

Roman JANICZEK

Politechnika Częstochowska

Problemy związane z oszacowaniem dokładności w pomiarach pośrednich

Dr hab. inż. Roman JANICZEK – prof. nadzwyczajny Politechniki Częstochowskiej, absolwent Wydziału Elektrycznego Politechniki Częstochowskiej (1972). Pracę doktorską obronił na Wydziale Elektrycznym Politechniki Łódzkiej (1977) habilitacyjną na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej (1994). Specjalność naukowa – metrologia elektryczna. Autor i współautor ponad 50 publikacji. Kierownik Zakładu Techniki Pomiarowych i Podstaw Elektroniki Instytutu Elektroniki i Systemów Sterowania Wydziału Elektrycznego Politechniki Częstochowskiej. Obecnie pełni funkcję Prorektora ds. Nauczania Politechniki Częstochowskiej.



Streszczenie

Omówiono zagadnienia związane z oszacowaniem dokładności pomiarów pośrednich, w trakcie których należy przeprowadzić pomiary znacznej liczby wielkości mierzonej bezpośrednio.

Zwrócono szczególną uwagę na określenie końcowego wyniku tych pomiarów.

ABSTRACT

In the paper were presented the problems connected with the estimation of the indirect measuring accuracy, during which exist the measure of many amount of direct measuring quantities.

The main attention was given to final measure result in this measurements.

Wstęp

Zakres zagadnień związanych z pośrednimi pomiarami wielkości fizycznych jest bardzo szeroki, dlatego też zwykle jest on przedstawiany w odniesieniu do danego analizowanego zakresu tematycznego. W większości prac z tego zakresu przedstawiane są tylko wybrane zagadnienia. Powoduje to, że ich praktyczna przydatność jest zawsze ograniczona do pewnego zakresu tematycznego. Z tego też względu w artykule przedstawiono zagadnienia, które mogą odnosić się do wszystkich pomiarów pośrednich. Wspólnym elementem, występującym przy pomiarach pośrednich, jest błąd pomiaru, o którym traktują dalsze rozważania.

Pomiar pośredni

Dla przeprowadzenia pomiaru danej wielkości fizycznej należy wykorzystać pewne zjawisko fizyczne, które będzie stanowiło zasadę tego pomiaru. Dla przyjętej zasady pomiaru należy opracować metodę pomiaru, a dla fizycznej realizacji pomiaru należy zastosować narzędzia pomiarowe. Po przeprowadzeniu pomiarów wymagane jest wykonanie niezbędnych obliczeń dla wyznaczenia wielkości mierzonej i oceny błędu tego pomiaru. Istnieje wiele metod osiągnięcia tego celu.

W literaturze z zakresu metrologii terminologia „metoda pomiaru” jest związana często z zasadą pomiaru, czyli zjawiskiem fizycznym, zastosowanym do przeprowadzenia danego pomiaru (np.: metody elektryczne, mechaniczne, chemiczne itp.); nieraz wiąże się to z określonymi warunkami, w jakich dokonuje się pomiarów (np.: metoda warsztatowa, laboratoryjna, wzorcowa itp.) [6]. Często metody pomiaru dzieli się na tzw. bezpośrednie i pośrednie (podział ten można znaleźć np. w [3]).

Pomiary bezpośrednie to takie, w których wartość wielkości badanej otrzymuje się bezpośrednio, bez potrzeby wykonywania obliczeń uzupełniających, opartych na zależnościach funkcyjnych wielkości badanej od innych wielkości.

Natomiast pośrednimi są takie pomiary, w których wartość wielkości badanej otrzymuje się obliczając ją z wartości innych wielkości zmierzonych bezpośrednio, a pozostających z wielkością badaną w określonych związkach funkcyjnych. Przykładem

pomiarów pośrednich może być wyznaczanie rezystancji przez pomiar napięcia i natężenia prądu lub gęstości przez pomiar masy i objętości.

Przy podziale metod można też zgodnie z [9] przyjąć, że metoda pomiaru jest pośrednią wówczas, gdy dla uzyskania informacji pomiarowej o danej mierzonej wielkości należy w jej procesie przetwarzaniowo-pomiarowym, koniecznym do uzyskania informacji pomiarowej, uwzględniać inne wielkości niż mierzona wielkość fizyczna.

Zagadnienia związane z pomiarami pośrednimi wielkości fizycznych obejmują bardzo szeroki zakres. Problemy te można analizować w zależności od mierzonej wielkości fizycznych, stosowanych przetworników pomiarowych, układów pomiarowych itp.

