

Jan Pawlikowski*

ANALIZA PROBABILISTYCZNA NORMOWYCH ZAPASÓW BEZPIECZEŃSTWA PRZYJMOWANYCH Z UWAGI NA OBCIĄŻENIA STAŁE I ZMIENNE

W pracy przedstawiono wyniki analizy probabilistycznej zapasów bezpieczeństwa przypisanego obciążeniom według postanowień Eurokodu 1 i według polskiej wersji eurokodów obciążeń. Miary tych zapasów wyrażono za pomocą prawdopodobieństwa przekroczenia obliczeniowych wartości sił wewnętrznych $p(S \geq S_d)$ lub przypisanych tym prawdopodobieństwom zmodyfikowanych wartości wskaźników bezpieczeństwa β_S obliczonych z uwzględnieniem współczynnika skośności rozkładu siły wewnętrznej S . Przedstawiono propozycje dotyczące uściślenia obliczeń sił wewnętrznych przy założeniu stałego poziomu $p(S \geq S_d)$.

1. Sformułowanie problemu

Normowe metody obliczeń sił wewnętrznych według częściowych współczynników bezpieczeństwa nie zapewniają stałego zapasu bezpieczeństwa wyrażonego jako prawdopodobieństwo

$$p_S = p(S \geq S_d),$$

gdzie S i S_d są odpowiednio wartościami losowymi i obliczeniowymi siły wewnętrznej wywołanej działaniem obciążeń. Wynika to z przyjętego w normach założenia, że częściowe współczynniki obciążeń γ_F i współczynniki kombinacji obciążeń ψ_0 są wartościami stałymi, niezależnymi od parametrów rozkładu zmiennych losowych obciążeń i niedokładności modelu obliczeniowego. Bardziej dokładne rozwiązanie można uzyskać poprzez zastosowanie metod probabilistycznych odwzorowujących efekty obciążeń jako zmienne losowe. Przyjmowane w tych rozwiązaniach założenia i metody analizy są opisane między innymi w pracach [1], [2], [3], [4], [5], [6].

Celem artykułu jest uściślenie obliczeń sił wewnętrznych S_d przy następujących założeniach:

– obliczeniowe wartości sił wewnętrznych S_d mogą być obliczane w sposób niezależny od obliczeniowych nośności dla stałych prawdopodobieństw przekroczenia tych sił

* dr hab. inż. – prof. ITB i PW

$p(S \geq S_d)$ [1], [2], [6], [7], [8], ustalonych na podstawie analizy postanowień normowych według Eurokodu 1 [9], [10] i według polskiej wersji tego Eurokodu, której postanowienia dotyczące zapasu bezpieczeństwa są praktycznie niezmiennie w stosunku do postanowień norm polskich PN-8/B-02001 oraz PN-80/B-02009 [11],

- obciążenia zmienne (użytkowe i meteorologiczne) są modelowane jako stacjonarne i ergodyczne procesy losowe opisane za pomocą rozkładów ekstremalnych I typu [1], [12], które mogą być aproksymowane za pomocą trójparametrowego rozkładu Pearsona III typu [13],

- transformacja obciążeń w siły wewnętrzne jest określona według zasad liniowej mechaniki budowli, z pominięciem efektów drugiego rzędu, zgodnie z zależnością:

$$S = I_S (c_G G + c_Q Q + c_W W + \dots) \quad (1)$$

gdzie poszczególne zmienne losowe oznaczają:

- I_S – niedokładność modelu obliczeniowego,
- c (z odpowiednimi indeksami) – współczynniki wpływu do transformacji obciążeń G, Q, W, \dots , w siły wewnętrzne S ,
- G, Q, W – obciążenia od ciężaru własnego, obciążenia użytkowe i obciążenia wiatrem itd.

Koncepcja obliczania sił wewnętrznych przy założeniu stałego prawdopodobieństwa $p(S \geq S_d)$ jest znana zarówno z publikacji [2], [3], [14], jak i z zaleceń normalizacyjnych ISO [8] i CEN [9]. Jedną z jej istotnych zalet jest możliwość uwzględnienia wpływu kombinacji obciążeń bez potrzeby posługiwania się na ogół przybliżonymi wartościami współczynników kombinacji ψ_0 .

Wartość prawdopodobieństwa $p_S = p(S \geq S_d)$ wyraża część łącznego zapasu bezpieczeństwa związanego z siłami wewnętrznymi. Jeśli pozostałą część tego zapasu wyrazić przez prawdopodobieństwo nieprzekroczenia obliczeniowej siły wewnętrznej $p_R = p(R \leq R_d)$, wówczas zgodnie z teorią prawdopodobieństwa w przypadku pełnej niezależności lub niewielkiej korelacji zmiennych losowych R i S , zachodzi zależność

$$p_f = p(R \leq R_d) p(S \geq S_d)$$

gdzie p_f jest prawdopodobieństwem zniszczenia konstrukcji.

