

Jerzy ROJ  
POLITECHNIKA ŚLĄSKA W GLIWICACH  
INSTYTUT METROLOGII I AUTOMATYKI ELEKTROTECHNICZNEJ

## Modele odcinkowo-liniowe w zastosowaniu do budowy szybkich algorytmów korekcji błędów systematycznych złożonych nieliniowych przetworników pomiarowych

Dr inż. Jerzy ROJ

ukończył Wydział Elektryczny Politechniki Śląskiej, specjalność Automatyka i Metrologia. Obszar jego zainteresowań obejmuje zagadnienia związane z podwyższaniem dokładności przyrządów pomiarowych za pomocą mikroprocesorów. Dotyczą one głównie badań szybkich algorytmów korekcji błędów statycznych i dynamicznych nieliniowych przetworników pomiarowych. W roku 1988 obronił pracę doktorską nt. „Pomiar stężenia mieszanek palnej za pomocą mostka pelistorowego zasilanego impulsowo”.



Streszczenie

W artykule przedstawiono ogólną koncepcję budowy modeli odcinkowo-liniowych dla złożonych nieliniowych przetworników realizujących pomiar w stanie dynamicznym, których błędy systematyczne korygowane są w sposób programowy na zasadzie odtwarzania. Rozważania teoretyczne zilustrowano wynikami uzyskanymi dla algorytmów korekcji błędów systematycznych mostka pelistorowego zastosowanego do pomiaru stężenia metanu w stanie dynamicznym po załączeniu napięcia zasilania.

Abstract

The paper presents a general concept of creation of segment-linear models for complex nonlinear transducers operating in dynamic state. The systematic errors of these transducers are corrected in a programmable way basing on the reconstruction principle. Theoretical considerations are illustrated by the results obtained for algorithms of systematic errors correction of the pellistor bridge which has been used for measuring of methane concentration in dynamic state after switching on the supply voltage.

### Wprowadzenie

Istotną rolę we współczesnej technice pomiarowej spełniają tzw. przetworniki próbkujące [1, 3], których właściwości metrologiczne i funkcjonalne w znacznym stopniu kształtowane są na drodze programowej. Ogólną strukturę tego rodzaju przetworników przedstawiono na rys. 1. Zmienna w czasie wielkość wejściowa  $x(t)$  jest przetwarzana przez łańcuch przetworników analogowych A/A na napięcie  $y(t)$ , którego wartości chwilowe są

następnie poddawane procesom próbkowania oraz kwantowania realizowanym przez przetwornik analogowo-cyfrowy A/C w chwilach  $t_k$ ,  $k = 0, 1, \dots$ . Wyniki pomiarowe  $\tilde{y}(t_k)$  są następnie przetwarzane w sposób programowy przez ciąg algorytmów C/C na cyfrową ocenę  $\hat{x}(t_k)$  wielkości mierzonej  $x(t)$  w chwilach  $t_k$ .

Wobec powyższego można stwierdzić, że przetwornik próbkujący jako całość realizuje w dyskretnych chwilach czasu i z określoną dokładnością działania opisane idealnym równaniem przetwarzania

$$\hat{x}(t_k) = x(t_k), \quad (1)$$

z którego wynika, że wartości chwilowe  $\hat{x}(t_k)$  na wyjściu przetwornika odtwarzają wartości chwilowe wielkości mierzonej  $x(t_k)$  w chwilach  $t_k$ .

Wiele zjawisk fizycznych, chemicznych lub często biologicznych wykorzystywanych do budowy współczesnych czujników cechuje brak prostych relacji przyczynowo-skutkowych. Modele tych zjawisk są nieliniowe, często przetwarzanie jest realizowane w stanach dynamicznych czujnika. W ogólnym przypadku przetwarzanie analogowe w przetworniku próbkującym powoduje powstawanie dużych błędów statycznych i dynamicznych. Jeżeli zatem przetwornik próbkujący realizuje działanie opisane równaniem (1), oznacza to, że błędy zostały skorygowane w wyniku realizacji odtwarzania. Można zatem mówić o korekcji błędów systematycznych na zasadzie odtwarzania.