Zarys historyczny oceny błędów pomiarów pośrednich w praktyce

Dla określenia błędów pomiaru stosowany jest już od wielu lat, praktycznie od opracowań Friedricha Carla Gaussa, złożony sposób oceny błędów. Było to spowodowane koniecznością uwzględnienia poprawek i oceny ich do praktycznych celów, związanych z pomiarami geodezyjnymi oraz astronomicznymi, albowiem F. Gauss to nie tylko matematyk, geodeta, ale też astronom.

Wprowadzone metody liczenia błędów czyli wprowadzenie tzw. rachunku wyrównawczego pozwoliło na właściwą dla tego okresu ocenę i możliwość korekcji uzyskiwanych wyników pomiaru przy stosowanych wówczas przyrządach pomiarowych, ograniczonych w stosunku do obecnych możliwości pod względem dokładności pomiaru.

Interesujące są też zalecenia dotyczące sposobu oceny pomiaru podawane dla celów technicznych na początku naszego wieku. Według [11] w rozdziale „Rachunek prawdopodobieństwa i teoria błędów” obejmujących 6 z 1213 stron podręcznika, przedstawiono tylko elementarne zagadnienia.

W powyższym opracowaniu szerzej przedstawiono tylko problematykę wykorzystania do oceny błędu tzw. błędu prawdopodobnego.

W spisie alfabetycznym brak jest haseł takich jak pomiary. Można zauważyć, że odnośnie jednostek miar tematyka ta jest przedstawiona w objętości niepełnej strony.

Ogólnie można podsumować, że zagadnienia określania błędów stanowiły marginalny zakres przedstawiony w podręczniku „Technik”.

W latach sześćdziesiątych w podręcznikach dla inżynierów zagadnienia związane z pomiarami obejmują szeroki zakres, na przykład „Poradnik inżyniera elektryka” [10] obejmuje rozdział „Elektryczne przyrządy i metody pomiarowe” o objętości 84 stron z 1190 stron.

Są to jednak głównie informacje opierające się na normach, przepisach, bez przedstawienia spraw związanych z określaniem błędów pomiarów złożonych obiektów.

W obecnie publikowanych opracowaniach zagadnienia pomiarów pośrednich przedstawiane są od strony teoretycznej i praktycznej w obszernych opracowaniach. Problematyka ta jest zwykle przedstawiana prawie we wszystkich opracowaniach dotyczących pomiarów.

Istnieje jednak problem praktycznego wykorzystania informacji zawartych w wielu zaleceniach. Ich znaczna liczność oraz różny poziom przygotowania teoretycznego i praktycznego osób, wykonujących pomiary powoduje pewne utrudnienia. Często zdarza się, że w tym samym opracowaniu znaleźć można różne zalecenia, określania błędów pomiaru, co nie ułatwia podjęcia właściwego sposobu ich przedstawienia. Można to wykazać, na przykładzie „Podręcznika metrologii” [9]

Jeżeli do określenia błędu przypadkowego w pomiarach pośrednich konieczne jest dysponowanie danymi o błędach pomiaru poszczególnych wielkości, to powstaje problem w jaki sposób oszacować błędy tych pomiarów, czy przyjmując ich maksymalne graniczne wartości, a może uwzględnić w obliczeniach uzyskane zalecane pełne wyniki pomiaru danej wielkości? Gdy założy się pełne wyniki pomiaru, to w jaki sposób je określić, czy wykorzystując znane metody oszacowania, ale wówczas występuje problem założenia poziomu ufności jaki przyjmując, a może zastosować metody uwzględniające teoriiinformacyjne charakterystyki błędów pomiaru przedstawione na dalszych stronach Podręcznika Metrologii?

Należy jeszcze wspomnieć o celowości zapoznania się z metodami oceny błędów opublikowanych w „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement” [1], omówionym na przykład w [4][5][12].

Jeżeli założy się do tego, że podstawowe wiadomości dotyczące określania błędów można uzyskać z wysokonakładowych pozycji książkowych na przykład [3][7][8], to można przyjmując, że istnieją pełne możliwości prawidłowej interpretacji błędów pomiaru.

Zwykle jednak występują trudności z powodu „nadmiaru” informacji, z drugiej strony częsty jest brak umiejętności prostego oszacowania błędów, co pozwalałoby uniknąć niewłaściwego ich określenia.

Obliczanie błędów pomiaru pośredniego

Obecne najbardziej rozpowszechnione podejście do oceny błędów pomiarów pośrednich jest następujące:

W pomiarach pośrednich głównymi błędami są błędy systematyczne, wynikające z właściwości przyrządów, przyjętych metod pomiarowych itp.

