

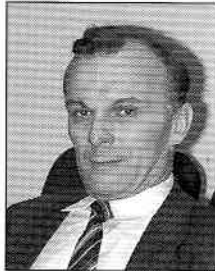
Jerzy KUREK

POLITECHNIKA WARSZAWSKA  
INSTYTUT AUTOMATYKI I ROBOTYKI

## Iteracyjnie uczące się sterowanie robota

Dr hab. inż. Jerzy KUREK

profesor nadzwyczajny Politechniki Warszawskiej. W kadencji 1996-99 Prodziekan ds. Nauki Wydziału Mechatroniki PW. Absolwent Wydziału Mechaniki Precyzyjnej PW (obecnie Wydział Mechatroniki). Jego zainteresowania naukowe dotyczą m.in. wyznaczania nowych algorytmów sterowania, stabilności układów automatyki, wyznaczania modeli neuronowych układów dynamicznych, szczególnie robotów. Jest członkiem Control System Society IEEE, Inc. oraz członkiem Zarządu Polskiego Stowarzyszenia Pomiarów, Automatyki i Robotyki POLSPAR.



### Streszczenie

W pracy podjęto problem sterowania programowego robota IRB 1400. Zastosowano nowy algorytm sterowania, tzw. sterowanie iteracyjnie uczące się. Podano model matematyczny robota IRB 1400 w postaci równań Lagrange'a-Eulera i algorytm sterowania. Następnie przedstawiono wyniki uzyskane w czasie komputerowego modelowania iteracyjnie uczącego się sterowania robota. Otrzymane wyniki wskazują, że podany algorytm sterowania pozwala uzyskać dobre rozwiązanie zadania sterowania programowego robota również w przypadku, gdy model robota nie jest znany dokładnie.

### Abstract

The tracking control problem is considered for IRB 1400 robot. New repetitive-learning control algorithm is applied for the control. There are given Lagrange-Euler model of the IRB 1400 robot and the control algorithm. Then, there are presented results obtained during computer modeling of repetitive-learning control for the robot. Computer simulation show that one can obtain very good tracking of a given reference output using the repetitive learning control algorithm even in the case if robot parameters are uncertain.

### Wstęp

Sterowanie uczące się jest przedmiotem intensywnych badań w ostatnich latach. Ma ono bardzo ważną własność polegającą na tym, że w miarę upływu czasu działania zwiększa się jego skuteczność. Algorytm sterowania uczącego się bardzo dobrze radzi sobie w systemach, gdy znany jest tylko przybliżony model obiektu regulacji w czasie projektowania układu regulacji. Sterowanie to jest oparte na następującej zasadzie: wykonaj sterowanie zapamiętując błąd sterowania oraz sygnał sterujący i przy powtórzeniu sterowania popraw sygnał sterujący tak, aby uzyskać lepsze działanie układu sterowania. Obecnie, w literaturze, sterowanie takie jest nazywane iteracyjnie (repetycyjnie) uczącym się sterowaniem (*ang. iterative learning control*).

Jest duża liczba potencjalnych aplikacji iteracyjnie uczącego się sterowania. Pierwszą aplikacją uczącego się sterowania było sterowanie akceleratomerem cząstek elementarnych zrealizowane w Japonii [4]. Dobrze znanymi przykładami urządzeń i procesów repetycyjnych są obrabiarki sterowane numerycznie, napędy dysków magnetycznych i wiele innych urządzeń mechanicznych, w tym także roboty [5]. W prezentowanym artykule przedstawiony jest problem sterowania programowego robota IRB 1400 przy wykorzystaniu algorytmu iteracyjnie uczącego się sterowania. W rozdziale drugim przedstawiono równania opisujące dynamikę robota, a w rozdziale trzecim krótko przedstawiono algorytm iteracyjnie uczącego się sterowania, natomiast w czwartym przedstawiono wyniki sterowania uczącego się robota IRB 1400 uzyskane w czasie modelowania pracy układu na komputerze. W zakończeniu podano uwagi podsumowujące.