Z warunku optymalizacji $p(R \leq R_d, S \geq S_d) = \min$. otrzymuje się $p(R \leq R_d) = p(S \geq S_d)$ [6]. Zależność ta nie jest jednak akceptowana w normach. Według postanowień Eurokodu 1 wartości obliczeniowe sił wewnętrznych powinny odpowiadać wartości wskaźnika bezpieczeństwa nie mniejszego niż $\beta_S = -0,7 \beta$, który przy $\beta = 4,7$ (w odniesieniu do jednego roku) można interpretować jako prawdopodobieństwo przekroczenia obliczeniowej siły wewnętrznej $p_S = 5 \cdot 10^{-4}$. W odniesieniu do nośności w Eurokodzie 1 i ISO 2394 zaleca się przyjmować wskaźnik $\beta_R = 0,8 \beta$, któremu odpowiada wartość $p_R \approx 10^{-4}$. Zasada ta wymaga jednak weryfikacji na podstawie analizy postanowień normowych przy wykorzystaniu metod probabilistycznych, z uwzględnieniem specyfiki rozkładów obciążeń zmiennych jako rozkładów typu ekstremalnego.

W przedstawionych obliczeniach numerycznych rozważono wpływ obciążeń stałych i dwóch obciążeń zmiennych (użytkowych i od wiatru), zatem obciążeń najczęściej

uwzględnianych w projektowaniu. Rozważania ograniczono do przypadku jednowymiarowego efektu obciążenia w postaci siły normalnej, momentu, siły poprzecznej itd., bez uwzględnienia zachodzących między nimi zależności korelacyjnych [15]. W analizie uwzględniono postanowienia Eurokodu 1 [9], [10] i polskich norm obciążeń, pozwalające na oszacowanie górnych i dolnych wartości prawdopodobieństw $p_S = p(S \geq S_d)$, przypisanych przyjętym w tych normach odpowiednio większym i mniejszym wartościom częściowych współczynników bezpieczeństwa obciążeń.

2. Model do obliczeń $p(S \geq S_d)$

Do obliczenia prawdopodobieństwa $p(S \geq S_d)$ konieczna jest znajomość typu i parametrów rozkładu zmiennej losowej siły wewnętrznej (rys. 1). Przy założeniu, że zmienne losowe występujące w równaniu (1) są opisane za pomocą rozkładów normalnych (I_S , c , G) i ekstremalnych I typu (Q , W) aproksymowanych rozkładem Pearsona III typu [6], wzory na pierwsze trzy parametry rozkładu S przyjmują postać:

$$S_m = H_G (1 + K_Q + K_W)$$

$$V_S = V_{HG} \frac{\left[1 + \left(\frac{K_Q V_{HQ}}{V_{HG}} \right)^2 + \left(\frac{K_W V_{HW}}{V_{HG}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{(1 + K_Q + K_W)} \quad (2)$$

$$a_S = 1,139 \frac{\left(\frac{K_Q V_{HQ}}{V_{HG}} \right)^3 + \left(\frac{K_W V_{HW}}{V_{HG}} \right)^3}{1 + \left(\frac{K_Q V_{HQ}}{V_{HG}} \right)^2 + \left[\left(\frac{K_W V_{HW}}{V_{HG}} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$H_G = I_{Sm} c_G G_m, \quad H_Q = I_{Sm} c_Q Q_m, \quad H_W = I_{Sm} c_W W_m$$

$$V_{HG} = (V_{12} + V_{cG2} + V_{G2})^{\frac{1}{2}}, \quad V_{HQ} = (V_{12} + V_{cQ2} + V_{Q2})^{\frac{1}{2}}, \quad V_{HW} = (V_{12} + V_{cW2} + V_{W2})^{\frac{1}{2}}$$

$$K_Q = \frac{c_Q Q_m}{c_G G_m}, \quad K_W = \frac{c_W W_m}{c_G G_m}$$

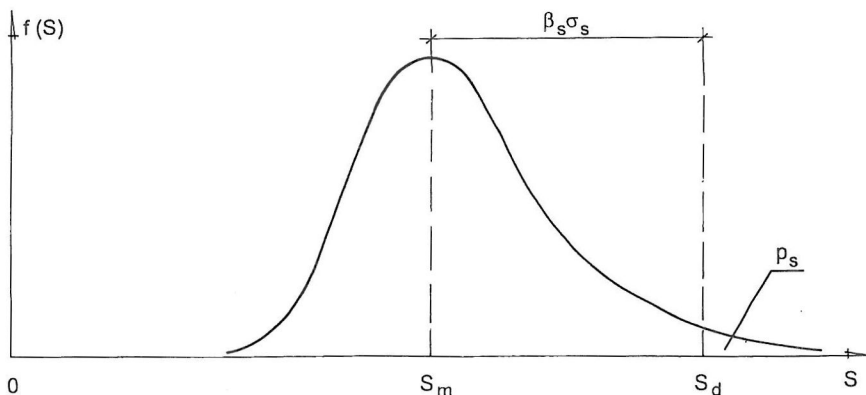
G_m, V_G – odpowiednio: wartość średnia i współczynnik zmienności obciążenia stałego,

Q_m, V_Q, a_Q – odpowiednio: wartość średnia, współczynnik zmienności i współczynnik skośności obciążenia użytkowego,