W wielu zastosowaniach przetwornik próbkujący działa w trybie pracy bieżącej, co powoduje, że programowa korekcja błędów musi być realizowana w okresie między kolejnymi momentami przetwarzania A/C. Narzuca to na algorytmy przetwarzania specyficzne, trudne wymagania - muszą być realizowane odpowiednio szybko przez stosunkowo proste mikroprocesory stosowane w tego rodzaju przetwornikach. Z kolei szybkość realizacji algorytmów związana jest ze sposobem modelowania analogowego procesu przetwarzania w przetworniku próbkującym.

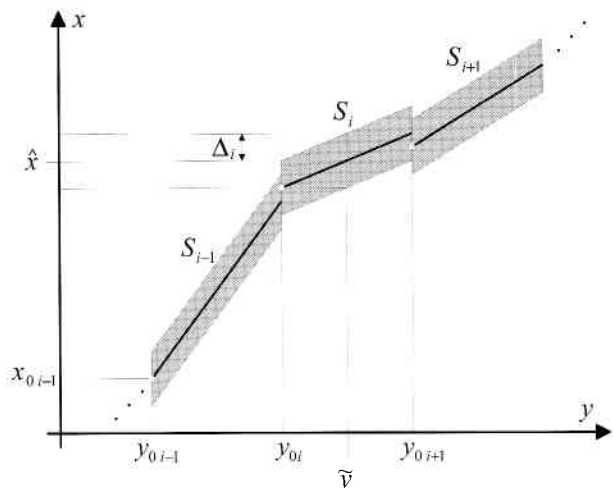
### Odwrotne odcinkowo-liniowe modele przetworników analogowych

Modelem *właściwości statycznych* przetwornika jest uporządkowany zbiór  $J$  odcinków linii prostej, aproksymujących odwrotną statyczną charakterystykę przetwornika w sposób pokazany na rys. 2. Każdy odcinek ma swój początek w węzle



Rys. 1. Ogólna struktura przetwornika próbkującego, A/A - łańcuch przetworników analogowych, A/C - przetwornik analogowo-cyfrowy, C/C - łańcuch algorytmów przetwarzania programowego

odpowiednio o współrzędnych  $y_{0i}, x_{0i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, J$  i jest poprowadzony do następnego węzła o numerze  $i+1$  zgodnie z przyjętym kryterium minimalizującym błędy aproksymacji. Każdy odcinek charakteryzuje liczba  $\Delta_i$  określająca połowę szerokości obszaru symetrycznego wokół odcinka aproksymującego, w którym z istotnie dużym prawdopodobieństwem mieści się rzeczywisty fragment charakterystyki statycznej. Zatem  $\Delta_i$  określa niepewność odtwarzania (korekcji) przy użyciu odcinka aproksymującego o numerze  $i$ . Niepewność ta charakteryzuje łącznie błędy aproksymacji odcinkowo-liniowej, jak i błędy wyznaczenia współczynników odcinka aproksymującego.



Rys. 2. Model właściwości statycznych przetwornika w postaci odwrotnej funkcji odcinkowo-liniowej

Wyznaczenie oceny  $\hat{x}$  przy użyciu modelu odcinkowo-liniowego opisuje równanie:

$$\hat{x} = x_{0i} + S_i(\tilde{y} - y_{0i}) \quad (2)$$

gdzie:  $x_{0i}, y_{0i}$  są współrzędnymi węzła o numerze  $i$ ,  $S_i$  - jest nachyleniem odcinka aproksymującego,  $\tilde{y}$  - wynikiem pomiaru wielkości  $y$ . Na każdym kroku realizacji algorytmu niezbędna jest znajomość dwóch liczb opisujących przebieg odcinka:  $x_{0i}$  i  $S_i$ . Liczby te muszą być przechowywane w pamięci mikroprocesora realizującego odtwarzanie (korekcję) tworząc tam tablice nazywane odwzorowaniem odwrotnej charakterystyki statycznej przetwornika [2], [3]. Procedura odtwarzania przebiega wówczas w następujący sposób:

- W pierwszym kroku dla danego wyniku pomiaru  $\tilde{y}(k)$  następuje wyznaczenie numeru węzła  $i$  oraz odszukanie w pamięci mikroprocesora odpowiednich wartości  $x_{0i}, S_i$ .
- W drugim kroku procedury następuje wykonanie operacji arytmetycznych zgodnie z zależnością (2).

Ogólnie przyjmuje się, że podstawowym modelem **właściwości dynamicznych** jest nieliniowe zwyczajne równanie różniczkowe, które po zapisaniu w postaci równań stanu daje się linearyzować wokół punktu pracy [6]. Punktem wyjścia do uzyskania algorytmu korekcji dynamicznej (odtwarzania dynamicznego) jest liniowe zwyczajne równanie różniczkowe o stałych współczynnikach. Równanie jest przedstawione w przestrzeni stanu, co umożliwia uzyskanie rekurencyjnych równań odtwarzania przydatnych do budowy szybkich algorytmów korekcji błędów dynamicznych [2, 4]. Dla celów analizy metrologicznej równania rekurencyjne przekształca się do postaci szeregu czasowego:

$$\hat{x}(k) = A_{k+1}\tilde{y}(k+1) + A_k\tilde{y}(k) + A_{k-1}\tilde{y}(k-1) + \dots + A_{k-m}\tilde{y}(k-m) + \dots \quad (3)$$

gdzie:  $k$  jest numerem bieżącej chwili realizacji algorytmu,  $k = 0, 1, \dots$ , a zarazem określa chwile próbkowania przebiegu  $y(t)$ , tj.  $t_{k+1}, t_k, t_{k-1}, \dots$  gdzie  $t_k = k \cdot T_d$ ,  $T_d$  jest okresem próbkowania. Współczynniki szeregu  $A_{k+1}, A_k, \dots, A_{k-m}, \dots$  mają stałe wartości dla modeli liniowych i stałego okresu próbkowania  $T_d$ . Współczynniki te dla algorytmów stabilnych tworzą postęp geometryczny zbieżny, co pozwala w praktyce ograniczyć liczbę wyrazów szeregu [4]. Dla akceptowalnych nieliniowości modeli dynamiki przetwornika współczynniki równania (3) dają się linearyzować i są wówczas reprezentowane w postaci odcinkowo-liniowej.

Przetworniki dynamiczne opisane równaniami różniczkowymi pierwszego rzędu stanowią przypadek szczególny, dla którego nie istnieje postać rekurencyjna algorytmu odtwarzania i jedyna forma, w której algorytm ten występuje ma postać dwuwyrzowego szeregu czasowego:

$$\hat{x}(k) = \tilde{y}(k) + A_{k+1} \cdot \Delta\tilde{y}(k) \quad (4)$$

gdzie:  $\Delta\tilde{y}(k) = \tilde{y}(k+1) - \tilde{y}(k)$  jest różnicą wartości dwóch kolejnych próbek. Należy nadmienić, że taka postać uzyskiwana jest po uprzednim rozdzieleniu (dekompozycji) statycznych i dynamicznych właściwości przetwornika w sposób opisany w pracy [3].