### Robot IRB 1400

Robot IRB 1400 firmy ABB ma 6 stopni swobody - 6 przegubów obrotowych. Na rysunku 1 przedstawiono robota oraz pokazano osie lokalnych układów współrzędnych wyznaczone wg algorytmu Denavita-Hartenberga [3, 2]. Parametry układów współrzędnych obliczone na podstawie dokumentacji robota [1] zamieszczono w tabeli 1.

Tabela 1. Parametry lokalnych układów współrzędnych Denavita-Hartenberga [6]

Człon <i>i</i>	$\alpha_i$ [°]	$a_i$ [m]	$\theta_i$ [°]	$d_i$ [m]	Przedział $\alpha_i$ [°]
1	-90	-0,150	0	0,475	[-170,170]
2	0	-0,600	-90	0	[-160,-20]
3	-90	-0,120	0	0	[-65,70]
4	90	0	0	0,720	[-150,150]
5	-90	0	0	0	[-115,115]
6	0	0	0	0,085	[-300,300]

Równania Lagrange'a-Eulera [5] opisujące dynamikę robota IRB 1400 mają postać

$$\sum_{j=1}^6 d_{ij}(\theta) \ddot{\theta}_j + \sum_{j=1}^6 \sum_{s=j}^6 h_{ijs}(\theta) \dot{\theta}_j \dot{\theta}_s + g_i(\theta) = \tau_i, i=1, \dots, 6 \quad (1)$$

gdzie  $\tau$  oznacza sterowanie (moment obrotowy),  $\theta$  oznacza zmienne uogólnione (kąty obrotu) oraz

$$d_{ij}(\theta) = d_{ji}(\theta) = \sum_{i=\max(l,j)}^6 \text{tr} \left[ \frac{\partial T_{i0}}{\partial \theta_j} J_{ii} \left( \frac{\partial T_{i0}}{\partial \theta_i} \right)^T \right]$$

$$g_i(\theta) = \sum_{i=1}^6 \left( -m_i g^T \frac{\partial T_{i0}}{\partial \theta_i} r_{ii} \right)$$

$$h_{ijs}(\theta) = [2 - \delta(s-j)] \sum_{i=\max(l,s)}^6 \text{tr} \left[ \frac{\partial^2 T_{i0}}{\partial \theta_j \partial \theta_s} J_{ii} \left( \frac{\partial T_{i0}}{\partial \theta_i} \right)^T \right]$$

$$\delta(j) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } j = 1 \\ 0 & \text{gdy } j \neq 1 \end{cases}$$

gdzie  $m_i$  oznacza masę  $i$ -tego członu ramienia robota,  $g \in R^4$  jest homogenicznym wektorem przyspieszenia ziemskiego w bazowym układzie współrzędnych,  $g = 9,81 \cdot [0, 0, -1, 0]^T$  m/s<sup>2</sup>,  $r_{ij} \in R^4$  jest homogenicznym wektorem współrzędnych środka ciężkości  $i$ -tego członu w  $j$ -tym lokalnym układzie współrzędnych,  $T_{ij} \in R^{4 \times 4}$  jest homogeniczną macierzą transformacji współrzędnych punktu w  $i$ -tym układzie współrzędnych do  $j$ -tego układu współrzędnych,  $T_{ij} = T_{j+1,j} \dots T_{i,i-1}$ ,

$$T_{i,j-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\cos(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & -a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

oraz  $J_{ij} \in R^{4 \times 4}$  jest homogeniczną macierzą inercji  $i$ -tego członu ramienia robota w  $j$ -tym lokalnym układzie współrzędnych

$$J = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} & J_x \\ J_{xy} & J_{yy} & J_{yz} & J_y \\ J_{xz} & J_{yz} & J_{zz} & J_z \\ J_x & J_y & J_z & m \end{bmatrix}$$

gdzie  $J_{xx} = \int x^2 dm$   $J_{xy} = \int xy dm$ ,  
oraz  $J_x = \int x dm$ .