- W_m, V_W, a_W – odpowiednio: wartość średnia, współczynnik zmienności i współczynnik skośności obciążenia od wiatru,
 I_{sm}, V_I – wartość średnia i współczynnik zmienności niedokładności modelu obliczeniowego; w obliczeniach sił wewnętrznych przyjmuje się zwykle $I_{sm} = 1,0$ [5], [13],
 1,139 – współczynnik skośności rozkładu obciążeń użytkowych i od wiatru ($a_Q = a_W = 1,139$),
 V_{cG}, V_{cQ}, V_{cW} – współczynniki interpretowane jako współczynniki zmienności sztywności elementów konstrukcyjnych ($E_c J$) według zależności

$$V_c = \left(V_{E_c}^2 + V_J^2 \right)^{1/2} \text{ [5], [7], [13].}$$

Wartości współczynników K_Q i K_W mają swoją interpretację fizyczną. Wyrażają one wpływ obciążeń zmiennych użytkowych (Q) i od wiatru (W) na wielkość sił wewnętrznych w stosunku do siły wewnętrznej spowodowanej obciążeniem stałym (G). W ten sposób współczynniki te określają, które z obciążeń działających na konstrukcję jest obciążeniem dominującym. W przypadku konstrukcji o dużym ciężarze własnym wartości K_Q i K_W są niewielkie (w stosunku do jedności) a w przypadku konstrukcji lekkich odpowiednio większe. W budownictwie mieszkaniowym wartości tych współczynników można szacować w granicach $K_Q = 0,25 \div 0,50$ i $K_W = 0,10 \div 0,30$.



Rys. 1. Rozkład gęstości prawdopodobieństwa $f(S)$ zmiennej losowej S

Wartości prawdopodobieństw p_s (rys. 1) zależą nie tylko od odchylenia standardowego σ_s , ale także od współczynnika skośności a_s . Wartość wskaźnika niezawodności $\beta_s^* = \frac{S_d - S_m}{\sigma_s}$ przyjmowana z uwagi na obciążenia według metody FORM [4], [8] na poziomie $0,7 \beta = 0,7 \cdot 4,7 = 3,29$ [8], [9], odniesiona do rozkładu normalnego lub ekwiwalentnego rozkładu normalnego $f(S)$, nie może być przyjmowana jako porównywalna miara zapasu bezpieczeństwa według relacji $p_s = F(\beta_s^*)$ [4], [5] w przypadkach

kiedy współczynnik skośności a_S jest różny od zera. Dla stałych wartości p_S przy dodatnich współczynnikach skośności a_S zachodzi zależność

$$\beta_S = \beta_S(a_S) > \beta_S(a_S = 0) \quad (3)$$

Wzór (3) na $\beta_S(a_S)$ według konwencji przyjętej w Eurokodzie 1 i w normach polskich może być wyprowadzony na podstawie rysunku 1 z równania

$$S_d = H_G (1 + K_Q + K_W) (1 + \beta_S V_S) \quad (4)$$

w którym za wartość S_d można przyjąć wartość obliczeniową siły wewnętrznej według metody częściowych współczynników bezpieczeństwa z zależności:

$$S_d = \max \left[c_G G_m (\gamma_G + \psi_{0Q} \gamma_Q \eta_Q K_Q + \eta_W \gamma_W K_W); \right. \\ \left. c_G G_m (\gamma_G + \gamma_Q \eta_Q K_Q + \psi_{0W} \gamma_W \eta_W K_W) \right] \quad (5)$$

gdzie wartości współczynników η_Q i η_W wyrażają stosunki obciążeń charakterystycznych i średnich

$$\eta_Q = \frac{Q_k}{Q_m}, \quad \eta_W = \frac{W_k}{W_m} = 1 + 2,6 V_W,$$

wartości γ z odpowiednimi indeksami są częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa z uwagi na obciążenia

$$\gamma_G = \frac{G_k}{G_d}, \quad \gamma_Q = \frac{Q_k}{Q_d}, \quad \gamma_W = \frac{W_k}{W_d},$$

a wartości ψ_{0Q} i ψ_{0W} są współczynnikami kombinacji obciążeń według Eurokodu 1. Wartości średnich obciążeń stałych G_m w tym wzorze są równe wartościom charakterystycznym G_k

Wyrażenie $1 + 2,6 V_W$ we wzorze na η_W jest mnożnikiem do obliczania obciążenia charakterystycznego $W_k = (1 + 2,6 V_W) W_m$, wyprowadzonym przy założeniu okresu powrotu 50 lat, zatem prawdopodobieństwa przekroczenia obciążenia charakterystycznego według rozkładu ekstremalnego I typu równego 0,02 [9].

Po przekształceniach i uproszczeniach uzyskuje się:

$$\beta_S = \max \left[\frac{(\gamma_G - 1) + (\gamma_Q \psi_{0Q} \eta_Q - 1) K_Q + (\eta_W \gamma_W - 1) K_W}{(1 + K_Q + K_W) V_S}; \right. \\ \left. \frac{(\gamma_G - 1) + (\gamma_Q \eta_Q - 1) K_Q + (\eta_W \psi_{0W} \gamma_W - 1) K_W}{(1 + K_Q + K_W) V_S} \right] \quad (6)$$

