

BADANIA I STUDIA – RESEARCH AND STUDIES

Andrzej Cholewicki\*

## INTERAKCJA W KONSTRUKCJACH ZESPOLONYCH Z BETONU

W pracy przedstawiono ujęcie zagadnienia oceny stanu granicznego nośności betonowej konstrukcji zespolonej z uwzględnieniem wpływu podatności połączenia dwóch betonów. Ujęcie to otwiera nowe możliwości modyfikacji rozwiązań zalecanych w Eurokodzie 2 i nowej normie żelbetowej PN-B-03264:1999. Praca stanowi rozszerzoną wersję referatu wygłoszonego przez autora podczas XLV Konferencji Naukowej KILiW PAN i KN PZITB w Krynicy.

### 1. Wprowadzenie

W myśl ustaleń Eurokodu 2 [1] oraz projektu polskiej normy [2] zbrojenie w połączeniu w zginanej betonowej konstrukcji zespolonej jest wyznaczane z uwzględnieniem następujących założeń:

1. Rozkład sił ścinających w połączeniu, tak zwanych jednostkowych sił ścinających oznaczonych tu jako  $V_x'$ , jest trójkątny, o maksymalnej wartości przy podporze (rys. 1a i c), wyznaczonej ze wzoru (1):

$$V_{x\max}' = \beta \frac{V_0}{z} \quad (1)$$

gdzie:  $V_0$  – siła poprzeczna w przekroju przy podporze (przyjęto to oznaczenie zamiast oznaczenia normowego  $V_{Sd\max}$ ),

$\beta$  – współczynnik rozdziału wypadkowej siły w strefie ściskanej belki; w przypadku zarysowania belki aż w części nadbetonowanej (rys. 1b);  $\beta = 1$ ,

$z$  – ramię sił wewnętrznych.

2. W warunku do sprawdzenia stanu granicznego nośności połączenia są sumowane wprost trzy człony o postaci:

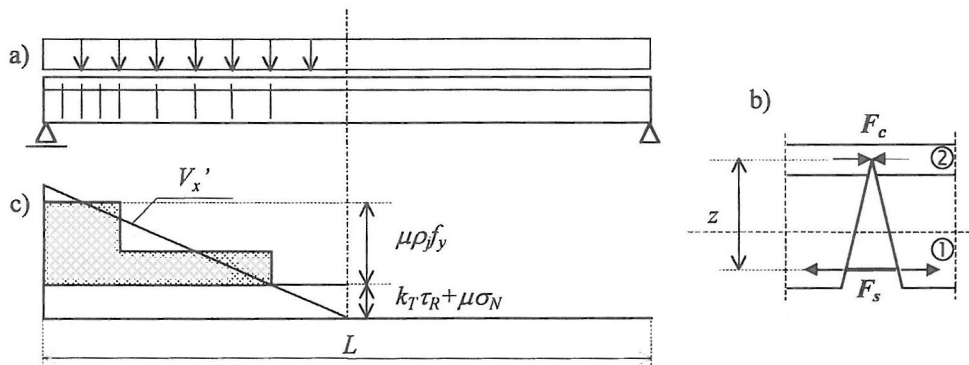
$$k_T \tau_R + \mu \sigma_N + \mu \rho_j f_y \quad (2)$$

gdzie:  $\tau_R$  – wytrzymałość betonu na ścinanie określona dla betonu niższej klasy,

$k_T$  – współczynnik podany w normie [2],

\* dr hab. inż., prof. ITB

- $\mu$  – współczynnik tarcia w przekroju zespolenia, czyli kontaktu części ① z częścią ②,  
 $\sigma_N$  – naprężenie ściskające skierowane prostopadłe do powierzchni zespolenia,  
 $\rho_j$  – współczynnik zbrojenia (stosunek przekroju zbrojenia do przekroju zespolenia),  
 $f_y$  – granica plastyczności stali (prętów) zszywających obie części w konstrukcji zespolonej.



