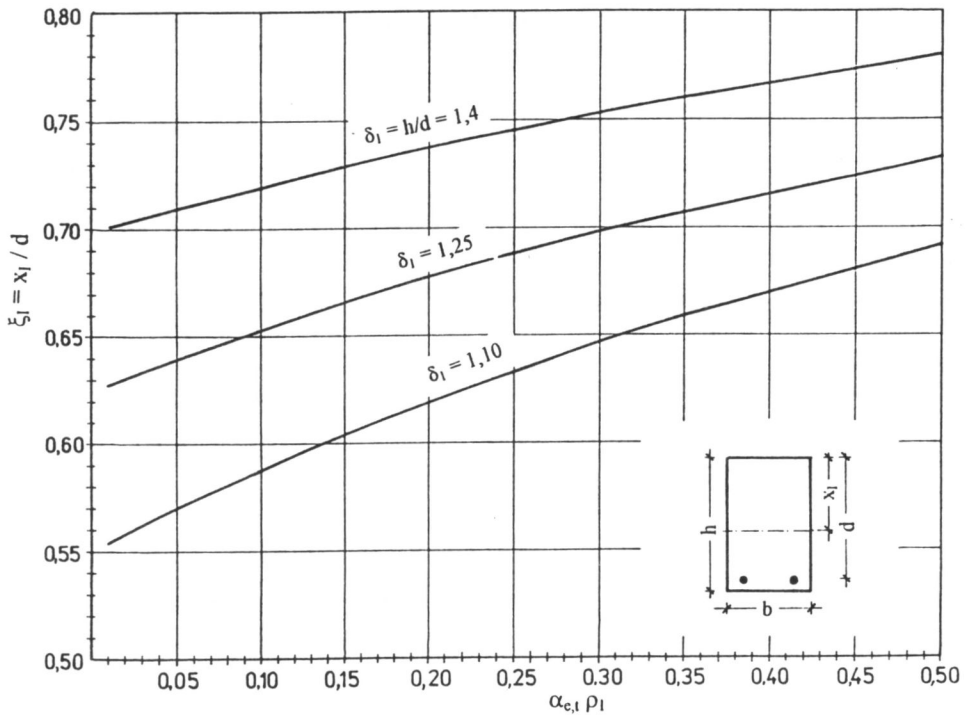
$$\xi_{II} = \alpha_{e,t} \rho_1 \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_{e,t} \rho_1}} \right) \quad (23)$$

Wzory (19) i (22) zostały wyprowadzone między innymi w monografii [9] przy założeniach przyjętych w metodzie naprężeń liniowych. Postać wzoru (19) jest uproszczona wskutek przyjęcia wartości $\delta_1 = 1,1$.

Stosunki momentów statycznych do momentów bezwładności można wyrazić następująco:

$$\frac{S_I}{I_I} = \frac{2 \rho_1 (1 - \xi_I)}{d \left(\xi_I - \frac{1}{3} \right)} \quad (24)$$

$$\frac{S_{II}}{I_{II}} = \frac{2 \rho_1 (1 - \xi_{II})}{d \xi_{II}^2 \left(1 - \frac{\xi_{II}}{3} \right)} \quad (25)$$



Rys. 4. Względna wysokość $\xi_I = \frac{x_I}{d}$ strefy ściskanej prostokątnego przekroju niezarysowanego (faza I)

Fig. 4. Neutral axis depth $\xi_I = \frac{x_I}{d}$ in singly reinforced uncracked rectangular section (state I)