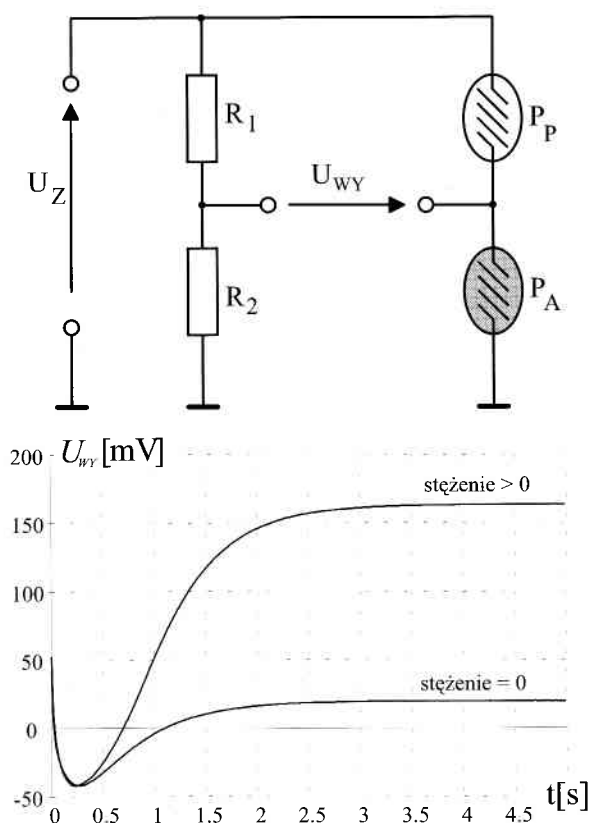
Dla nieliniowych modeli dynamicznych pierwszego rzędu współczynnik  $A_{k+1}$  nie jest stały, najczęściej zależy od wartości  $\tilde{y}(k)$  lub przyrostów  $\Delta\tilde{y}(k)$ . Na ogół w takich przypadkach możliwa jest aproksymacja odcinkowo-liniowa zależności współczynnika  $A_{k+1}$  w funkcji wielkości wpływających na jego wartość w sposób przedstawiony powyżej dla nieliniowych charakterystyk statycznych.

### Algorytm odtwarzania mierzonego stężenia metanu w stanie nieustalonym mostka pelistorowego

Mostek pelistorowy jest przetwornikiem, którego sygnał pomiarowy związany jest ze zjawiskiem spalania katalitycznego. Dwa ramiona mostka, którego budowę przedstawiono na rys. 3a, tworzą czujniki pelistorowe:  $P_p$  - pelistor pasywny oraz  $P_A$  - pelistor aktywny mający dodatkową warstwę katalizatora powodującego utlenianie metanu w temperaturze ok. 500 °C. Pozostałe ramiona mostka tworzy para rezystorów  $R_1$  i  $R_2$ .

Po założeniu napięcia zasilania mostka rozpoczyna się proces nagrzewania obu pelistorów, przy czym w obecności metanu, na powierzchni pelistora aktywnego następuje zjawisko spalania katalitycznego podwyższające temperaturę czujnika, co z kolei prowadzi do zmiany jego rezystancji. Zmiana rezystancji spowodowana spalaniem katalitycznym jest przetwarzana w mostku pelistorowym na zmianę napięcia wyjściowego. Po kilku do kilkunastu sekundach od chwili założenia napięcia zasilania mostka jego napięcie wyjściowe ustala się, co oznacza równowagę termiczną zarówno w procesie nagrzewania się pelistorów jak i spalania katalitycznego. Przykładowe przebiegi napięcia wyjściowego mostka przedstawiono na rysunku 3b.

Opisaną uprzednio odcinkowo-liniową metodę modelowania właściwości analogowych przetworników pomiarowych zastosowano praktycznie do budowy algorytmu wyznaczenia stężenia metanu w stanie nieustalonym mostka pelistorowego.



Rys. 3. a) budowa mostka pelistorowego, b) przykładowe przebiegi napięcia wyjściowego mostka po załączeniu napięcia zasilania

Punktem wyjścia do opracowania tego algorytmu o strukturze przedstawionej na rys. 4 był model zjawisk fizycznych zachodzących w mostku pelistorowym po załączeniu napięcia zasilania. Model ten w postaci złożonego ciągu wzajemnie sprzężonych, nieliniowych równań statycznych i dynamicznych opisano m.in. w pracach [5, 7]. Wartości współczynników występujących w poszczególnych równaniach wyznaczono w procesie identyfikacji przeprowadzonej dla wzorcowych stężeń metanu [7].