Rys. 1. Zalecany w normach [1] i [2] sposób sprawdzania stanu granicznej nośności połączenia w betonowej konstrukcji zespolonej: a – schemat konstrukcji, b – wycinek z konstrukcji w miejscu hipotetycznego, najgłębszego zarysowania, c – wykres obliczeniowy jednostkowych sił ścinających w połączeniu; ①, ② – oznaczenia części dolnej i górnej (nadbetonowanej)

Do przedstawionych zasad normowych można mieć następujące uwagi krytyczne:

1. Rozkład sił  $V_x'$  i wypadkowa tych sił zsumowanych z odcinka od  $x = 0$  do  $x = 0,5L$  określona wzorem (3):

$$V_{x \max} = 0,25 \beta \frac{V_0 L}{z} \quad (3)$$

oraz siła rozciągająca (rys. 1b):

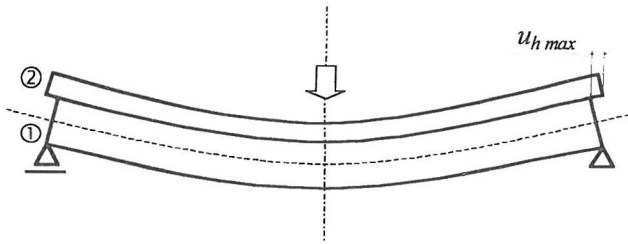
$$F_s = V_{x \max} \quad (4)$$

nie zależą od cech sztywnościowych połączenia, a więc z góry zakłada się, że połączenie jest ośrodkiem o pomijalnej podatności pod działaniem sił  $V_x'$ .

2. Wyczerpanie nośności poszczególnych członów według warunku (2) może następować przy bardzo zróżnicowanych wartościach przemieszczeń  $u_h$  (rys. 2) w połączeniu; w badaniach były stwierdzane nawet przemieszczenia kilku- i kilkunastomilimetrowe; szczególnie kontrowersyjne jest jednoczesne wystąpienie dwóch stanów: ściskania – człon drugi we wzorze (2) i rozciągania aż do stanu uplastycznienia zbrojenia – człon trzeci we wzorze (2).

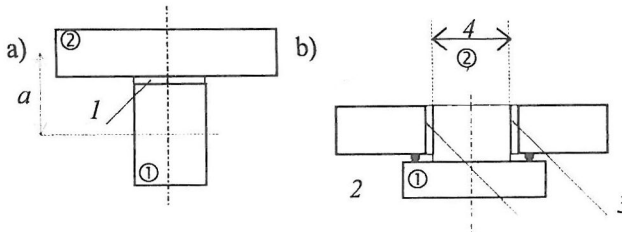
3. „Zgodność przemieszczeniowa” stanów SGN ścinanego połączenia i SGN zbrojenia rozciąganego nie jest kontrolowana; w tym samym połączeniu „spotykają się” więc dwie wartości sił  $V_{x \max}$ ; niezależna od podatności połączenia – według wzoru (3) i  $V_m$  warunkowana podatnością połączenia (wzór określający  $V_m$  podany jest w punkcie 2 artykułu).

4. Brak jest w wyrażonej wzorem (2) zasadzie superpozycji trzech członów wyjaśnienia o postępowaniu w przypadku gdy naprężenia  $\sigma_N$  są rozciągające.



Rys. 2. Przemieszczenia wzajemne części ① i ② w konstrukcji zespolonej w przypadku gdy połączenie jest podatne (lub stało się podatne w stanie granicznej nośności)

Charakterystyka sztywnościowa połączenia jest zależna od jego pozycji w przekroju konstrukcji; w przypadku połączenia poziomego (rys. 3a) sztywność może być odpowiednio większa, gdyż przez połączenie przekazywany jest ciężar części współpracującej i jej obciążenie pionowe; w przypadku połączeń pionowych (oznaczenie 3 na rys. 3b) do uzyskania odpowiedniej sztywności niezbędne są specjalne zazębienia itp. Zginane płyty stropowe dążą do rozerwania połączenia i mogą wydatnie obniżyć jego sztywność pod działaniem sił ścinających (skierowanych równoległe do płaszczyzn czołowych stropów).



Rys. 3. Przekroje konstrukcji zespolonej: a – z połączeniem poziomym, b – z dwoma połączeniami pionowymi; 1 – połączenie nośne i zespalające, 2 – połączenie nośne, np. podkładki z neoprenu, 3 – połączenie zespalające, 4 – zakres efektywny części ② najczęściej zalecany w obliczeniach tego typu konstrukcji zespolonych

## 2. Model dwupasmowy konstrukcji zespolonej

Autor w publikacji [3] wyprowadził podstawowe zależności opisujące zachowanie się konstrukcji zespolonej, złożonej z dwóch części (pasm) połączonych kontynuálním złączem z udziałem zbrojenia zszywającego. Autor posłużył się analogią do rozwiązania opublikowanego przez R. Rosmana [4] z zakresu ścianowych ustrojów usztywniających.