Przeprowadzając pomiary bezpośrednie wielkości wykorzystywanych do określania mierzonej wielkości pośredniej, należy o ile jest to możliwe, wprowadzić do otrzymanych wyników bezpośrednich pomiarów poprawkę pozwalającą uwzględnić błąd systematyczny, często jednak nie jest to takie proste, a w przypadku informacji tylko o błędach granicznych, na przykład z klasy narzędzi pomiarowych, nie jest znany znak błędu.

Błędy przypadkowe są zwykle pomijalne w stosunku do systematycznych. Szacowanie błędów przypadkowych nie jest wówczas wymagane.

Należy mieć też na uwadze, że w przypadku uznania za celowe uwzględnienie błędów przypadkowych pomiarów, mierzonych bezpośrednio wielkości, wykorzystywanych do określenia wielkości mierzonej pośrednio, często dla zmniejszenia błędów przypadkowych przeprowadza się serię pomiarów znacznej liczności. Należy wówczas rozważyć problem wystąpienia zmiany warunków pomiaru. Dlatego przy braku możliwości zapewnienia stałych warunków pomiaru przeprowadza się zwykle tylko po kilka pomiarów, rezygnując z szacowania błędów przypadkowych.

Błędy systematyczne w pomiarach pośrednich oblicza się jedną z dwóch znanych metod: metodą przyrostów lub metodą różniczki zupełnej.

Dla złożonych zależności funkcyjnych obliczanie błędu pomiaru pośredniego metodą przyrostów jest pracochłonne, dlatego celowe jest zastosowanie metody uproszczonej zwanej metodą różniczki zupełnej.

Należy mieć na uwadze, że określanie błędu z wykorzystaniem metody przyrostów lub na podstawie metody uproszczonej, szczególnie przy dużej liczbie wielkości mierzonych, może prowadzić do uzyskania wyników wymagających dodatkowej ich interpretacji.

Ograniczenia dokładności pomiaru zależne od liczby wielkości mierzonych

Jeżeli liczba wielkości pośrednich jest duża lub stosuje się większą ilość przetworników pomiarowych, to aby uzyskać wysoką

dokładność pomiaru, poszczególne elementy układu pomiarowego powinny mieć prawie „doskonałe” właściwości metrologiczne.

Jeżeli wielkość fizyczna jest określona na podstawie pomiarów innych wielkości fizycznych, to można założyć, że pomiar przebiega w n wymiarowej przestrzeni mierzonej wielkości. Jeżeli mierzone wielkości są niezależne od siebie, to otrzymuje się przestrzeń n wymiarową. Otrzymany wynik pomiaru tworzy w tej przestrzeni „objętość” V_p , czyli

$$V_p = f_n(X_p, Y_p, Z_p, \dots, N_p) \quad (1)$$

Natomiast rzeczywista „objętość” V_p wielkości mierzonej wynosi

$$V_r = f_n(X_r, Y_r, Z_r, \dots, N_r) \quad (2)$$

Jeżeli można przyjmując (stosując odpowiedni związek przeliczeniowy), że zależności x, y, z, \dots, n , określające „objętość” wielkości mierzonej, tworzą iloczyn, to błąd względny pomiaru wynosi

$$\partial_{p_v} = (1 + \partial_x)(1 + \partial_y)(1 + \partial_z) \dots (1 + \partial_n) - 1 \quad (3)$$

Jeżeli można założyć, że błędy względne pomiaru (określone są na przykład na podstawie błędów granicznych z klasy przyrządów pomiarowych) dla poszczególnych mierzonych wielkości są takie same, to

$$\partial_{p_v} = (1 + \partial_n)^n - 1 \quad (4)$$

Stąd w pierwszym przybliżeniu

$$\partial_{p_v} = 1 + n\partial_x + \dots - 1 = n\partial_n \quad (5)$$

to znaczy

$$\partial_{p_{v\%}} = n\partial_{n\%} \quad (6)$$

Jeżeli liczba przetworników pomiarowych jest duża lub są one niezbyt dokładne, to błąd pomiaru jest znaczny. Maksymalne wartości błędu pomiaru $\partial_{p_{v\%}}$ w zależności od n liczby mierzonych wielkości i błędu względnego mierzonych wielkości, przy założeniu, że wszystkie błędy względne są jednakowe, można określić korzystając z rys. 1.

Określany przy tych założeniach błąd pomiaru jest błędem maksymalnym. Dlatego przy większej liczbie mierzonych wielkości całkowity błąd pomiaru może być znaczny, nawet przy stosunkowo dokładnych pomiarach poszczególnych wielkości.