Parametry inercyjne robota nie były znane. Były one wyznaczane w trakcie badań robota bez jego rozkładania, wyznaczone parametry inercyjne robota podano w tabelach 2 i 3, [7].

Uzyskane przybliżenia wydają się stosunkowo dobre, masa całkowita robota podana przez producenta wynosi 225 kg natomiast masa oszacowana na podstawie obliczeń wyniosła 228,035 kg. Tak więc w tym przypadku błąd obliczeń wyniósł -1,349%.

Tabela 2. Masa i współrzędne środka ciężkości robota IRB 1400

Człon $i$	$m_i$ [kg]	$r_{xi}$ [m]	$R_{yi}$ [m]	$r_{zi}$ [m]
1	100,860	-0,0500	0,0783	0
2	15,276	-0,3000	0	0
3	13,506	0	0	0,0202
4	18,474	0	-0,3600	0
5	0,586	0	0	0
6	0,919	0	0	-0,0425

Tabela 3. Momenty bezwładności robota IRB 1400

Człon $i$	$J_{xx}$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_{yy}$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_{zz}$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_{xy}$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_{yz}$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_{zx}$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_x$ [kg m]	$J_y$ [kg m]	$J_z$ [kg m]
1	1.2507	2.1999	0.9335	-1.1851	0	0	-5.0430	7.9007	0
2	1.8331	0,0266	0,0266	0	0	0	-458,28	0	0
3	0.0288	0,0288	0,0698	0	0	0	0	0	0,2732
4	0,0140	3,1924	0,0140	0	0	0	0	-6,6506	0
5	33,7·10 <sup>-5</sup>	4,45·10 <sup>-5</sup>	33,7·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	0	0	0
6	10,2·10 <sup>-5</sup>	10,2·10 <sup>-5</sup>	221·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	0	0	0

### Algorytm iteracyjnie uczącego się sterowania

Problem sterowania programowego i algorytm iteracyjnie uczącego się sterowania można krótko przedstawić w sposób następujący [6]: dany jest liniowy model w czasie dyskretnym obiektu regulacji

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie  $x \in R^n$  jest wektorem stanu,  $u \in R^m$  jest wektorem sygnałów sterujących,  $y \in R^p$  jest wektorem sygnałów wyjściowych oraz sygnał zadany  $y_r(k)$ ,  $k=1, \dots, N$ ,  $y_r \in R^p$ .

Repetycyjnie uczące się sterowanie

$$u(k, l) = u(k, l-1) + \Delta u(k, l) \quad (3)$$

gdzie  $l$  oznacza repetycję (powtórzenie, iterację) jest zbieżne gdy

$$|y_r(k) - y(k, l)| \rightarrow 0 \text{ przy } l \rightarrow \infty$$

Można pokazać, wyznaczając  $\Delta u$  w postaci

$$\Delta u(k, l) = K[y_r(k) - y(k, l)] \quad (4)$$

że sterowanie (3-4) jest zbieżne wtedy i tylko wtedy gdy macierz  $K$  jest wyznaczona w taki sposób, że macierz  $I - CBK$  ma wszystkie wartości własne wewnątrz okręgu jednostkowego.

Przedstawione sterowanie (3-4) zapewnia stosunkowo wolną zbieżność błędu regulacji do zera, np. *dead-beat* sterowanie uczące się pozwala osiągnąć błąd regulacji równy zero dopiero po  $N$  iteracjach. Dlatego w zastosowaniach bardziej interesująca jest tzw. rozszerzone iteracyjnie uczące się sterowanie (ang. extended iterative learning control) [6], gdzie  $\Delta u$  jest wyznaczane wg następującej zależności

$$\Delta u(k, l) = K_1[y_r(k) - y(k)] + K_2[x(k, l) - x(k, l-1)] \quad (5)$$

Warunek zbieżności sterowania uczącego się (3-4) oraz (3-5) jest taki sam. W pracy [6] pokazano, że przy następujących macierzach wzmacnień prawa sterowania (5)

$$K_1 = (CB)^T [CB(CB)^T]^{-1} \text{ oraz } K_2 = -K_1 CA \quad (6)$$

można otrzymać błąd regulacji równy zero już po pierwszej iteracji. Warto podkreślić, że sterowanie *dead-beat* jest możliwe tylko wtedy, gdy model obiektu (2) jest znany dokładnie.