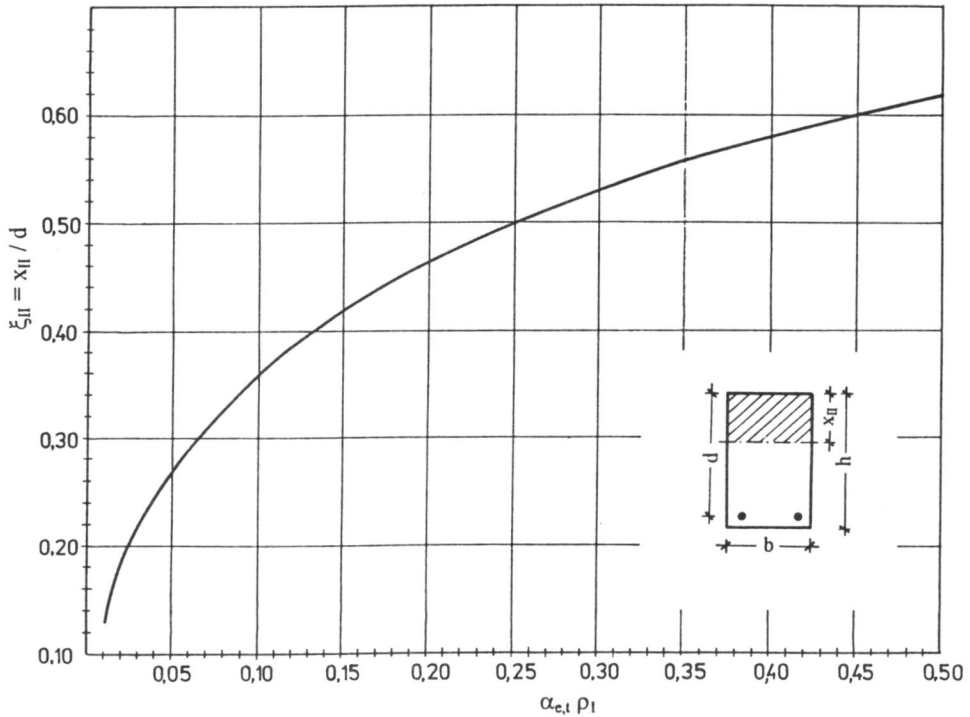
Wprowadzając do wzoru (10) wartości stosunków $\frac{S_I}{I_I}$ oraz $\frac{S_{II}}{I_{II}}$ określone wzorami (24) i (25), można wyrazić krzywiznę $k_{CS,\infty}$ w funkcji względnej wysokości ξ_I (przekroju niezarysowanego) i ξ_{II} (przekroju zarysowanego) z następującego wzoru:

$$k_{CS,\infty} = \varepsilon_{CS,\infty} \alpha_{e,t} \frac{2 \rho_1}{d} \left[\zeta \frac{1 - \xi_{II}}{\xi_{II}^2 \left(1 - \frac{\xi_{II}}{3}\right)} + (1 - \zeta) \frac{1 - \xi_I}{\xi_I - \frac{1}{3}} \right] \quad (26)$$

w którym:

- ζ – współczynnik określony wzorem(8),
- $\varepsilon_{CS,\infty}$ – końcowe odkształcenie skurczowe.

Wartości ξ_I i ξ_{II} można określić z wykresów przedstawionych na rysunkach 4 i 5.



Rys. 5. Względna wysokość $\xi_{II} = \frac{x_{II}}{d}$ strefy ściskanej prostokątnego przekroju zarysowanego (faza II)

Fig. 5. Neutral axis depth $\xi_{II} = \frac{x_{II}}{d}$ in singly reinforced fully cracked rectangular section (state II)

Moment rysujący M_{cr} , określony wzorem (9), można wyrazić w przypadku przekroju prostokątnego następująco:

$$M_{cr} = \delta_1^2 \frac{bd^2}{6} f_{ctm} \quad (27)$$

gdzie δ_1 – jak we wzorze (20).

