

Janusz Paweł KOWALSKI

POLITECHNIKA SZCZECIŃSKA

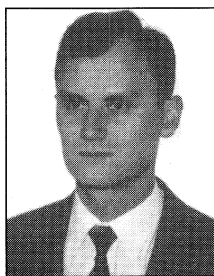
WYDZIAŁ ELEKTRYCZNY

KATEDRA PRZETWARZANIA SYGNAŁÓW I INŻYNIERII MULTIMEDIALNEJ

Porównanie filtrów medianowych i filtrów średniej ruchomej zastosowanych do wygładzania sygnałów EKG

dr inż. Janusz Paweł KOWALSKI

– adiunkt w Instytucie Elektroniki i Informatyki Politechniki Szczecińskiej. Od 2000 adiunkt w Katedrze Przetwarzania Sygnałów i Inżynierii Multimedialnej Politechniki Szczecińskiej. Specjalizacja – przetwarzanie sygnałów.



Streszczenie

W pracy dokonano porównania efektu filtracji sygnału EKG za pomocą filtrów średniej ruchomej i filtrów medianowych o jednakowym, dla obu rodzajów filtrów, tłumieniu zakłócenia (szumu). Dla obu rodzajów wygładzania przebiegu określony został poziom, spowodowanego filtracją, zniekształcenia sygnału w funkcji zakłócenia (σ).

Abstract

In the paper the comparison of filtering employment by means of moving average filters and median filters in order to smoothing ECG signals was carried out. The compared filters have equal noise reduction coefficient. For both types of the filters, the level of the distortion of the signal, as a negative effect of filtering, vs. level of the noises (σ) was reckoned.

Wstęp

Filtry średniej ruchomej i medianowy charakteryzują się prostotą algorytmu. Wynik filtracji filtrem średniej ruchomej w dużym stopniu zależy od wystąpienia szumu impulsowego. Z kolei filtr medianowy efektywnie tłumi takiego rodzaju zakłócenia. Obie metody wprowadzają pewien błąd. Która z nich, przy założeniu jednakowego tłumienia zakłócenia wprowadza mniejsze zniekształcenie?

Sygnały poddane badaniom

Jako sygnał niezakłócony przyjęto model fizjologicznie prawdziwego sygnału EKG, utworzony w oparciu o zarejestrowane elektrokardiogramy [1]. Na podstawie rzeczywistych sygnałów EKG zakłóconych szumem mięśniowym określono charakter tych zakłóceń [2], [3] i utworzono ich model. Rozpatrzono charakter drżenia jako sygnał losowy będący zmienną losową [4]. Realizacją jest ciąg liczb pseudolosowych o rozkładzie normalnym $N(0, \sigma)$, reprezentujący sygnał wąskopasmowy o widmie pokrywającym się z widmem rzeczywistych szumów mięśniowych. Widmo wygenerowanego szumu mieści się w zakresie częstotliwości od 0,5 Hz do 40,5 Hz. W celu stworzenia bazy sygnałów zawierających szum, do sygnału niezakłóconego dodano wygenerowany jednorazowo ciąg liczb pseudolosowych o opisanych powyżej cechach i regulowanym poziomie odchylenia standardowego σ . W wyniku otrzymano zbiór przebiegów

EKG, zakłóconych szumem wąskopasmowym o rozkładzie normalnym i odchyleniu standardowym mieszczącym się w zakresie od 0,001 mV do 0,070 mV.

Kryterium optymalizacji

W celu określenia optymalnej szerokości okna dla filtru medianowego zostało przyjęte kryterium minimalnego błędu względnego średniokwadratowego wyznaczonego ze wzoru:

$$Bwm = \frac{\sum_i (ekgm_i - ekgo_i)^2}{\sum_i (ekgo_i)^2} \cdot 100\% \quad (1)$$

gdzie: Bwm oznacza błąd względny średniokwadratowy filtracji filtrem medianowym, $ekgm_i$ - zbiór wartości dyskretnych reprezentujący sygnał po filtracji, i - kolejny numer wartości dyskretny sygnału, $ekgo_i$ - zbiór wartości dyskretnych reprezentujący niezakłócony sygnał wzorcowy.