Wielkościami wejściowymi algorytmu są 12-bitowe liczby \$N\_U(k)\$, \$N\_I(k)\$ będące odpowiednio wynikami przetworzenia analogowo-cyfrowego wartości chwilowych napięcia

wyjściowego mostka pelistorowego oraz prądu płynącego przez pelistor. Poniżej przedstawiono poszczególne kroki opracowanego algorytmu, pozwalające na odtworzenie wartości kolejnych wielkości pośredniczących w programowym łańcuchu przetwarzania.

1. Obliczenie wartości chwilowych napięcia na pelistorze aktywnym:

$$\hat{U}_A(k) = a_U \cdot N_U(k) + b_U \quad (5)$$

2. Obliczenie wartości chwilowych prądu płynącego przez pelistor:

$$\hat{I}_P(k) = a_I \cdot N_I(k) + b_I \quad (6)$$

3. Obliczenie składowej mocy wydzielonej na pelistorze aktywnym spowodowanej przepływem prądu:

$$\hat{q}_{AI}(k) = \hat{U}_A(k) \cdot \hat{I}_P(k) \quad (7)$$

4. Obliczenie rezystancji pelistora aktywnego:

$$\hat{R}_A(k) = \frac{\hat{U}_A(k)}{\hat{I}_P(k)} \quad (8)$$

5. Obliczenie wartości dynamicznej zmiennej pomocniczej \$\hat{R}(k)\$ (równanie to powstało w wyniku dekompozycji opisu procesu przetwarzania):

$$\hat{R}(k) = \hat{R}_A(k) + A_{k+1,R} \cdot [\hat{R}_A(k+1) - \hat{R}_A(k)] \quad (9)$$

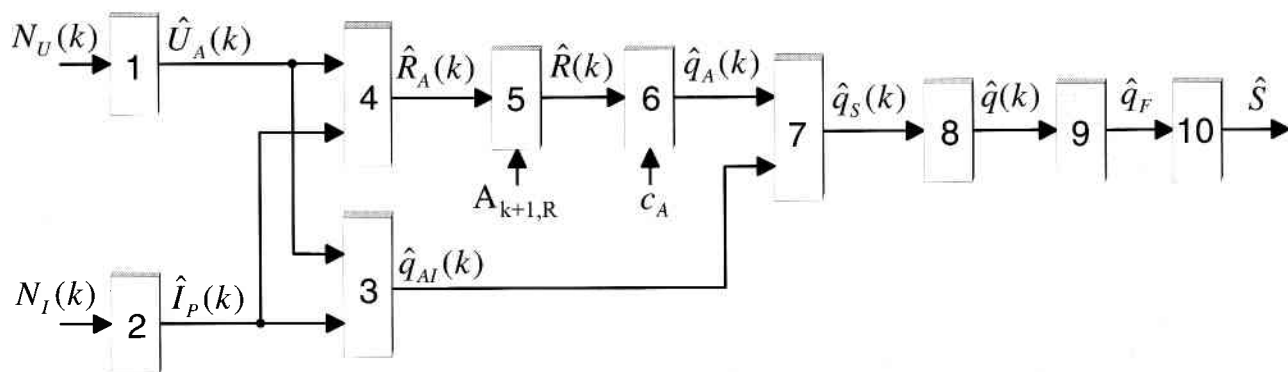
gdzie: wartość współczynnika \$A\_{k+1,R}\$ zależna od rezystancji \$\hat{R}\_A(k)\$ jest tablicowana w pamięci mikroprocesora.