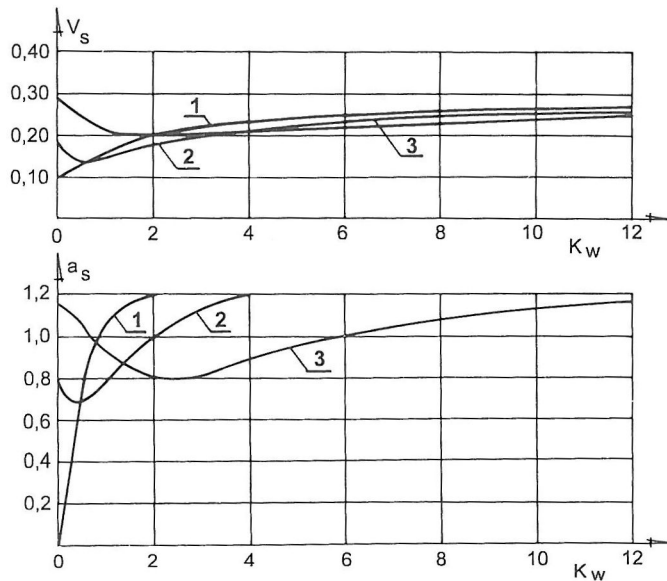
Wzór (6) pozwala na obliczenie wartości β_S przypisanego zapasowi bezpieczeństwa z uwagi obciążenia, przyjętemu w normach projektowania.

3. Wyniki obliczeń numerycznych

Obliczenia numeryczne przeprowadzono przy założeniu danych według tabelicy 1. Uzyskane parametry rozkładu $f(S)$, obliczone zgodnie ze wzorami (2), przedstawiono w tabelicy 2.

Tabelica 1. Dane do obliczeń numerycznych

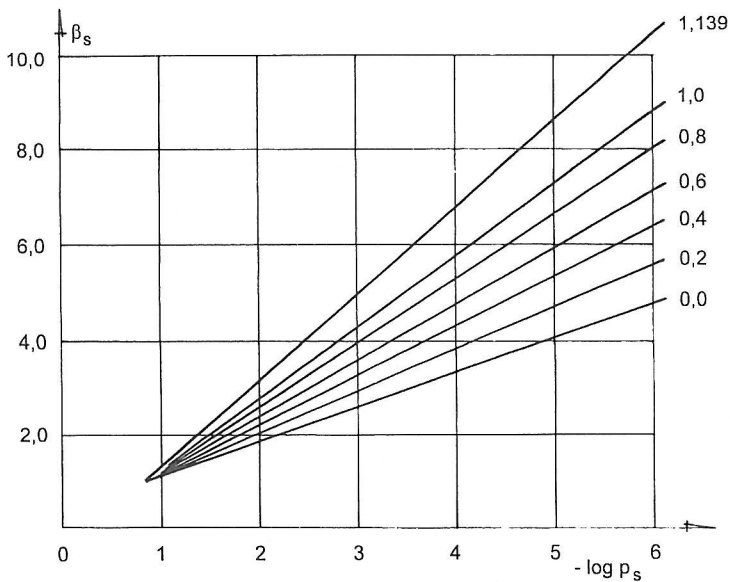
Oznaczenie	Wartości numeryczne	Uwagi
G_m, V_G	$G_m; 0,05$	wg [12]
Q_m, V_Q, a_Q	$1,0 \text{ kN/m}^2; 0,40; 1,139$	wg [12]
W_m, V_W, a_W	$W_m; 0,30; 1,139$	wg [16]
η_Q, η_W	$2,0/1,0 = 2,0; 1 + 2,6 \sqrt{0,30} = 1,78$	wg [10]
ψ_{0Q}, ψ_{0W}	$0,7; 0,6$	wg Eurokodu 1 [9]
K_Q, K_W	$0 \div 4; 0 \div 10$	
$\gamma_G, \gamma_Q, \gamma_W$	$1,35; 1,5; 1,5$	wg [9]
I_S, V_I	$1,0; 0,045$	wg [17]
V_{cG}, V_{cQ}, V_{cW}	$0,075$	wg [7]



Rys. 2. Wykresy $V_S(K_Q, K_W = \text{const.})$ i $a_S(K_Q, K_W = \text{const.})$
 1 - $K_Q = 0,2$; 2 - $K_Q = 0,5$; 3 - $K_Q = 2$

Tablica 2. Wartości parametrów rozkładu S_m , σ_S , a_S

K_w	K_Q							
	S_m/H_G V_S, a_S	0	0,25	0,50	1,0	2,0	4,0	100
0	S_m/H_G V_S a_S	1,0 0,100 0	1,25 0,114 0,402	1,5 0,151 0,822	2,0 0,208 1,043	3,0 0,273 1,114	5,0 0,325 1,133	101 0,401 1,139
0,25	S_m/H_G V_S a_S	0,25 0,10102 58	1,50 0,108 0,403	1,750,13 6 0,736	2,25 0,189 0,999	3,25 0,253 1,129	5,25 0,310 1,129	101,3 0,401 1,129
0,50	S_m/H_G V_S a_S	1,5 0,126 0,673	1,75 0,136 0,736	2,0 0,137 0,667	2,5 0,178 0	3,5 0,238 1,064	5,5 0,297 1,119	101,5 0,400 1,139
1,0	S_m/H_G V_S a_S	2,0 0,162 0,980	2,25 0,151 0,882	2,5 0,153 0,776	3,0 0,173 0,782	4,0 0,218 0,963	6,0 0,276 1,082	102 0,398 1,139
2,0	E_m/H_G V_S a_S	3,0 0,208 1,095	3,25 0,195 1,057	3,5 0,187 0,975	4,0 0,186 0,830	5,0 0,205 0,815	7,1 0,249 0,977	103 0,394 1,139
4,0	E_m/H_G V_S a_S	5,0 0,247 1,128	5,25 0,236 1,116	5,5 0,228 1,088	6,0 0,217 1,001	7,0 0,212 0,846	9,0 0,228 0,824	105 0,391 1,137
10,0	E_m/H_G V_S a_S	11,0 0,280 1,136	11,25 0,274 1,122	11,50 0,268 1,120	12,0 0,259 1,110	13,0 0,245 1,046	15,0 0,232 0,824	111 0,367 1,137