Moment M_{Sd} wywołany kombinacją obciążeń długotrwałych jest określany wzorem:

$$M_{Sd} = \sigma_s \rho_1 bd^2 \left(1 - \frac{\xi_{II}}{3}\right) \quad (28)$$

a zatem stosunek $\frac{M_{cr}}{M_{Sd}}$ występujący we wzorze (8) można przedstawić w następującej postaci:

$$\frac{M_{cr}}{M_{Sd}} = \frac{\delta_1^2 f_{ctm}}{6 \sigma_s \rho_1 \left(1 - \frac{\xi_{II}}{3}\right)} \quad (29)$$

3.2.2. Krzywizna k_{∞, t_0} wywołana pełzaniem betonu

Krzywiznę wywołaną pełzaniem betonu pod działaniem obciążenia długotrwałego wyraża następujący wzór wyprowadzony przez autora w referacie [8]:

$$k_{\infty, t_0} = \frac{M_{Sd}}{E_{c,eff} I_{II}} \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_{Sd}} \right)^2 \left(1 - \frac{I_{II}}{I_I} \right) \right] \quad (30)$$

w którym β_1 i β_2 przyjmuje się zgodnie z objaśnieniami do wzoru (8).

Na podstawie wzorów (22) i (28) można zapisać:

$$\frac{M_{Sd}}{E_{c,eff} I_{II}} = \frac{2 \sigma_s \rho_1}{E_{c,eff} \xi_{II}^2 d} \quad (31)$$

oraz wyrazić krzywiznę w następującej postaci:

$$k_{\infty, t_0} = \frac{2 \sigma_s \rho_1}{E_{c,eff} \xi_{II}^2} \frac{1}{d} \eta \quad (32)$$

gdzie:

$$\eta = 1 - 0,5 \left[\frac{\delta_1^2 f_{ctm}}{6 \sigma_s \rho_1 \left(1 - \frac{\xi_{II}}{3}\right)} \right]^2 \left[1 - \frac{\xi_{II}^2 \left(1 - \frac{\xi_{II}}{3}\right)}{\xi_I - \frac{1}{3}} \right] \quad (33)$$

Współczynnik pełzania betonu ϕ_{∞, t_0} określa się zgodnie z Eurokodem 2 [1] oraz załącznikiem A do PN-B-03264:1999 na podstawie wzoru:

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \beta_c(t - t_0) \quad (34)$$

w którym:

- t – czas, w którym następuje stabilizacja odkształceń wywołanych pełzaniem betonu; w analizie przyjęto $t = 10\,000$ dni (tj. około 27 lat),
- t_0 – wiek betonu w chwili obciążenia (w dniach); w analizie przyjęto $t_0 = 28$ dni,
- ϕ_0 – podstawowy współczynnik pełzania betonu,
- $\beta_c(t - t_0)$ – współczynnik określający funkcję przyrostu pełzania w czasie działania obciążenia długotrwałego.

Podstawowy współczynnik pełzania ϕ_0 jest określony następującym wzorem:

$$\phi_0 = \phi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \quad (35)$$

w którym:

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,10 \sqrt[3]{h_0}} \quad (36)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (37)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,20}} \quad (38)$$

Współczynnik $\beta_c(t - t_0)$ określający funkcję przyrostu pełzania betonu po przyłożeniu obciążenia długotrwałego wyznacza się ze wzoru