Błąd względny średniokwadratowy $Bwsr$ filtracji średnią ruchomą zostały wyliczone w oparciu o wzór (1) do którego, zamiast wartości dyskretnych $ekgm_i$, podstawiono wartości dyskretne $ekgsr_i$ reprezentujące sygnał po filtracji filtrem średniej ruchomej:

$$Bwsr = \frac{\sum_i (ekgsr_i - ekgo_i)^2}{\sum_i (ekgo_i)^2} \cdot 100\% \quad (2)$$

Wybór optymalnego filtru medianowego

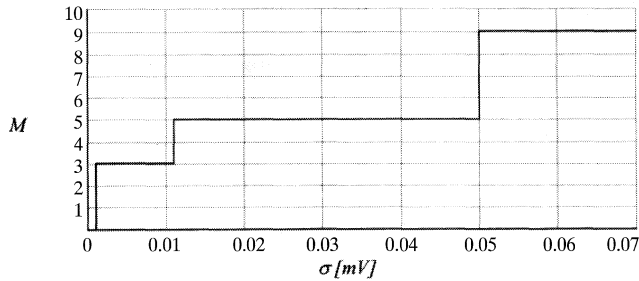
Przebieg EKG zawierający zakłócenie poddano filtracji filtrem medianowym. Wykorzystano do tego celu procedurę *medsmooth(ekgz, M)* programu Mathcad v. 7.0. w którym to zapisie M reprezentuje szerokość okna filtru medianowego przyjmując wartości od 0 do 13. W oparciu o wzór (1) wykreślony został przebieg błędu względnego średniokwadratowego w funkcji szerokości okna M dla ustalonej wartości odchylenia standardowego (σ). Za optymalną szerokość okna M_{opt} przyjęto taką wartość M dla której funkcja błędu osiąga minimum:

$$Bwm_{M_{opt}} = \min_{\sigma=const, M \in (1,13)} \{Bwm_M\}$$

Analizie poddano rozkład błędu względnego średniokwadratowego filtru medianowego w funkcji szerokości okna, dla zakresu wartości odchylenia standardowego od 0,001 mV do 0,070 mV. W wyniku została określona optymalna szerokość tego okna w funkcji poziomu zakłóceń. Rys.1. przedstawia tę zależność.

Równoważny ważony filtr średniej ruchomej

Aby móc porównać filtry medianowy i średniej ruchomej, należy założyć jednakowy współczynnik tłumienia zakłóceń dla obu rodzajów filtrów. Warunek taki spełnia ważony filtr średniej rucho-



Rys. 1. Optymalna szerokości okna filtru medianowego w funkcji poziomu zakłóceń (M – szerokość okna filtru medianowego)

mej. Z założenia wynika równość wariancji dla obu rodzajów filtrów. Wartości wariancji dla filtrów medianowych o szerokości okna $M=3$, $M=5$ i $M=9$ wynoszą odpowiednio $var_3=0,4487$, $var_5=0,2868$ i $var_9=0,1661$ [5]. Szerokość okna filtru średniej ruchomej jest równa $K=1/var_M$ [2]. Wynika stąd szerokość okien filtrów średniej ruchomej odpowiadających analizowanym filtrom medianowym (Tabela 1).