### Iteracyjnie uczące się sterowanie robota IRB 1400

Stosując następujące przybliżenia pierwszych i drugich pochodnych

$$\dot{\theta}(t) \approx \frac{\theta(t) - \theta(t - T_p)}{T_p} \text{ oraz } \ddot{\theta}(t) \approx \frac{\dot{\theta}(t + T_p) - \dot{\theta}(t)}{T_p}$$

gdzie  $t$  oznacza czas, a  $T_p$  jest okresem próbkowania, można wyznaczyć na podstawie (2) następujący model z czasem dyskretnym robota

$$\sum_{j=1}^6 d_{ij}(\theta, k) \frac{\theta_j(k+1) - 2\theta_j(k) + \theta_j(k-1)}{T_p^2} + g_i(\theta, k) = \tau_i(k) \quad (7)$$

$l = 1, \dots, 6$

$$+ \sum_{j=1}^6 \sum_{s=j}^6 h_{js}(\theta, k) \frac{\theta_j(k) - \theta_j(k-1)}{T_p} \frac{\theta_s(k) - \theta_s(k-1)}{T_p} + g_i(\theta, k) = \tau_i(k)$$

gdzie  $k$  oznacza czas dyskretny,  $kT_p = t$ .  
Następnie wyznaczono model robota IRB 1400 w przestrzeni stanu

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(x, k) + B(x, k)u(k) \\ \theta(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie  $x(k) = \begin{bmatrix} \theta(k) \\ \theta(k-1) \end{bmatrix}$  oraz  $u(k) = \tau(k)$ .

Na podstawie modelu (8) zastosowano nieliniowe, zmienne w czasie prawo sterowania uczącego się analogiczne do (3-5)

$$u(k, l) = u(k, l-1) + K_1(x, k)[y_r(k) - y(k)] + K_2(x, k)[A(x, k, l) - A(x, k, l-1)] + K_3(x, k)u(k, l-1) \quad (9)$$

gdzie  $l$  oznacza repetycję, i analogicznie do (6) wyznaczono

$$K_1(x, k) = [CB(x, k)]^T (CB(x, k)[CB(x, k)]^T)^{-1}$$

$$K_2(x, k) = -K_1(x, k)C \tag{10}$$

$$K_3(x, k) = K_1(x, k)CB(x, k)l^{-1}$$

Można pokazać, podobnie jak dla układu liniowego, że w przypadku dokładnego modelu (8) obiektu (7) powyższe sterowanie daje błąd regulacji równy zero już po pierwszej iteracji.

W czasie komputerowego modelowania iteracyjnie uczącego się układu sterowania robota IRB 1400 do modelowania robota wykorzystano model (7) z parametrami podanymi w tabelach 1, 2 i 3, a iteracyjnie uczące się sterowanie (9-10) wyznaczono na podstawie modelu robota (8) z parametrami podanymi w tabelach 1, 4 i 5. Cały układ modelowano z okresem próbkowania  $T_p=0,01$  s.

Robot zaczynał ruch w pozycji przedstawionej na rys. 1:  $\theta_1(0)=\theta_3(0)=\theta_4(0)=\theta_5(0)=\theta_6(0)=0^\circ$  oraz  $\theta_2(0)=90^\circ$  i miał obrócić wszystkie przeguby o  $+30^\circ$  w czasie 1 s przy zadanej tolerancji  $|y_r(k)-y(k)| < 0,05^\circ$ . Sygnał zadany klasy C2 był funkcją sklejającą 3 wielomianów trzeciego stopnia.