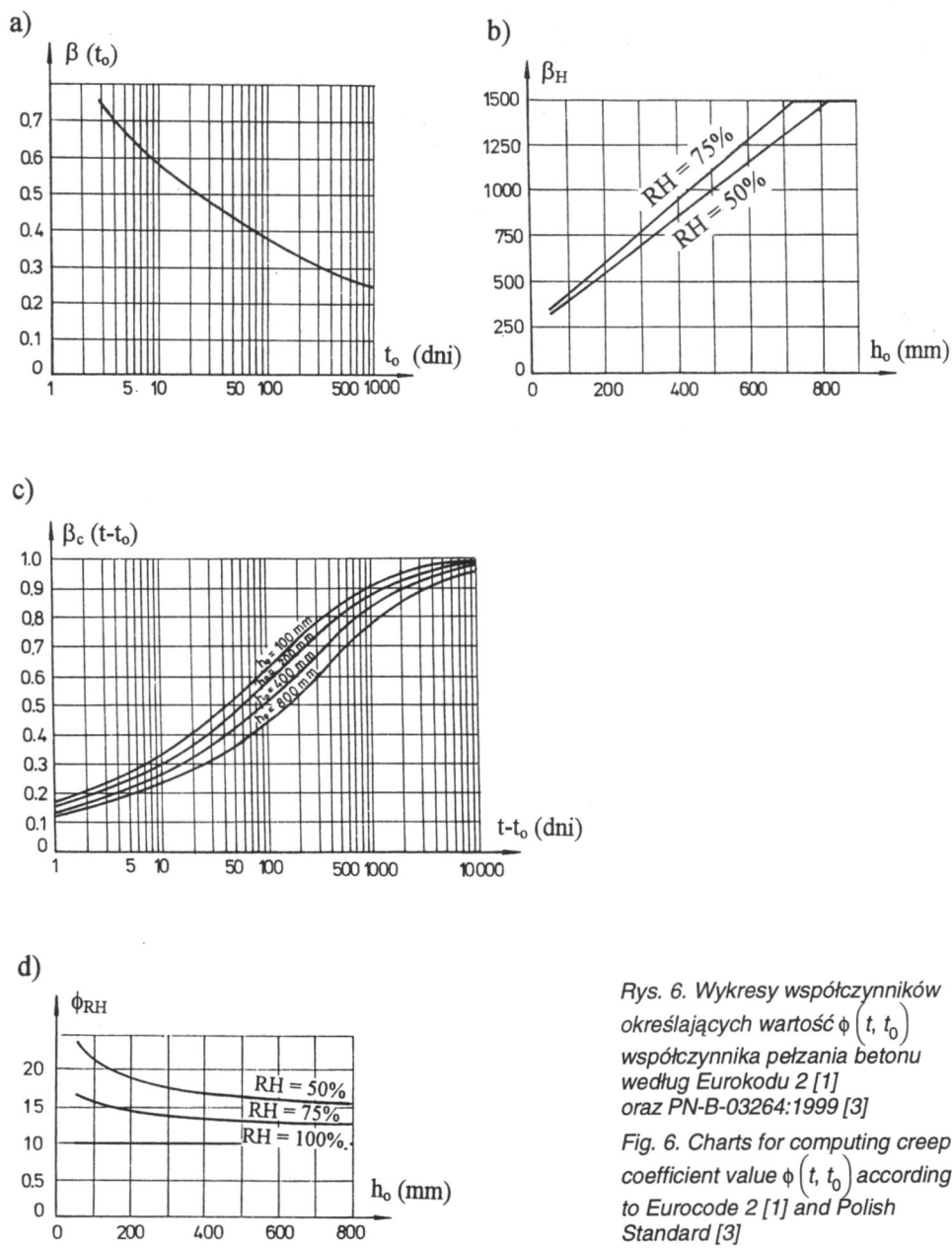
$$\beta_c(t - t_0) = \left(\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right)^{0,3} \quad (39)$$

w którym:

- $t - t_0$ – czas trwania obciążenia (w dniach),
- β_H – współczynnik zależny od wilgotności względnej powietrza RH (w procentach) oraz miarodajnego wymiaru przekroju elementu h_0 (w milimetrach), określony za pomocą wzoru:

$$\beta_H = 1,5 \left[1 + (0,012 RH)^{18} \right] h_0 + 250 \leq 1500 \quad (40)$$

Wartości współczynników określających wartość $\phi(t, t_0)$ można przyjmować z wykresów przedstawionych na rysunku 6.