Tab. 1. Szerokość okna równoważnych filtrów medianowego i ważonego średniej ruchomej

Szerokość okna filtru medianowego	$1/var_M$	Szerokość okna filtru średniej ruchomej
$M=3$	2,2287	$K=3$
$M=5$	3,4868	$K=5$
$M=9$	6,0205	$K=7$

Ogólną postać ważonego filtru średniej ruchomej mającego okno o szerokości $K=7$ przedstawia wzór:

$$y_i = \frac{1}{1+2 \cdot a+2 \cdot b+2 \cdot c} \cdot (c \cdot x_{i-3} + b \cdot x_{i-2} + a \cdot x_{i-1} + x_i + a \cdot x_{i+1} + b \cdot x_{i+2} + c \cdot x_{i+3}) \quad (3)$$

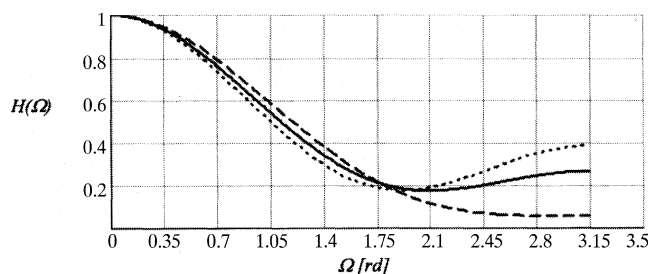
gdzie y_i oznacza zbiór wartości dyskretnej reprezentujący sygnał po filtracji, x_i oznacza zbiór wartości dyskretnej reprezentujący sygnał przed filtracją, a, b, c współczynniki filtru.

Wariancja dla takiego filtru określona jest wzorem:

$$var = \frac{1+2 \cdot a^2+2 \cdot b^2+2 \cdot c^2}{(1+2 \cdot a+2 \cdot b+2 \cdot c)^2} \quad (4)$$

Ogólną postać ważonego filtru średniej ruchomej mającego okno o szerokości $K=5$ i jego wariancji można otrzymać ze wzorów (3) i (4) podstawiając $c=0$, zaś dla filtru o oknie o szerokości $K=3$ podstawiając $b=0$ i $c=0$.

Współczynniki filtru a, b, c wyznaczone zostały z warunku równości wariancji porównywanych filtrów. W przypadku filtru o $K=5$



Rys. 2. Charakterystyka amplitudowa ważonego filtru średniej ruchomej (linia przerywana – $b=0,25$, linia ciągła – $b=0,5$, linia kropkowana – $b=0,75$)

obliczenia przeprowadzono dla $b=0,25a$, $b=0,5a$ oraz $b=0,75a$. Do dalszej analizy wybrano $b=0,25a$ ze względu na najlepszą charakterystykę amplitudową.

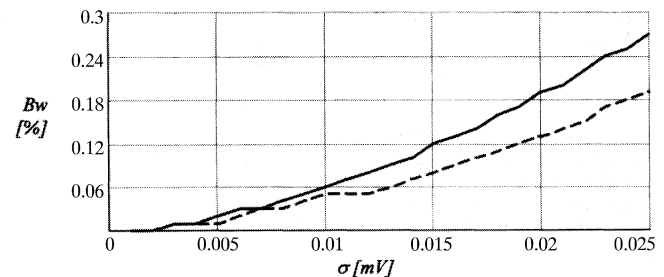
Dla filtru o $K=7$ obliczenia przeprowadzono dla par współczynników ($b=0,25a$ i $c=0,25b$), ($b=0,5a$ i $c=0,25b$), ($b=0,75a$ i $c=0,25b$), ($b=0,25a$ i $c=0,5b$), ($b=0,5a$ i $c=0,5b$) oraz ($b=0,75a$ i $c=0,5b$). Jedynie dla warunku ($b=0,75a$ i $c=0,5b$) uzyskano wartości współczynników filtru należące do zbioru liczb rzeczywistych z przedziału $(0,1)$. Tabela 2 przedstawia wartości współczynników a, b, c ważonych filtrów średniej ruchomej poddanych dalszej analizie.