**Tabela 4.** Masa i współrzędne środka ciężkości modelu robota IRB 1400 do wyznaczenia sterowania

Człon <i>i</i>	$m_i$ [kg]	$r_{xi}$ [m]	$r_{yi}$ [m]	$r_{zi}$ [m]
1	105,903	-0,0525	0,0822	0
2	16,039	-0,3150	0	0
3	14,181	0	0	0,0212
4	19,397	0	-0,3780	0
5	0,615	0	0	0
6	0,964	0	0	-0,0446

**Tabela 5.** Momenty bezwładności modelu robota IRB 1400 do wyznaczenia sterowania

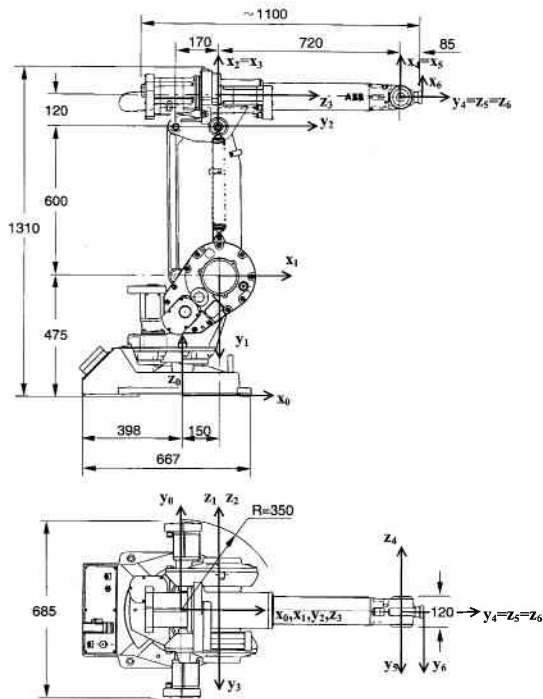
Człon <i>i</i>	$J_{xx}$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_{yy}$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_{zz}$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_{xy}$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_{yz}$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_{xz}$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_x$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_y$ [kg m <sup>2</sup> ]	$J_z$ [kg m <sup>2</sup> ]
1	1,4193	2,5269	1,0696	-1,3719	0	0	-5,5599	8,7105	0
2	2,0956	0,0293	0,0293	0	0	0	-5,0525	0	0
3	0,0317	0,0317	0,0889	0	0	0	0	0	0,3012
4	0,0154	4,0647	0,0154	0	0	0	0	-7,3323	0
5	$37,1 \cdot 10^{-5}$	$4,90 \cdot 10^{-5}$	$37,1 \cdot 10^{-5}$	0	0	0	0	0	0
6	$11,2 \cdot 10^{-5}$	$11,2 \cdot 10^{-5}$	$282 \cdot 10^{-5}$	0	0	0	0	0	-0,0430

ciach. Łatwo zauważyć, że układ sterowania robota pracuje bardzo dobrze, szybko osiągając błędy sterowania mniejsze od zadanej tolerancji, a sygnał sterujący przyjmuje wartości rozsądne. Przy zwiększeniu czasu wykonania ruchu sygnał sterujący będzie osiągał mniejsze wartości.

Dla porównania na rys. 5 i 6 przedstawiono „niedokładność” modelu. Na rys. 5 pokazano wyjście robota oraz wyjście modelu robota przy tym samym sygnale sterującym, a na rys. 6 różnicę między wyjściem robota i wyjściem modelu robota. Wartości

**Tabela 6.** Maksymalne wartości błędu sterowania

Repetycja <i>l</i>	$ \theta_{1r}-\theta_1 _{\max}$ [°]	$ \theta_{2r}-\theta_2 _{\max}$ [°]	$ \theta_{3r}-\theta_3 _{\max}$ [°]	$ \theta_{4r}-\theta_4 _{\max}$ [°]	$ \theta_{5r}-\theta_5 _{\max}$ [°]	$ \theta_{6r}-\theta_6 _{\max}$ [°]
0	30	30	30	30	30	30
1	0,2816	2,0595	6,6443	7,8254	17,215	15,005
2	0,0074	0,2577	0,5366	1,2797	2,1701	2,3934
3	0,0006	0,0170	0,0325	0,1511	0,1102	0,3261
4	0,00005	0,00102	0,00227	0,01481	0,01133	0,03667
model	0,2822	1,8218	6,1387	6,8475	15,499	13,368