Rys. 6. Wykresy współczynników określających wartość $\phi(t, t_0)$ współczynnika pęcznienia betonu według Eurokodu 2 [1] oraz PN-B-03264:1999 [3]

Fig. 6. Charts for computing creep coefficient value $\phi(t, t_0)$ according to Eurocode 2 [1] and Polish Standard [3]

3.3. Omówienie wyników obliczeń

Obliczono krzywizny $k_{CS,\infty}$ oraz k_{∞,t_0} żelbetowego przekroju prostokątnego pojedynczo zbrojonego z uwzględnieniem założeń podanych w p. 3.1 oraz dodatkowo przyjmując:

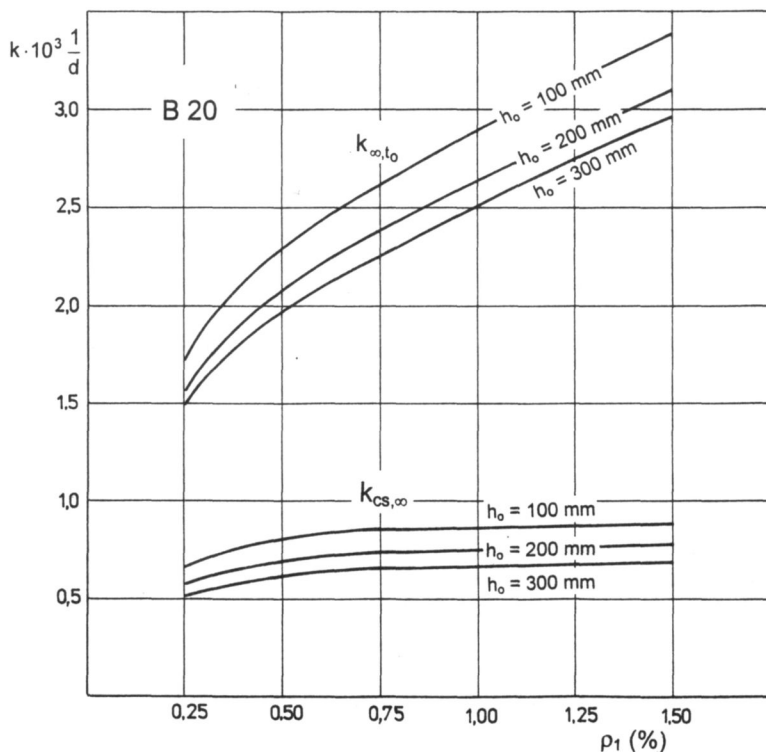
- stopień zbrojenia przekroju $\rho_1 = 0,25; 0,50; 0,75; 1,00; 1,25$ i $1,50\%$,
- naprężenie w zbrojeniu rozciągającym $\sigma_s = 250$ MPa.

Wyniki obliczeń krzywizn przedstawiono w formie wykresów na rysunkach 7, 8 i 9.

Przeprowadzone obliczenia pozwalają stwierdzić, że:

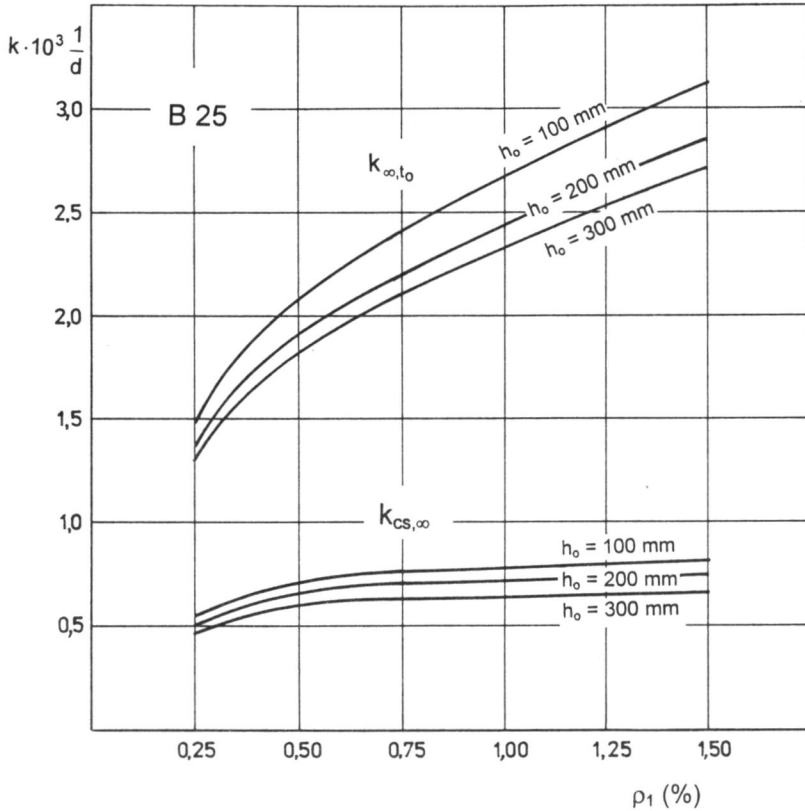
- krzywizna wywołana skurczem betonu stanowi w przybliżeniu od 25 do 35% krzywizny wywołanej pełzaniem betonu. Stosunek tych krzywizn maleje wraz ze wzrostem stopnia zbrojenia przekroju, natomiast wpływ klasy betonu na zmniejszenie wartości tego stosunku jest niewielki, rzędu 3%;