Rys. 3. Zależność β_S ($-\log p_S, a_S = \text{const.}$)

Szereg przykładowych wykresów $V_S (K_Q, K_W = \text{const.})$ i $a_S (K_Q, K_W = \text{const.})$ podanych na rysunku 2 wskazuje, że dla spotykanego w praktyce przedziału stosunków obciążeń zróżnicowanie współczynników zmienności V_S i skośności a_S jest bardzo znaczne, odpowiednio od 0 do 0,4 i od 0 do 1,139. Rozkłady sił wewnętrznych $f(S)$ są rozkładami normalnymi lub bliskimi rozkładowi normalnemu w przypadku dominującego obciążenia stałego i rozkładami Pearsona III typu w przypadku dominującego obciążenia zmiennego.

Wartości prawdopodobieństw p_S można obliczyć przy założeniu parametrów rozkładu S według tablicy 2 za pomocą wykresów podanych na rysunku 3 (lub poprzez całkowanie funkcji gęstości $f(S)$). Krzywe graniczne odpowiadają rozkładowi normalnemu ($a_S = 0$) i rozkładowi ekstremalnemu I stopnia ($a_S = 1,139$). Pozostałe krzywe zostały podane według [6] dla rozkładu Pearsona III typu.

4. Interpretacja wyników obliczeń

Zróżnicowanie wartości p_S obliczonych według założeń przyjętych w Eurokodzie 1, podanych na rysunku 4, znajduje się w szerokim przedziale od $2 \cdot 10^{-4}$ ($2 \cdot 10^{-4}$ dla dominującego obciążenia stałego, $5 \cdot 10^{-4}$ dla dominującego obciążenia wiatrem, 10^{-3} dla dominującego obciążenia użytkowego) do 10^{-7} w przypadkach uwzględnienia efektu kombinacji obciążeń. Jako poziom wyrównania można przyjąć $p_S = 5 \cdot 10^{-4}$, a więc poziom zalecany według Eurokodu 1. Wartości β_S odpowiadające temu prawdopodobieństwu można wyznaczyć za pomocą wykresu zamieszczonego na rysunku 4 w funkcji współczynnika skośności a_S . Stałe prawdopodobieństwo przekroczenia siły wewnętrznej jest zapewnione, jeśli $\beta_S(a_S)$ jest wyrażone według krzywej dla $p_S = p_{S,EN} = 5 \cdot 10^{-4}$, którą można aproksymować prostą o postaci

$$\beta_S = 3,5 (1 + 0,5 a_S) \quad (7)$$

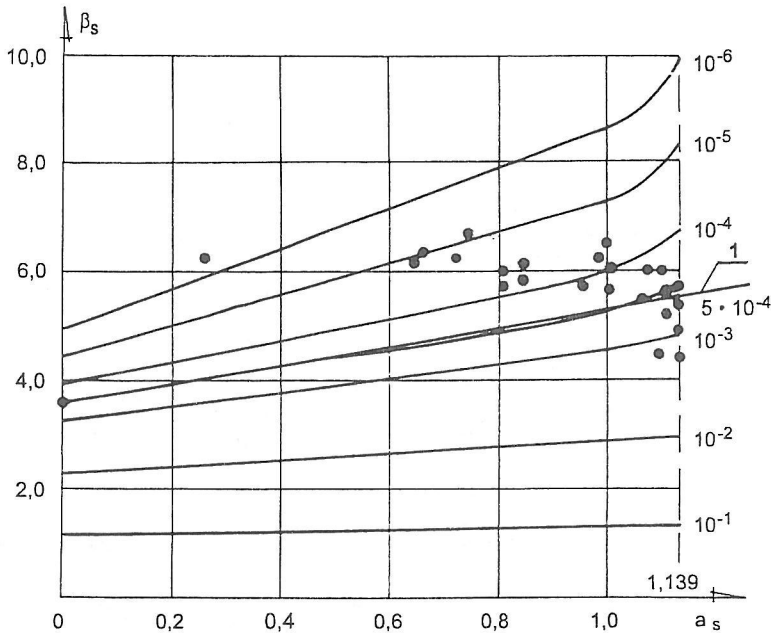
Zmienność współczynników a_S od 0 do 1,139 powoduje znaczne ilościowe zróżnicowanie wartości $S_d = S_d^*$ według wzoru (4) po podstawieniu wskaźnika β_S według wzoru (7) w stosunku do wartości S_d^* obliczonych przy założeniu rozkładu normalnego (tj. przy $a_S = 0$). Ma to istotne znaczenie w przypadku analizy sił wewnętrznych w konstrukcjach lekkich, poddanych dominującemu obciążeniu zmiennemu, których normowe zapasy bezpieczeństwa ustalane bez uwzględnienia wpływu współczynnika skośności a_S są znacznie mniejsze niż w przypadku konstrukcji cięższych [18], [19].