Na podstawie modeli i zależności opisanych w pracy [3] otrzymano następujący wzór określający rozkład jednostkowych sił ścinających w połączeniu:

$$V'_{\alpha\alpha} = 0,5 \cdot 2V_0 \frac{\Psi}{\alpha^2} \eta'(\xi) \quad (5)$$

przy czym:

$$\frac{\Psi}{\alpha^2} = \frac{\frac{a}{E_{b1} l_1 + E_{b2} l_2}}{\frac{1}{E_{b1} A_1} + \frac{1}{E_{b2} A_2} + \frac{a^2}{E_{b1} l_1 + E_{b2} l_2}} \quad (6)$$

- gdzie:  $E_{b1}, E_{b2}$  – odpowiednio: moduły sprężystości betonu części ① i ②,  
 $A_1, A_2$  – odpowiednio: powierzchnie przekroju części ① i ②,  
 $l_1, l_2$  – odpowiednio: momenty bezwładności przekrojów części ① i ②,  
 $\eta' (\xi)$  – współczynnik wyrażający wpływ wymiarów geometrycznych i cech sprężystych konstrukcji oraz sztywności  $C_z$  połączenia na rozkład jednostkowych sił ścinających, rzędna  $\xi = \frac{2x}{L}$ ,  
 $x$  – odległość od lewej podpory (rys. 4a),  
 $a$  – odległość pomiędzy osiami obojętnymi przekrojów części ① i ② (rys. 3a).

Wartości współczynnika  $\eta' (\xi)$  wyznacza się za pomocą dwóch tablic, podanych w pracach [3] i w [4], w zależności od parametru wyrażonego wzorem:

$$\frac{\alpha L}{2} = \frac{L}{2} \sqrt{\left( \frac{1}{E_{b1} A_1} + \frac{1}{E_{b2} A_2} + \frac{a^2}{E_{b1} l_1 + E_{b2} l_2} \right) C_z} \quad (7)$$

W przypadku jednakowych cech sprężystych betonu w obu częściach ① i ②  $\frac{\Psi}{\alpha^2} = \frac{S}{I}$

oraz gdy wartość  $\frac{\alpha L}{2} \geq 5$  wzór (5) przybiera postać wzoru według wytrzymałości materiałów:

$$V'_{xWM} = V_0 \frac{S}{I} \quad (8)$$

gdzie:  $S$  – moment statyczny części ① przekroju względem osi obojętnej całego przekroju konstrukcji traktowanej jako ustrój homogeniczny,  
 $I$  – moment bezwładności całego przekroju.

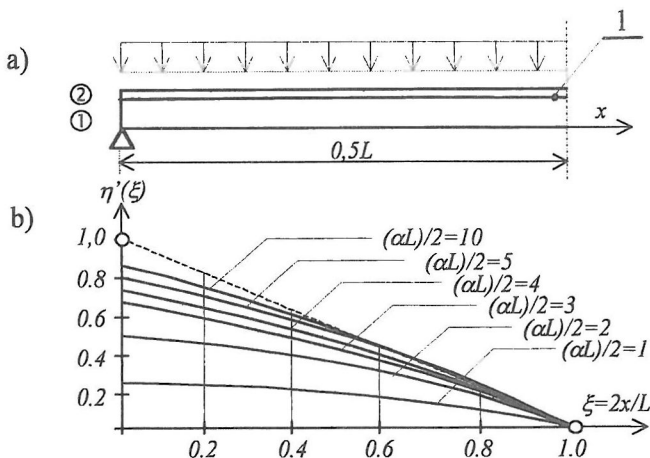
Wpływ podatności połączenia, gdy  $\frac{\alpha L}{2} < 10$ , na rozkład jednostkowych sił ścinających  $V'_{x\alpha}$  przedstawiają wykresy na rysunku 4.

Rozkład bliski trójkątnemu, to jest wtedy gdy  $\frac{\alpha L}{2} \geq 5$ , oznacza zbliżenie (ale nie identyczność) do rozkładu zakładanego w normach [1] i [2].