- wpływ miarodajnego wymiaru h_0 przekroju poprzecznego na zmniejszenie krzywizny wywołanej skurczem betonu można ocenić na około 9–10% przy zwiększeniu h_0 o 100 mm, niezależnie od klasy betonu.



Rys. 7. Krzywizny $k_{CS,\infty}$ i k_{∞,t_0} zginanych elementów żelbetowych z betonu klasy B 20

Fig. 7. Shrinkage $k_{CS,\infty}$ and creep k_{∞,t_0} curvatures of reinforced concrete flexural member for strength class of concrete C 20



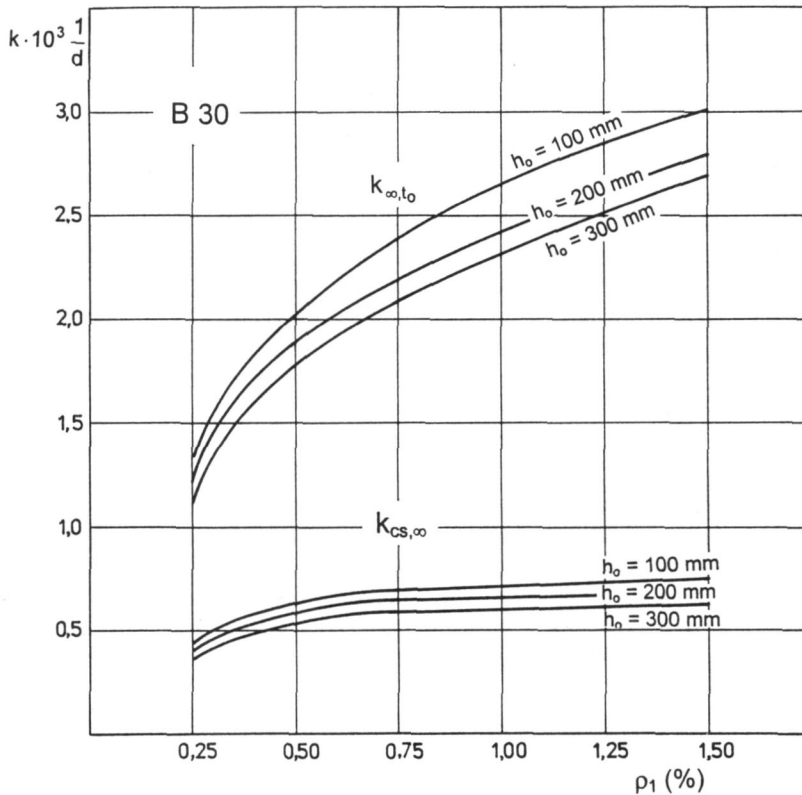
Rys. 8. Krzywizny $k_{CS, \infty}$ i k_{∞, t_0} zginanych elementów żelbetowych z betonu klasy B 25
 Fig. 8. Shrinkage $k_{CS, \infty}$ and creep k_{∞, t_0} curvatures of reinforced concrete flexural member for strength class of concrete C 25