Wartości prawdopodobieństw p_S obliczone przy β_S według wzoru (7) są bardzo bliskie wartości docelowej $p_S = 5 \cdot 10^{-4}$. Odchylenia nie są duże ($p_E = 2 \cdot 10^{-4} - 6,3 \cdot 10^{-4}$) i z reguły po stronie bezpiecznej. Odpowiadają one wartościom częściowych współczynników obciążeń stałych $\gamma_Q = 1,35$ i zmiennych $\gamma_Q = \gamma_W = 1,5$ [9].

Podobna analiza została przeprowadzona przy założeniach przyjętych w polskiej wersji Eurokodu 1 [11], tj. przy mniejszych wartościach częściowych współczynników ($\gamma_G = 1,15$, $\gamma_Q = \gamma_W = 1,4$) i przy charakterystycznych wartościach obciążeń użytkowych ($Q_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$, $\eta_Q = 1,5$) i przy tych samych współczynnikach kombinacji obciążeń ($\psi_{0Q} = 0,7$ dla obciążenia użytkowego i $\psi_{0W} = 0,6$ dla obciążenia wiatrem). Wyniki

obliczeń wykazały, że jako poziom wyrównania można przyjąć $p_S = p_{S,PN} = 2 \cdot 10^{-3}$, odpowiadający wartości

$$\beta_S = 2,78 (1 + 0,30 a_S) \tag{8}$$



Rys. 4. Zależność $\beta_S(a_S)$ przy $p_S = const.$; 1 – $\beta_S(a_S)$ według wzoru (7)

Porównanie obliczeniowych sił wewnętrznych S_{dEC} według Eurokodu 1 oraz $S_d = S_d^*$ według wzoru (4), przy β_S według wzoru (7), podano w tabelicy 3. Stosunki $\eta = S_{dEC}/S_d^*$ wynoszą od 1 do 1,15. Największe wartości odpowiadają głównie przypadkom, kiedy K_Q i $K_W > 0$, co oznacza, że wpływ wartości kombinacji obciążeń według Eurokodu 1 jest oszacowany po stronie bezpiecznej.

Przy założeniu, że prawdopodobieństwo zniszczenia konstrukcji $p_f = 10^{-6}$ ($\beta = 4,7$) zgodnie z regułą optymalizacyjną $p_S = p_R = \sqrt{p_f} = 10^{-3}$ wzór na β_S przybierze postać

$$\beta_S = 3,09 (1 + 0,38 a_S) \tag{9}$$

W nowej wersji Eurokodu 1 [10], o statusie normy europejskiej (EN) a nie próbnej (ENV), dopuszczono charakterystyczne obciążenie użytkowe w budownictwie mieszkaniowym $1,5 \text{ kN/m}^2$ (zatem mniejsze niż według wersji ENV [10]). W takiej sytuacji można rozważyć przyjęcie jako poziomu wyrównania p_S wartości większej niż $5 \cdot 10^{-4}$, na przykład rzędu 10^{-3} , i obliczać siły wewnętrzne przy wykorzystaniu wzoru (9).

Tablica 3. Porównanie obliczeniowych sił wewnętrznych S_{dEC} obliczonych według Eurokodu 1 oraz S_d^* – przy założeniu $p_S = 5 \cdot 10^{-4}$; S_{dEC} według wzoru (5), S_d^* według wzoru (4)

K_W	S_{dEC}/H_G ¹⁾ S_d^*/H_G $\eta = S_{dEC}/S_d^*$	K_Q					
		0	0,25	0,50	1,0	2,0	4,1
0	S_{dEC}/H_G	1,350	2,100	2,850	4,350	7,350	13,35
	S_d^*/H_G	1,350	1,848	2,620	4,213	7,463	13,91
	η	1,000	1,136	1,088	1,033	0,985	0,960
0,25	S_{dEC}/H_G	2,018	2,542	3,250	4,775 44	7,750	13,77
	S_d^*/H_G	1,752	2,180	2,890	82	7,748	14,15
	η	1,153	1,166	1,125	1,065	1,000	0,973
0,50	S_{dEC}/H_G	2,685	3,210	3,735	5,151	8,151	14,15
	S_d^*/H_G	2,384	2,890	3,279	4,765	7,965	14,42
	η	1,128	1,100	1,139	1,081	1,023	0,981
1,0	S_{dEC}/H_G	4,020	4,545	5,170	6,120	8,952	14,95
	S_d^*/H_G	3,688	3,964	4,602	5,527	8,516	14,93
	η	1,090	1,146	1,123	1,107	1,051	1,001
2,0	S_{dEC}/H_G	6,690	7,215	7,740	8,790	10,89	16,55
	S_d^*/H_G	6,382	6,640	6,910	7,683	10,05	16,13
	η	1,048	1,086	1,119	1,131	1,083	1,026
4,0	S_{dEC}/H_G	12,03	12,55	13,08	14,13	16,23	20,43
	S_d^*/H_G	11,76	12,00	12,27	12,84	14,39	19,14
	η	1,022	1,046	1,066	1,101	1,127	1,067
10,0	S_{dEC}/H_G	28,05	28,58	29,10	30,15	32,25	36,45
	S_d^*/H_G	27,91	28,08	28,30	28,85	29,98	32,19
	η	1,005	1,017	1,028	1,045	1,076	1,132