W rzeczywistości błąd całkowity pomiaru będzie mniejszy, ponieważ przy dużej liczbie wielkości mierzonych należy uwzględnić ich charakter losowy. Rzeczywisty błąd pomiaru będzie zależał od rozkładu prawdopodobieństwa błędu pomiaru poszczególnych wielkości n mierzonych metodami bezpośrednimi.

Dlatego też zwykle w takich przypadkach określa się tak zwany bezwzględny (lub względny) błąd średni kwadratowy pomiaru pośredniego.

Niemniej stosując takie przyjęte przybliżone założenia istnieje możliwość przeprowadzenia szybkiej oceny przydatności analizowanego układu pomiarowego pod względem dokładności pomiaru.

Ocena jakości pomiarów pośrednich

Przy opisywaniu wyników pomiarów w publikacjach podaje się przeważnie ich niepewność względną lub bezwzględną. Częsty

brak opisu metody pomiaru i sposobu wyznaczania niepewności pomiaru wraz z analizą jej elementów składowych uniemożliwia porównywanie wyników pomiarów tej samej wielkości fizycznej, uzyskanych przez różnych badaczy i może podważać zaufanie do prezentowanych rezultatów. Jest to spowodowane tym, że nie są przyjęte jednolite ustalenia, związane ze sposobem przedstawiania wyniku pomiaru.

Dla prawidłowego wyznaczania składowej systematycznej niepewności pomiarów pośrednich wymagane jest interpretowanie błędów narzędzi pomiarowych w sposób losowy. Dlatego też niezbędna jest znajomość właściwości probabilistycznych (charakterystyk i parametrów) narzędzi pomiarowych. Takich charakterystyk nie podaje się obecnie w dokumentacji przyrządów. Jedną z przyczyn takiego stanu jest to, że żadne przepisy nie wymagają od producentów podawania takich charakterystyk. A zatem z braku danych, w praktyce przyjmuje się pewne teoretyczne modele probabilistyczne właściwości narzędzi pomiarowych. Probabilistyczna interpretacja błędów narzędzi pomiarowych daje bardziej wiarygodną interpretację wyników pomiarów pośrednich [2].

Podsumowanie i wnioski

Wartość błędu pomiaru wielkości mierzonej metodami pośrednimi może być znaczna, gdy założy się maksymalne wartości błędu pomiaru n poszczególnych mierzonych bezpośrednio wielkości. Rzeczywisty błąd pomiaru będzie zależał od rozkładu prawdopodobieństwa błędu pomiaru poszczególnych wielkości n mierzonych metodami bezpośrednimi.

Dlatego też przy określaniu błędu wielkości mierzonej metodami pośrednimi celowe jest uwzględnianie rozkładu prawdopodobieństwa błędów pomiaru wielkości mierzonych metodami bezpośrednimi.

LITERATURA

- [1] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, ISO, IEC, OIML, BIPM, wyd. I, 1992.
- [2] R. Janiczek: Pośrednie pomiary wielkości fizycznych, Ossolineum, Wrocław 1993.
- [3] J. Jaworski: Matematyczne podstawy metrologii, WNT, Warszawa 1979.
- [4] J. Jaworski: Niedokładność, błąd, niepewność. XXIX Międzyuczelniana Konferencja Metrologów, Materiały konferencyjne, Tom 1 str.197–216, Lublin 1997.
- [5] A. Marcyniuk: Niepewność pomiaru pozory i rzeczywistość. Metrologia i Systemy Pomiarowe 1993, Zeszyt 16, s.405–410.
- [6] Metrologia: nazwy i określenia. Norma PN-71/N-02050.
- [7] J. Piotrowski: Teoria pomiarów. PWN, Warszawa 1986.
- [8] J. Piotrowski: Podstawy metrologii. PWN, Warszawa 1976.
- [9] Podręcznik metrologii (red. Sydenham P.H.), WKiŁ, Tom 1, Warszawa 1988.
- [10] Poradnik Inżyniera Elektryka. WNT, Warszawa 1968.
- [11] Technik – podręcznik. Opracowany według niemieckiego pierwowzoru wydawanego przez stowarzyszenie „Hütte”, Tom 1. (Wydanie staraniem komitetu redakcyjnego) Drukarnia Rubieszewskiego i Wrotnowskiego w Warszawie 1905.
- [12] D. Turzeniecka: Nowe kierunki w ocenie i wyrażaniu niepewności wyników pomiarów. Metrologia i Systemy Pomiarowe 1993, Zeszyt 16, s.399–404.