Norma PN-B-03264:1999 pozwala pomijać wpływ skurczu betonu na ugięcie długotrwałe zginanych elementów żelbetowych; zakłada się tym samym, że wielkość ugięcia wywołanego skurczem jest nieznaczna w porównaniu z ugięciem wywołanym pęczaniem betonu. Wyniki uzyskane z analizy wskazują natomiast, że uwzględnienie w normie udziału skurczu betonu spowodowałoby znaczne zwiększenie (średnio o 30%) całkowitego ugięcia długotrwałego, miarodajnego przy sprawdzaniu stanu granicznego ugięć zginanych elementów żelbetowych.

Na taki stan rzeczy wpływają przyjęte w Eurokodzie 2:

- relatywnie duże wartości końcowego odkształcenia skurczowego $\epsilon_{CS, \infty}$,
- sama metoda obliczania ugięcia (krzywizny) wywołanego skurczem betonu.

W tabelicy 4 normy PN-B-03264:1999 przy wilgotności względnej powietrza $RH = 50\%$ i miarodajnym wymiarze przekroju $h_0 \leq 150$ mm przyjęto wartość $\epsilon_{CS, \infty} = 0,60 \cdot 10^{-3}$ zgodnie z Eurokodem 2 [1], [2].



Rys. 9. Krzywizny $k_{CS,\infty}$ i k_{∞,t_0} zginanych elementów żelbetowych z betonu klasy B 30

Fig. 9. Shrinkage $k_{CS,\infty}$ and creep k_{∞,t_0} curvatures of reinforced concrete flexural member for strength class of concrete C 30

I. I. Ulicki [10], [11] przy takich samych parametrach wilgotnościowych i geometrycznych zaleca przyjmować $\varepsilon_{CS,\infty} = 0,30 \cdot 10^{-3}$.

W PN-84/B-03264 przyjęto dla $RH = 50\%$ i $t_0 = 28$ dni (tzn. dla warunków uznawanych za średnie) wartość $\varepsilon_{SC,\infty} = 0,20 \cdot 10^{-3}$.

Tak więc wartości końcowego odkształcenia skurczowego przyjęte w Eurokodzie 2 [1], [2] i powtórzone w PN-B-03264:1999 są dwukrotnie większe od zalecanych przez I. I. Ulickiego i trzykrotnie większe od zalecanych w PN-84/B-03264.

W dostępnej literaturze technicznej brak jest informacji o weryfikacji doświadczalnej metody obliczania ugięć elementów żelbetowych wywołanych skurczem betonu.

W opublikowanych, skromnych liczbowo wynikach badań przeprowadzonych przez I. I. Ulickiego [12] w warunkach dużej wilgotności (RH około 80%), ugięcie belek żelbetowych wywołane skurczem betonu nie przekraczało 8% ugięcia wywołanego pełzaniem betonu, a więc było prawie czterokrotnie mniejsze od obliczonego według Eurokodu 2

przy założeniu $RH = 50\%$. Stwierdzenie powyższe sugeruje celowość przeprowadzenia weryfikacji doświadczalnej rozważanej w artykule metody obliczania ugięć wywołanych skurczem betonu.

4. Wnioski

Wyniki przeprowadzonej analizy pozwalają stwierdzić, że obliczone według Eurokodu 2 ugięcie pojedynczo zbrojonych zginanych elementów żelbetowych wywołane skurczem betonu stanowi od 25 do 35% całkowitego ugięcia długotrwałego.

Tak znaczny wpływ skurczu na ugięcie elementów żelbetowych nie był obserwowany w nielicznych opublikowanych badaniach doświadczalnych.

Po opracowaniu ostatecznej wersji (final draft) normy europejskiej [2] i jej ustanowieniu przez Europejski Komitet Normalizacyjny (CEN) przepisy i wymagania tej normy zostaną przeniesione jako obligatoryjne do normy polskiej, wraz z wymaganiem sprawdzania ugięcia elementów żelbetowych wywołanego skurczem betonu.