**Rys. 1.** Robot IRB 1400

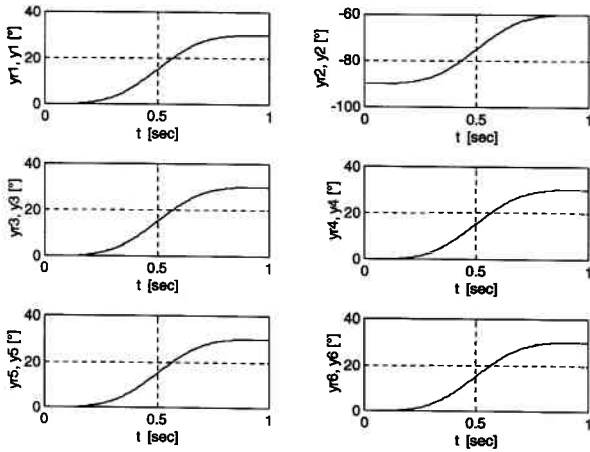
numeryczne uzyskane dla modelu robota przy wyznaczonym sterowaniu podano również w ostatnim wierszu tabeli 6. Widać, że różnice są znaczne.

**Uwagi końcowe**

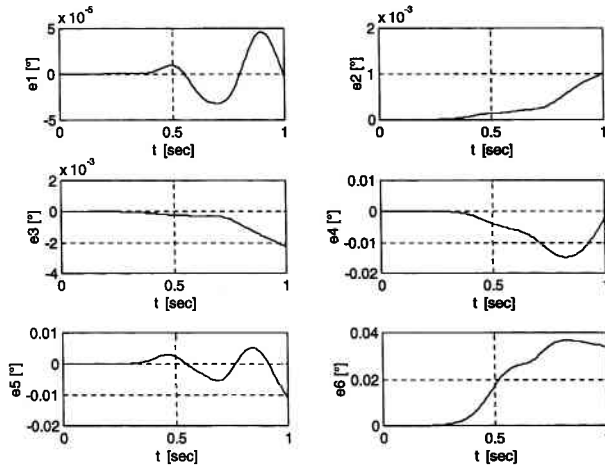
Przedstawiono wyniki uzyskane w czasie modelowania iteracyjnie uczącego się sterowania robota IRB 1400. Pokazano, że algorytm działa skutecznie także w przypadku, gdy parametry modelu robota są obciążone błędem. W przedstawionym przypadku, mimo błędów parametrów modelu rzędu 5% (masa i położenie środków ciężkości) i 10%

(momenty bezwładności), uzyskano zadowalającą jakość sterowania po 3 repetycjach. Głównym problemem na przedstawionym etapie badań było wyznaczenie matematycznego modelu robota.

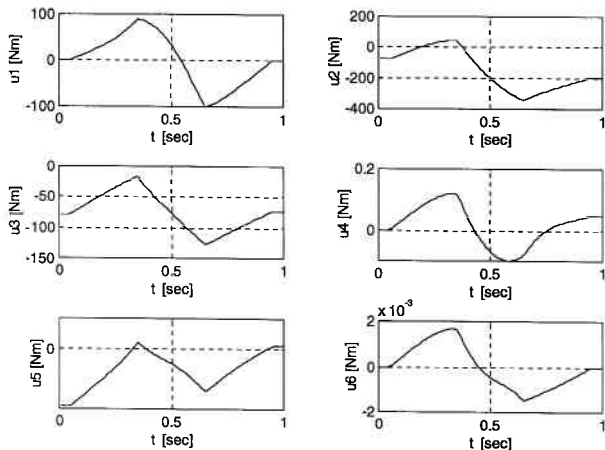
Próby aplikacji sterowania uczącego się do sterowania rzeczywistym robotem IRB 1400 na razie nie zostały sfinalizowane. Podstawowym problemem jest tu fakt, iż producent dostarcza robota z gotowym układem sterowania bez żadnej możliwości ingerencji przez użytkownika. Należy spodziewać się, że pierwsze próby praktycznego zastosowania algorytmu regulacji uczącej się zostaną zrealizowane w robotach laboratoryjnych, dydaktycznych.