Tab. 2. Współczynniki a, b, c ważonego filtru średniej ruchomej

Szerokość okna	a	b	c
$K=3$	$a=0,31878$	$b=0$	$c=0$
$K=5$	$a=0,57365$	$b=0,14341$	$c=0$
$K=7$	$a=0,75428$	$b=0,56571$	$c=0,28285$

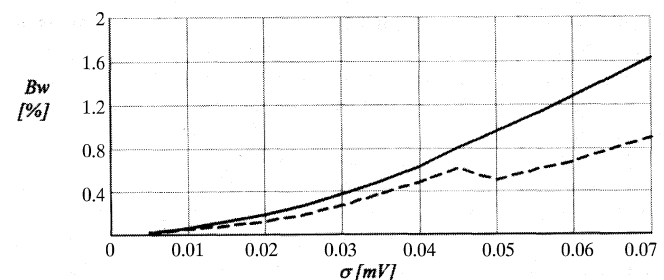
Analiza zniekształcenia sygnału w wyniku filtracji

Zniekształcenie spowodowane obu rodzajami filtracji zostało określone na podstawie wzorów (1) i (2). Rozkład błędu względnego średniokwadratowego w funkcji poziomu zakłóceń w zakresie od 0,001 mV do 0,025 mV dla porównywanych metod filtracji pokazany jest na rys. 3. Bliższa analiza powyższego zakresu zakłóce-



Rys. 3. Rozkład błędu względnego średniokwadratowego dla filtracji ważonymi filtrami średniej ruchomej i filtrem medianowym w funkcji poziomu zakłóceń – zakres σ od 0 do 0,025 mV (B_w – błąd względny średniokwadratowy, linia przerywana – rozkład błędu względnego średniokwadratowego filtracji ważonymi filtrami średniej ruchomej, linia ciągła – rozkład błędu względnego średniokwadratowego filtracji filtrem medianowym)

nia wynika z tego, że w praktyce, szum o odchyleniu standardowym (σ) powyżej 0,020 mV wprowadza zniekształcenia, które pomimo filtracji nie pozwalają na diagnozę. Rozkład błędu dla całego analizowanego zakresu odchylenia standardowego (σ) od 0,001 mV do 0,070 mV pokazany jest na rys. 4.



Rys. 4. Rozkład błędu względnego średniokwadratowego dla filtracji ważonymi filtrami średniej ruchomej i filtrem medianowym w funkcji poziomu zakłóceń – zakres σ od 0 do 0,070 mV (oznaczenia jak na rys. 3)

Optymalna filtracja filtrem medianowym wymaga, aby dla poziomu zakłóceń w zakresie od 0,001 mV do 0,010 mV stosować okno o szerokości $M=3$, w zakresie od 0,010 mV do 0,050 mV okno o szerokości $M=5$, zaś w zakresie od 0,050 mV do 0,070 mV o szerokości $M=7$. Jak wykazano powyżej, każdemu z tych filtrów medianowych odpowiada inny ważony filtr średniej ruchomej. Zmiana szerokości okna filtru wynikająca ze zmiany poziomu zakłóceń (σ), z jednego zakresu do drugiego, widoczna jest w postaci załamania przebiegu błędu względnego średniokwadratowego na granicy pomiędzy tymi zakresami. Jest to szczególnie widoczne w przypadku filtrów średniej ruchomej zwłaszcza na granicy w pobliżu 0,050 mV (rys. 4.). Zjawisko to wynika ze sklejania krzywych rozkładu błędów poszczególnych filtrów dobranych do każdego z analizowanych zakresów poziomu zakłóceń (σ).

Podsumowanie

Wyglądanie sygnału, zakłóconego szumem o poziomie do 0,070 mV, ważonym filtrem średniej ruchomej wprowadza mniejsze zniekształcenie niż wyglądzanie filtrem medianowym o takim samym tłumieniu szumu. Różnica pomiędzy poziomami błędów względnego średniokwadratowego wnoszonego przez oba rodzaje filtrów zwiększa

się wraz ze wzrostem poziomu zakłócenia na niekorzyść filtru medianowego. W całym analizowanym zakresie zakłócenia zdecydowanie lepsze właściwości wykazał ważony filtr średniej ruchomej.