Wartość sumarycznej siły ścinającej, z odcinka połączenia od  $x = 0$  do  $x = 0,5L$ , wyraża wzór:

$$V_m = 0,25 \cdot 2 \eta_m V_0 \frac{\Psi}{\alpha^2} L \quad (9)$$

W przypadku gdy  $\frac{\alpha L}{2} \geq 5$  (połączenie jest nie podatne) oraz gdy cechy betonu w obu częściach przekroju są jednakowe, wartości współczynnika  $\eta_m$  są  $\eta_m \equiv 0,5$  (tablica 1); po pomnożeniu przez 2 i przyjęciu  $\frac{\Psi}{\alpha^2} = \frac{S}{I}$  otrzymuje się postać wzoru (9) porównywalną z postacią wzoru (3) według norm [1] i [2]. Oba wzory nie są i nie muszą być jednak identyczne.



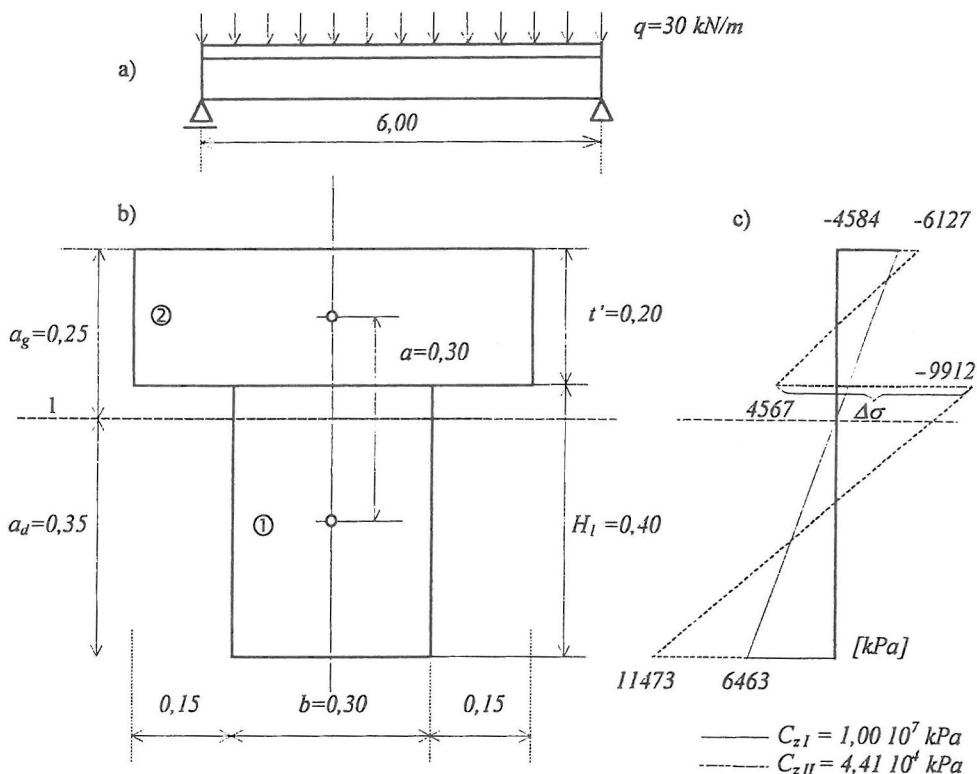
Rys. 4. Model dwupasmowy konstrukcji zespolonej:  
 a – analizowany schemat, b – wartości współczynnika  $\eta'(\xi)$  charakteryzującego rozkład jednostkowych sił ścinających w połączeniu; 1 – połączenie o sztywności  $C_2$

Tablica 1. Wartości współczynnika  $\eta_m$  w funkcji  $\frac{\alpha L}{2}$

$\frac{\alpha L}{2}$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	10,0
$\eta_m$	0,047	0,148	0,244	0,316	0,366	0,400	0,423	0,440	0,461	0,490

### 3. Ocena ujęcia normowego na tle przedstawionego rozwiązania według metody pasmowej

W przypadku gdy  $\frac{\alpha L}{2} < 5$  wartość współczynnika  $\eta_m$  maleje w zakresie  $\eta_m < 0,5$ , a wtedy powstaje rozbieżność pomiędzy  $V_{x\max}$  według wzoru (3) a  $V_m$  według wzoru (9). Ilustruje to przykład na rysunku 5 i tablica 2.