Rys. 2. Sygnały zadane i wyjściowe robota IRB 1400 po 3 repetycjach



Rys. 3. Błędy sterowania robota IRB 1400 po 3 repetycjach

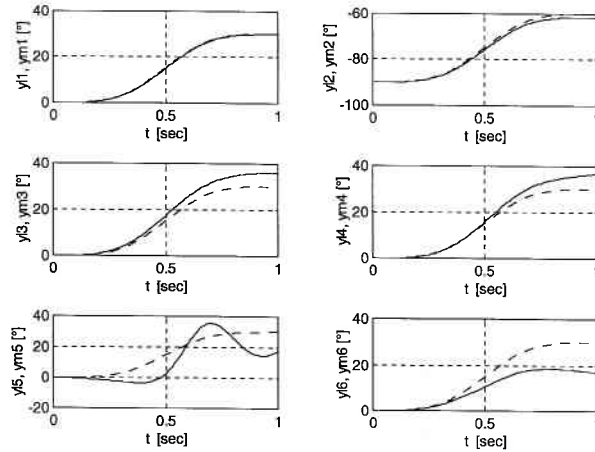


Rys. 4. Sygnały sterujące robota IRB 1400 po 3 repetycjach

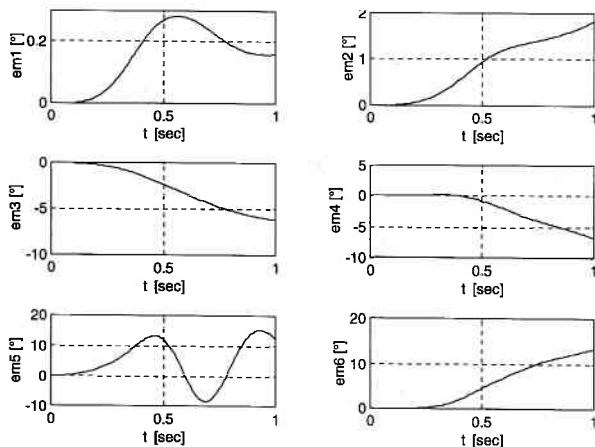
## Literatura

- [1] ABB Robotics, Manual de producto IRB 1400.
- [2] C. S. G. FU, R. C. GONZALES, C. S. G. LEE: Robotics, Control, Sensing, Vision and In-telligence. McGraw Hill, 1987.
- [3] R. S. HARTENBERG, J. DENAVIT: A kinematic notation for lower pair mechanisms ba-sed on matrices. Applied Mech., vol. 77, pp. 215-221, 1955.
- [4] T. INOUE, M. NAKANO, T. KUBO S. MATSUMATO and H. BABA: High accuracy control of a proton synchrotron magnet power supply. Proc. 8th IFAC World Congress, vol. XX, pp. 216-221, 1981.
- [5] S. KAWAMURA, F. MIYAZAKI, S. ARIMOTO: Application of learning method for dy-namic control of robot manipulators. Proc. 24th Con Decision Contr., pp. 1381-1386, Fort Lauderdale, USA, 1985.
- [6] J. E. KUREK, M. B. ZAREMBA: Iterative learning control synthesis based on 2-D system theory. IEEE Trans. Automat. Control, vol. 38, pp. 121-125, 1993.
- [7] C. Á. LÓPEZ SÁNCHEZ: Modelo Matematico del robot ABB IRB 1400. Proyecto fin de carrera, Grupo de Visión y Robotica, Universidad de Murcia, pp. 123, June 1997.

## Artykuł recenzowany



Rys. 5. Wyjście robota (Tab. 2, 3) i modelu (Tab. 4, 5) (linia ciągła) przy sygnale sterującym z rys. 4



Rys. 6. Różnica między wyjściem robota (Tabela 2) i modelem (Tabela 3) przy sygnale sterującym z rys. 4