Literatura

- [1] J. KOWALSKI: *Badanie wybranych cech sygnału EKG pod względem ich związku z niektórymi jednostkami chorobowymi układu krążenia*. Praca doktorska. Szczecin 1998.
 - [2] J. KOWALSKI: *Analiza zakłóceń zarejestrowanych podczas badania elektrokardiograficznego*. Materiały konferencyjne: XXXI Międzynarodowa Konferencja Metrologów, Białystok 1999, s. 313-316
 - [3] Z. FRANKIEWICZ: *Metody analizy EKG w obecności zakłóceń*. Praca doktorska, Politechnika Śląska 1987
 - [4] J. SZABATIN: *Podstawy teorii sygnałów*. WKiŁ, Warszawa 1982
 - [5] *Two-Dimensional Digital Signal Processing II. Transforms and Median Filters*. Edited by T.S.Huang, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York 1981
 - [6] Z. FORTUNA, B. MACUKOW, J. WĄSOWSKI: *Metody numeryczne*. WNT, Warszawa 1995
 - [7] A. RALSTON: *Wstęp do analizy numerycznej*. PWN, Warszawa 1975
- Artykuł recenzowany*



Automatic Systems Engineering



**PRZETWORNIKI
MIĘDZYSYSTEMOWE
FIRMY WATSON+SMITH**

- Przetwarzanie prądu na ciśnienie lub napięcia na ciśnienie
- Wysoka dokładność
- Nowatorska technologia oparta na zaworze iglicowym w miejsce układu dysza/przystosona
- Wersje obiektowe i nalistwowe
- Wykonania ognioszczelne i iskrobezpieczne
- Krótkie terminy dostaw

Przykładowe ceny:

- przetwornik obiektowy serii 425 w cenie 1488 zł
- przetwornik nalistwowy serii 422 w cenie 1360 zł

WatsonSmith


AUTOMATYKA

CENTRALA:
ul. Narwińska 6, 80-557 Gdańsk, tel. (058) 34 31 412, 34 32 425, 34 64 515, fax (058) 34 64 344
e-mail: przetworniki@ase.com.pl

ODDZIAŁY:

ASE Bytom: tel. (032) 28 62 889, fax (032) 28 60 348	ASE Płock: tel. (024) 26 27 737, fax (024) 26 28 498
ASE Warszawa: tel. (022) 65 94 700, fax (022) 82 26 854	ASE Rzeszów: tel. 0 601 986 509, (017) 27 75 894
ASE Szczecin: tel. (091) 45 92 169, fax (091) 45 92 170	ASE Toruń: tel./fax (056) 66 94 474

DO KOŃCA ROKU - 30% RABATU BEZ WZGLĘDU NA ILOŚĆ



INSTYTUT SYSTEMÓW STEROWANIA
ul. DŁUGA 1-3, 41-506 CHORZÓW
tel. (+48 32) 247 28 20, fax: (+48 32) 246 25 91
e-mail: office@iss.pl <http://www.iss.pl>

OFERTA ISS:

AUTOMATYKA PRZEMYSŁOWA

- ✓ SNEL - system sterowania i nadzoru elektrofiltrów
- ✓ KSAW - system automatyzacji ważenia
- ✓ Stacja prób silników elektrycznych
- ✓ System monitorowania i sterowania węzłów sieci ciepłowniczej

AUTOMATYZACJA BUDYNKÓW

- ✓ SABIO - inteligentny system automatyzacji budynku

ZARZĄDZANIE PRODUKCJĄ

- ✓ QS - system sterowania jakością produkcji

SIECIOWE SYSTEMY INFORMATYCZNE

- ✓ SIB - System Informacyjny Biura
- ✓ Systemy wideokonferencji