6. Obliczenie całkowitej mocy wydzielonej na pelistorze aktywnym:

$$\hat{q}_A(k) = c_A \cdot [\hat{R}(k) - R_{A0}] \quad (10)$$

gdzie: wartość współczynnika \$c\_A\$ zależna od rezystancji \$\hat{R}\_A(k)\$ jest tablicowana w pamięci mikroprocesora, \$R\_{A0}\$ jest wartością rezystancji pelistora aktywnego w temperaturze \$0^\circ\text{C}\$.

7. Obliczenie składowej mocy wydzielonej na pelistorze aktywnym związanej ze zjawiskiem spalania katalitycznego:



Rys. 4. Struktura algorytmu odtwarzania mierzonego stężenia metanu w stanie nieustalonym mostka pelistorowego

$$\hat{q}_S(k) = \hat{q}_A(k) - \hat{q}_{AI}(k), \quad (11)$$

8. Obliczenie wartości dynamicznej zmiennej pomocniczej  $\hat{q}(k)$  (powstałej w wyniku dekompozycji):

$$\hat{q}(k) = \hat{q}_S(k) + A_{k+1,S} \cdot [\hat{q}_S(k+1) - \hat{q}_S(k)], \quad (12)$$

gdzie: współczynnik  $A_{k+1,S}$  ma stałą wartość (równanie różniczkowe opisujące proces spalania katalizycznego można uznać za liniowe).

9. Uśrednienie czterech kolejnych wyników  $\hat{q}(k)$ :

$$\hat{q}_F = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=k-3}^{i=k} \hat{q}(i). \quad (13)$$

10. Obliczenie wyniku pomiaru stężenia:

$$\hat{S} = c_S \cdot \hat{q}_F + c_0, \quad (14)$$

gdzie:  $c_S, c_0$  są współczynnikami o stałej wartości.

### Funkcjonalne właściwości procedury wyznaczenia stężenia metanu

Do podstawowych, funkcjonalnych właściwości algorytmu można zaliczyć czas jego realizacji oraz obszar pamięci konieczny do przechowywania współczynników modelu przetwornika. Działania numeryczne zrealizowano w oparciu o zapis liczbowy w formacie zmiennoprzecinkowym, w którym każda liczba przedstawiona została w postaci 16-bitowej mantysy oraz 8-bitowej cechy. Opracowano procedury realizujące cztery podstawowe działania arytmetyczne na liczbach zmiennoprzecinkowych oraz normalizujące wyniki przetwarzania A/C. Dla mikrokontrolera 8051 taktowanego zegarem o częstotliwości 12 MHz uzyskano następujące przeciętne czasy realizacji tych działań: normalizacja - 45  $\mu$ s, dodawanie - 70  $\mu$ s, odejmowanie - 80  $\mu$ s, mnożenie - 120  $\mu$ s oraz dzielenie - 1200  $\mu$ s. Natomiast czas wykonania operacji numerycznych związanych z wyznaczeniem wartości współczynników  $c_A$  oraz  $A_{k+1}$ , których zależność od rezystancji pelistora aktywnego  $R_A$  odwzorowano w postaci odcinkowo-liniowej wynosi około 80  $\mu$ s. Szacując, że pozostałe operacje (komunikacja z przetwornikiem A/C, przesłania) wymagają około 700  $\mu$ s, to całkowity czas realizacji działań algorytmu pomiędzy kolejnymi momentami próbkowania wielkości wyjściowych mostka (kroki 1-8) wynosi 4,7 ms. Filtracja uzyskanych wyników oraz obliczenie wartości stężenia wymaga 1,6 ms.