Rys. 5. Przykładowo obliczana konstrukcja zespolona: a – wymiary i obciążenie, b – wymiary przekroju poprzecznego, m, c – rozkłady naprężeń normalnych, kPa, wyznaczone w przypadku gdy połączenie jest nie podatne (o sztywności  $C_{zI}$ ) i podatne (o sztywności  $C_{zII}$ ); 1 - położenie osi obojętnej w przekroju konstrukcji traktowanej jako monolityczna,  $\Delta\sigma$  – tak zwany „skok naprężeniowy” w konstrukcji z połączeniem podatnym

Tablica 2. Wpływ zmiany sztywności połączenia na wartość sumarycznej siły ścinającej  $V_m$  i przemieszczenie (tzw. poślizg)  $u_{h \max}$

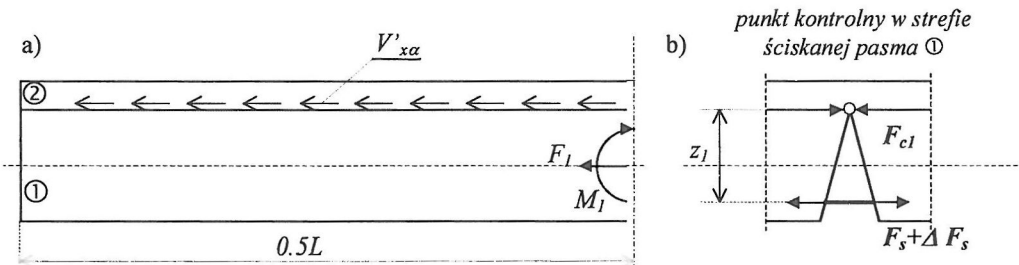
Sztywność połączenia, kPa	$\frac{\alpha L}{2}$	$V_m$ kN	$u_{h \max}$ mm	Uwagi
$C_{zI} = 1,00 \cdot 10^7$ faza I	14,70	324,7	0,02	$V_{m \max} = 281,25$ kN obliczone wg wzoru (3)
$C_{zII} = 4,41 \cdot 10^4$ faza II	0,97	93,6	1,13	

Aby odpowiedzieć na pytanie, czy wzór normowy jest bezpieczny, zbadano konsekwencje hipotetycznego upodatnienia się połączenia wyrażającego się zmiennością  $\frac{\alpha L}{2}$  w zakresie  $5 > \frac{\alpha L}{2} \geq 0$ , to jest w zakresie obniżania się sztywności połączenia aż do

całkowitego zaniku interakcji. Jako kryterium oceny skutków upodatkowania połączenia przyjęto wartość przyrostu siły w zbrojeniu rozciągającym części ① konstrukcji ponad wartość określoną za pomocą wzoru (4). Wzór określający przyrost siły rozciągającej, wyprowadzony przez autora w pracy [5] ma postać:

$$\Delta F_s = 0,25 V_0 L \left[ \frac{z l_1 - z_1 l_0}{z_1 z l_0} + 2 \eta_m \frac{\psi}{\alpha^2} \left( \theta_1 - \frac{l_1 a}{l_0 z_1} \right) \right] \quad (10)$$

gdzie:  $z$  – ramię sił wewnętrznych według ustaleń norm [1] i [2] (rys. 1b),  
 $z_1$  – ramię sił wewnętrznych po zamknięciu się rysy w części ① przekroju (rys. 6b),  
 $l_0$  – suma momentów bezwładności  $l_0 = l_1 + l_2$ ,  
 $a$  – odległość wzajemna osi części ① i ② (rys. 3a),  
 $\theta_1$  – współczynnik rozdziału siły podłużnej  $F_1 = V_m$  w dolnym pasmie pomiędzy strefę rozciąganą pasma i strefę ściskaną; wobec braku ściślejszych danych w dalszym toku przyjęto bezpieczne założenie, że  $\theta_1 = 0,5$ .