Stwierdzony obliczeniowo średnio trzydziestoprocentowy wzrost długotrwałego ugięcia całkowitego spowodowany działaniem skurczu ograniczyłby istotnie zakres stosowania zginanych elementów żelbetowych z uwagi na przekroczenie ugięć granicznych. W związku z tym wydaje się celowe przeprowadzenie badań doświadczalnych weryfikujących przyjętą w Eurokodzie 2 metodę obliczania ugięć wywołanych skurczem betonu. W Instytucie Techniki Budowlanej rozpoczęto już prace przygotowawcze do realizacji takich badań.

Wyniki badań wykażą zasadność wprowadzenia do praktyki projektowania budowlanego (a w przyszłości do PN-B-03264 zharmonizowanej w pełni z Normą Europejską) zalecenia uwzględniania lub pomijania skurczu betonu przy sprawdzaniu stanu granicznego ugięć zginanych elementów żelbetowych.

Bibliografia

- [1] Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1: Zasady ogólne i reguły dla budynków. Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 1995
- [2] European Standard prEN 1992-1 Second Draft of Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. January 2001
- [3] PN-B-03264:1999 (zamiast PN-84/B-03264): Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie
- [4] Peabody D.: The Design of Reinforced Concrete Structures. Second edition. John Wiley and Sons, New York 1936
- [5] Ferguson P. M.: Warping of Reinforced Concrete Due to Shrinkage. Discussion of a paper by A. L. Miller. ACI Journal, Proceedings V.54, December 1959
- [6] Branson D. E.: Deflections of Reinforced Concrete Flexural Members. ACI Journal, Proceedings 63, June 1966
- [7] Ulicki I. I., Czżan-jao, Gołyszew A. B.: Rasczot żelezobietonnych konstrukcji s ucotom dlitielnych processow. Gostrojizdat USRR, Kijew 1960

- [8] Kubicki J.: Ugięcie elementów żelbetowych. Konferencja naukowo-techniczna „Podstawy projektowania konstrukcji z betonu w ujęciu normy PN-B-03264:1998 w świetle Eurokodu 2”. Instytut Techniki Budowlanej. Puławy 1998
- [9] Teoria betonu i żelbetu. Budownictwo betonowe, t. 2. Praca zbiorowa pod kierownictwem L. Suwalskiego. Arkady, Warszawa 1964
- [10] Ulicki I. I.: Opredielenie wielozin deformacji połuczestni i usadki bieronow. Gosudarstwiennoje Izdatielstwo Literatury po Stroitelstvu i Architekturnie USSR, Kijew 1963
- [11] Ulicki I. I.: Wlijanie dlitielnych processow na napriazhenno-dieformirowannoje sostoianie zelezobietonnych konstrukcji. Akademia Stroitelstwa i Architekturnie USSR, Kijew 1962
- [12] Ulicki I. I., Meteliuk N. S., Reminieć G. M.: Żostkost' izgibiemych zelezobietonnych elemientow. Gostrojizdat USSR, Kijew 1963

EFFECT OF SHRINKAGE ON THE LONG – TERM DEFLECTION
OF REINFORCED CONCRETE FLEXURAL MEMBERS ACCORDING
TO EUROCODE 2

Summary

The paper describes the effect of shrinkage on the long-term deflection of reinforced concrete members. Particular consideration is given to singly reinforced rectangular beams. The analysis of curvatures due to shrinkage takes into account strength classes of concrete, notional size of members and reinforcement ratio. The results of analysis allow to conclude that deflection caused by shrinkage makes up 25 to 35% of total deflection due to shrinkage and creep of concrete. It seems to be relatively large and therefore experimental tests are recommended to verify calculation values of shrinkage deflection obtained using Eurocode 2 method.

Praca wpłynęła do Redakcji 7 VI 2001