Drugim istotnym parametrem funkcjonalnym algorytmu jest obszar pamięci potrzebnej na przechowanie współczynników modelu procesu przetwarzania w mostku pelistorowym. Współczynniki te można podzielić na dwie grupy. Pierwszą stanowią wartości związane z tablicowaniem zależności współczynników  $c_A$  i  $A_{k+1}$  od rezystancji pelistora aktywnego  $R_A$  w pamięci mikrokontrolera. Biorąc pod uwagę, że dla każdego węzła należy zarezerwować 4 komórki pamięci (16-bitowa mantysa wartości węzłowej oraz 8-bitowe mantysa i cecha nachylenia), natomiast liczba węzłów wynosi 57, uzyskuje się obszar 228 bajtów tworzących każdą z tablic. Drugą grupę stanowią stałe współczynniki występujące w poszczególnych równaniach

algorytmu. Przy założeniu że każdy z nich reprezentowany jest na 3 bajtach (16-bitowa mantysa, 8-bitowa cecha) uzyskuje się liczbę 15 bajtów. W sumie zatem całkowity obszar pamięci potrzebny na przechowanie współczynników modelu procesu przetwarzania w mostku pelistorowym w rozpatrywanej sytuacji wynosi 471 bajtów.

### Podsumowanie

Z przytoczonych danych wynika, że możliwości obliczeniowe prostych mikroprocesorów w zakresie realizacji bieżącej korekcji błędów systematycznych mogą być w pełni wystarczające dla wielu zastosowań, w szczególności do takich, w których wykorzystuje się przetworniki (czujniki) mostkowe. Odnosząc efektywny czas realizacji opisanego w pracy algorytmu przez mikrokontroler INTEL 8051 (rzędu 5 ms) do okresu dyskretyzacji wielkości wyjściowych mostka pelistorowego (60 ms) uzyskuje się współczynnik wykorzystania czasu mikrokontrolera na poziomie 12 %. Ponadto, obszar pamięci potrzebny do przechowania współczynników odcinkowo-liniowego modelu procesu przetwarzania w mostku pelistorowym jest mniejszy od 0,5 kB, a zatem dla współczesnego poziomu technologii pamięci trwałych jest on praktycznie nieistotny. Uzyskane rezultaty wydają się potwierdzać praktyczną przydatność odcinkowo-liniowej metody modelowania zarówno statycznych, jak i dynamicznych właściwości przetworników do budowy szybkich algorytmów bieżącej korekcji błędów systematycznych na zasadzie odtwarzania. Równie istotną cechą modeli odcinkowo-liniowych jest możliwość uzyskania stosunkowo prostych modeli niepewności algorytmów przetwarzania [3], pozwalających na analityczne wyznaczenie niepewności wyniku końcowego.

### Literatura

- [1] J. BOLIKOWSKI i inni: Podstawy projektowania inteligentnych przetworników pomiarowych wielkości elektrycznych. Seria Monografie, nr 68, Zielona Góra 1993.
- [2] J. JAKUBIEC: Biezące programowe odtwarzanie wartości chwilowych dynamicznych przebiegów wejściowych nieliniowych przetworników pomiarowych. Monografia. ZN Pol. Śl. ELEKTRYKA z.111, Gliwice 1988.
- [3] J. JAKUBIEC: Geometryczna metoda opisu przetwarzania w programowanym czujniku pomiarowym. Metrologia i Systemy Pomiarowe, Tom III, Zeszyt 3-4 z 1996.
- [4] J. JAKUBIEC: Metrologiczne własności pewnej postaci szeregu czasowego jako sposobu przedstawiania rekurencyjnych algorytmów przetwarzania danych pomiarowych. Archiwum Elektrotechniki, Zeszyt 157-158-3/4/1991, PWN, Warszawa 1993.
- [5] J. JAKUBIEC, J. ROJ: Procedura odtwarzania w zastosowaniu do pomiaru stężenia metanu za pomocą mostka pelistorowego. Materiały Międzynarodowej Konferencji Automatyzacji Górnictwa ICAMC'95, Gliwice 1995.
- [6] J. S. MEDITCH: Estymacja i sterowanie statystycznie optymalne w układach liniowych. WNT, Warszawa 1975.
- [7] J. ROJ: Pomiar stężenia mieszanki palnej za pomocą mostka pelistorowego zasilanego impulsowo. Praca doktorska, Gliwice 1998.