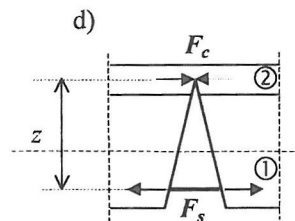
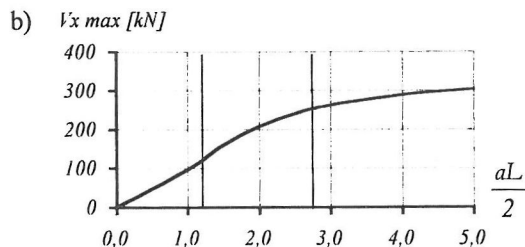
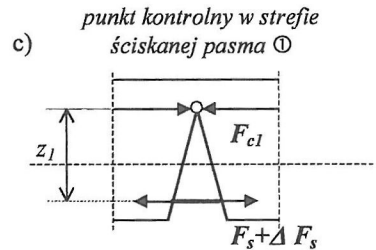
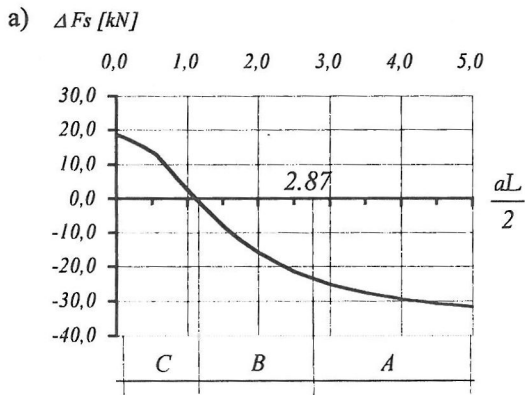
Rys. 6. Badanie przyrostu siły  $F_s$  w zbrojeniu rozciągającym części ①: a – widok konstrukcji, b – wycinek konstrukcji w strefie maksymalnego jej zginania

Ważność wzoru (10) ograniczona jest ważnością stosowania modelu pasmowego, a ten wymaga potwierdzenia utrzymania się stanu zamkniętej rysy (rys. 6b) w poziomie górnej krawędzi pasma ①. Warunek sprawdzający ten stan, przy założeniu  $\theta_1 = 0,5$ , jest następujący:

$$\left( 0,5 + \frac{a l_1}{z_1 l_0} \right) V_m < \frac{M_0 l_1}{z_1 l_0} \quad (11)$$

gdzie  $M_0$  – moment od obciążenia  $q$  w przekroju  $x = 0,5L$ .

W przypadku gdy nierówność ta nie jest spełniona w strefie ściskanej dolnego pasma, wypadkowa siła rozciągająca jest większa od siły ściskającej – pasmo w miejscu zarysowania ulega rozdzieleniu. Model całej konstrukcji ulega wtedy lokalnie (w strefie rozdzielenia) zmianie. Występująca po lewej stronie wzoru (11) wartość wypadkowej siły ścinającej  $V_m$  zależy od iloczynu  $\frac{\alpha L}{2}$ , a więc i od sztywności  $C_z$  połączenia. Przykładowe sprawdzenie warunku zamknięcia rysy, zgodnego z modelem pokazanym na rysunku 6b, podano w tablicy 3.



Rys. 7. Skutki obniżania się sztywności połączenia i wartości  $\frac{\alpha L}{2}$  analizowane w przypadku konstrukcji o danych według rysunku 5: a – przyrost siły  $\Delta F_s$  (w zbrojeniu rozciągającym części ①), b – zależność  $V_{x \max}$  od rosnącej wartości  $\frac{\alpha L}{2}$ , c – częściowe zamknięcie rysy (w zakresach B i C), d – utrzymujący się stan otwartej rysy w głąb części ② przekroju.

Pełną ilustrację funkcji połączenia w obliczanej konstrukcji betonowej przedstawiono na rysunku 7. W przebiegu zależności zmian wartości siły  $F_s$  rozciągającej zbrojenie części ① (dolnej) od malejącej sztywności połączenia (powodującej spadek wartości  $\frac{\alpha L}{2}$ ) wyróżnić można trzy zakresy:

Zakres A – wartości sił  $V_{x \max}$  (wzór 3) i  $V_m$  (wzór 9) nie różnią się zasadniczo, możliwe jest utrzymywanie się rys otwartych głębiej niż do linii styku (rys. 7d).

Zakres B – gdy  $\frac{\alpha L}{2} \leq 2,87$  wartości sił  $V_{x \max}$  są zbyt małe, aby utrzymała się otwarta rysa sięgająca w głąb części ②; konstrukcja upodabnia się do typowo dwupasmowej, ale nie oznacza to jeszcze przyrostu siły rozciągającej w zbrojeniu pasma ① (wartości  $\Delta F_s$  są ujemne według wykresu na rysunku 7a).