¹⁾ $H_G = I_{Sm} c_G G_m$

Wzory (7) lub (8) mogą być stosowane do obliczeń sił wewnętrznych S_d^* według wzoru (4) bez konieczności uwzględniania współczynników kombinacji obciążeń ψ_{0Q} i ψ_{0W} . W przypadku obliczeń przy założeniu stałego prawdopodobieństwa p_S według Eurokodu 1 można przyjąć mniejsze wartości ψ_{0Q} and ψ_{0W} . Mogą być one wykalibrowane zgodnie z regułą Turkstra [20] przy założeniu, że nie dominujące wartości obciążeń obliczone z zależności $\psi_{0Q} \gamma_Q Q_k$ lub $\psi_{0W} \gamma_W W_k$ przyjmują wartości średnie Q_m i W_m , podobnie jak wykazano w pracy [20]. Nowe wartości ψ_0 są wtedy niższe niż odpowiadające wskaźnikowi bezpieczeństwa $\beta_S = 0,4 \cdot 0,7 \beta = 0,28 \beta$ zalecanego w Eurokodzie 1.

Tablica 4. Porównanie obliczeniowych sił wewnętrznych S_{dEC}^* obliczonych przy założeniu $\psi_{0Q} = 0,333$ i $\psi_{0W} = 0,37$ oraz S_d^* przy założeniu $p_s = 5 \cdot 10^{-4}$

K_W	S_{dEC}^*/H_G S_d^*/H_G $\eta = S_{dEC}^*/S_d^*$	K_Q					
		0	0,25	0,50	1,0	2,0	4,0
0	S_{dEC}^*/H_G S_d^*/H_G η	1,350 1,350 1,000	2,100 1,848 1,136	2,850 2,620 1,088	4,350 4,210 1,033	7,350 7,460 0,985	13,35 13,90 1,041
0,25	S_{dEC}^*/H_G S_d^*/H_G η	2,018 1,750 1,153	2,350 2,180 1,078	3,100 2,890 1,072	4,600 4,482 1,027	7,750 1,748 0,981	13,60 14,15 0,961
0,50	S_{dEC}^*/H_G S_d^*/H_G η	2,685 2,380 1,128	2,935 28 90 1,015	3,350 3,279 1,021	4,850 4,765 1,018	7,850 7,965 0,986	13,85 14,42 0,960
1,0	S_{dEC}^*/H_G S_d^*/H_G η	4,020 3,690 1,089	4,270 3,964 1,078	4,520 4,602 0,983	5,350 5,527 0,967	8,350 8,516 0,980	14,35 14,93 0,961
2,0	S_{dEC}^*/H_G S_d^*/H_G η	6,690 6,380 1,048	6,940 6,640 1,045	7,190 6,910 1,040	7,690 7,683 1,001	9,350 10,05 0,930	15,35 16,13 0,952
4,0	S_{dEC}^*/H_G S_d^*/H_G η	12,03 11,76 1,023	12,28 12,00 1,023	12,531 2 27 1,021	13,03 12,83 1,015	14,03 14,39 0,975	17,35 19,14 0,906
10,0	S_{dEC}^*/H_G S_d^*/H_G η	28,05 27,91 1,005	28,30 28,08 1,008	28,55 28,30 1,008	29,05 28,85 1,007	30,05 29,98 1,002	32,05 32,19 0,996

Jeśli wówczas jeden składnik obciążenia przyjmie wartość obliczeniową (ekstremalną $\gamma_Q Q_k$ i $\gamma_W W_k$), a drugi średnią (Q_m i W_m), otrzymuje się $\psi_{0Q} = \frac{Q_m}{\gamma_Q Q_k}$ i $\psi_{0W} = \frac{W_m}{\gamma_W W_k}$, skąd

$$\psi_{0Q} = \frac{1}{\eta_Q \gamma_Q} \quad (10)$$

oraz

$$\psi_{0W} = \frac{1}{(1 + 2,60 V_W) \gamma_W} \quad (11)$$

Zgodnie z danymi zamieszczonymi w tabelicy 3 ostatecznie otrzymuje się:

$$\psi_{0Q} = \frac{1}{2,0 \cdot 1,5} = 0,333$$

$$\psi_{0W} = \frac{1}{1,78 \cdot 1,5} = 0,37$$

Wyniki obliczeń wartości S_{dEC}^* według wzoru (5), przy wartościach współczynników kombinacji obciążeń jak wyżej, oraz wartości S_d^* według wzoru (4) przy $p_S = 5 \cdot 10^{-4}$ podano w tabelicy 4. Zbieżność wyników jest bardzo dobra ($\eta \cong 1,0$; $V_\eta = 0,04$).

5. Wnioski

Przedstawione wyniki analizy probabilistycznej wskazują, że przy bardziej dokładnym określaniu wartości obliczeniowych sił wewnętrznych S_d należy uwzględnić co najmniej trzy parametry ich rozkładu. Przyjęty typ rozkładu tych sił $f(S)$ jako rozkład Pearsona III typu pozwala na wyprowadzenie stosunkowo prostych wzorów (2), (4) i (7+9) na parametry rozkładu zmiennej losowej S oraz na bezpośrednie wyznaczanie obliczeniowych sił wewnętrznych przy stałym prawdopodobieństwie $p(S \geq S_d) = 5 \cdot 10^{-4}$ według założeń przyjętych w Eurokodzie 1 i $p(S \geq S_d) = 2 \cdot 10^{-4}$ według założeń przyjętych w polskiej wersji Eurokodu 1.