Zakres C – podobnie jak w przypadku zakresu B nie kwestionowany jest model dwupasmowy, pojawiają się natomiast przyrosty sił  $F_s$  (w tym przypadku nie przekraczające 10% wartości maksymalnej wyznaczonej według norm [1] i [2]).

W zakresach B i C – przeciwnie niż w zakresie A – suma sił ścinających  $V_{x \max}$  „nie jest w stanie” utrzymać rysy otwartej w głąb części ② przekroju. Oznacza to, że w stanie granicznym zachowania się konstrukcji, który charakteryzuje się wyraźnym obniżeniem sztywności połączenia – fakt ten jest uwidoczniiony przez znaczące przyrosty przemieszczeń w połączeniu (przez tak zwane poślizgi) – przestaje obowiązywać podstawowy model obliczeniowy konstrukcji zespolonej przyjęty według norm [1] i [2].

Tablica 3. Sprawdzenie warunku zamknięcia się rysy w części ② przekroju konstrukcji zespolonej

$\frac{\alpha L}{2}$	$V_m$ kN	Warunek (11) kN
0,97	93,2	109 < 300
2,87	257,0	300 ≈ 300
14,7	324,7	379 > 300

## 4. Wnioski

1. Przedstawione rozwiązanie i przytoczony przykład liczbowy wskazują na uwarunkowanie oceny stanu granicznego nośności (SGN) betonowej konstrukcji zespolonej od podatności połączenia zespalającego; istotę tego czynnika w sposób ewidentny wykazują konsekwencje „przesuwania się” od zakresu A do zakresów B i C (według rysunków 7b, c, d). W świetle tych obserwacji założenia i metodyka przyjęta w normach [1] i [2] do projektowania konstrukcji zespolonej z betonu okazuje się nie dość uniwersalna.

2. Posługiwanie się przedstawioną przez autora metodą analizy przedmiotowych konstrukcji, opisaną szerzej w publikacjach [3] i [5], można polecać również w różnego rodzaju analizach bardziej złożonych w kształcie konstrukcji, na przykład w celu badania efektywności współpracujących płyt stropowych (części ② przekroju) gdy przekrój konstrukcji jest teowy (por. rysunek 3b). Za pomocą omówionych wzorów można wtedy rozwiązać zadanie odwrotne niż w przypadku oceny SGN, a mianowicie sformułować wymaganie sztywnościowe dotyczące zespolenia płyt z podciągami (byłoby to uwzględnianiem skutków „przesuwania się” od zakresu C do A (według rysunku 7 b).

3. Metodykę tę – lub podobną do niej, uwzględniającą wpływ podatności połączenia – można polecać w przypadku projektowania konstrukcji na tak zwane częściowe zespolenie (termin ten w przekonaniu autora nie jest trafny, a i sama koncepcja projektowania wydaje się być bardzo szczególnym przypadkiem).

## Literatura i dokumenty

- [1] Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Konstrukcje z elementów prefabrykowanych. ENV 1992-1-3: 1994 (p.4.5.3)
- [2] PN-B-03264 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone (1999)
- [3] Cholewicki A.: Pasmowy model w obliczeniach zginanych ustrojów żelbetowych. *Prace Instytutu Techniki Budowlanej – Kwartalnik*, 2-3 (98-99), 1996
- [4] Rosman R.: Obliczanie ścian usztywniających osłabionych otworami. Arkady, Warszawa 1971
- [5] Cholewicki A.: Konstrukcje zespolone z prefabrykatów. *Prace Naukowe ITB, seria Monografie (w opracowaniu)*
- [6] Cholewicki A.: linterakcja w konstrukcjach zespolonych z betonu, w: XLV Konferencja Naukowa KIL i WPAN i KN PZITB, Krynica 1999, t. 2, s. 15–22

### INTERACTION IN THE CONCRETE COMPOSITE STRUCTURES

#### Summary

Shear displacement at the interfaces in the composite concrete structures may determine the total shear force  $V_{\max}$  (sum of shear flow forces along the portion  $x = 0$  to  $x = 0,5L$ ). On the other hand the design method recommended by the Eurocode 2 and Polish Standard PN-B-03264 neglect the effects of the shear displacement at the interfaces. Author basing on the theory of two-beams model discusses the consequences of those two different approaches.

*Praca wpłynęła do Redakcji 17 I 2000*