Wartości współczynników kombinacji obciążeń według Eurokodu 1 stanowią oszacowanie górne prowadzące do bezpiecznego wyznaczania obliczeniowych sił wewnętrznych. W przypadku uwzględnienia dwóch obciążeń zmiennych, przy stałym prawdopodobieństwie p_S wyrównania zapasu bezpieczeństwa z uwagi na obciążenia, uzyskuje się mniejsze współczynniki kombinacji ψ_0 niż według zaleceń Eurokodu 1. Przy założeniu $p(S \geq S_d) = 5 \cdot 10^{-4}$ dobrą zgodność wyników uzyskuje się wówczas, kiedy współczynniki te są obliczane zgodnie z regułą Turkstra, jeśli jeden składnik obciążenia przybiera wartość obliczeniową, a drugi średnią.

Przedstawione wyniki analizy mogą być wykorzystane do weryfikacji postanowień normowych dotyczących wyznaczania obliczeniowych sił wewnętrznych oraz w pracach studialnych z zakresu niezawodności konstrukcji. Jednym z istotnych praktycznych efektów proponowanego sposobu wyznaczania sił wewnętrznych jest możliwość zapewnienia wyrównanych zapasów bezpieczeństwa przyjmowanych z uwagi na obciążenia w przypadku konstrukcji poddanych dominującemu obciążeniu ciężarem własnym lub zmiennym bez potrzeby ustalania wartości współczynników jednoczesności obciążeń.

Literatura i dokumenty

- [1] Actions on Structures. General Principles, Report by CIB W81 Commission, First edition, Nov. 1994
- [2] Murzewski J: Niezawodność konstrukcji. Arkady, Warszawa 1988

- [3] Östlund L: An Application of a Probabilistic Method. *CEB Bulletin d'Information*, No 202, July 1991
- [4] Rackwitz R., Fiessler B: Structural Reliability under combined random load sequences. *Computers and structures*, Vol. 9, 1978
- [5] Rationalization of safety and serviceability factors in structural codes, CIRIA report 63, October 1976
- [6] Tichy M: Applied Methods of Structural Reliability. Kluwer Academic Publishers, 1993
- [7] Anderson K.: Stochastic load effects on the reliability of structures. Chalmers Tekniska Hogskola, Goteborg 1982
- [8] General Principles on Reliability of Structures, ISO 2394, 1998
- [9] Basis of Design and Actions on Structures, Eurocod 1, Part 1: Basis of Design, CEN/TC250 1994
- [10] Basis of Design and Actions on Structures, Eurocod 1, Part 1.1: Densities, Self-Weight and Imposed Loads on Building, CEN/TC250 1994
- [11] Pawlikowski J.: Współczynniki jednoczesności obciążenia proponowane do polskiej wersji Eurokodu 1. *Prace ITB – Kwartalnik*, 4 (104), 1997
- [12] Basic Notes on Actions, JCSS, *CEB Bulletin d'Information*, No 112, July 1996
- [13] Pawlikowski J.: Zastosowanie metod II stopnia w normach projektowania; w: Zastosowanie probabilistyki w nowoczesnych normach konstrukcji i obciążeń. PAN, KILiW, PWN Warszawa-Łódź 1987
- [14] Tichy M. Vorlicek M: Statistical Theory of Concrete Structures. Academia Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences, 1972
- [15] Feery-Borges J., Castanheta M.: Structural Safety. LNEC, Lisbon 1971
- [16] Żurański J.A: Analiza i korekta normowego obciążenia wiatrem. Prace ITB, Symbol NN4. ITB, Warszawa 1995
- [17] Guidelines for loading and safety regulations for structural design. NKB Report No 55E, June 1987
- [18] Pawlikowski J: Estimation of Probabilities of Failure of Light-Weight Roof Structures Subjected to Snow Load. International Conference on Lightweight Structures in Civil Engineering, Warsaw, 25-29 September 1955
- [19] Pawlikowski J.: Analysis of Standard Safety Margines i Case of One-Component Actions Effect, Design and Assessment of Building Structures. Czech Technical University, Prague 1996
- [20] Turkstra C.J., Madsen H.O: Load Combination in Codified Structural Design, JSD ASCE, Vol. 106, 1980
- [21] Nowak A: Loads Models for Highway Bridges, International Conference on Lightweight Structures in Civil Engineering, Warsaw, 25-29 September 1955
- [22] General Principles on the Specification for Safety Requirements for Structures, Beuth 1981

PROBABILISTIC ANALYSIS OF STANDARD SAFETY MARGINES ASSUMED IN RESPECT TO PERMANENT AND VARIABLE ACTIONS

Summary

This paper contains results of probabilistic analysis of safety margins prescribed to actions according to Eurocode 1 and polish version of this Eurocode. The measures of safety margins have been expressed as probabilities of exceeding of design action effects $p(S \geq S_d)$ or modified safety indices β_S , calculated with consideration of skewness coefficient of action effect distribution function. The proposals concerning the improvement of calculation of action effects assuming constant level of probability $p(S \geq S_d)$ has been presented.

Praca wpłynęła do Redakcji 28 X 1999