

Adam KRZYWAŹNIA, Janusz OCIEPKA

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA

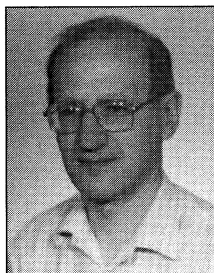
WYDZIAŁ ELEKTRONIKI

WYDZIAŁOWY ZAKŁAD MIERNICTWA I SYSTEMÓW POMIAROWYCH

## Błędy dyskretyzacji sygnału w szczególnej metodzie cyfrowej detekcji fazoczułej - wyniki symulacji komputerowej

Dr inż. Adam KRZYWAŹNIA

– jest adiunktem w Zakładzie Wydziałowym Miernictwa i Systemów Pomiarowych Politechniki Wrocławskiej. Członek Stowarzyszenia Elektryków Polskich.



Dr inż. Janusz OCIEPKA

– jest adiunktem w Zakładzie Wydziałowym Miernictwa i Systemów Pomiarowych Politechniki Wrocławskiej. Członek Stowarzyszenia Elektryków Polskich.



### Streszczenie

W pracy rozważano szczególny przypadek pomiaru składowych ortogonalnych sinusoidalnego sygnału pomiarowego metodą cyfrowej detekcji fazoczułej. Metoda ta charakteryzuje się tym, że informację pomiarową uzyskuje się w wyniku próbkowania synchronicznego cztery razy w okresie sygnału, co zdecydowanie upraszcza algorytmy obliczeniowe składowych ortogonalnych. Badano średniokwadratowe błędy amplitudy i przesunięcia fazowego w zależności od warunków kwantowania i uśredniania wyników, posługując się metodą symulacji komputerowej. Badania wykazały, że w zakresie małych poziomów szumu występują optymalne warunki kwantyzacji, ponieważ wtedy uśrednianie wyników z wielu serii pomiarów powoduje najbardziej efektywne zmniejszanie błędów średniokwadratowych. Ogólnie zmniejszanie błędów w wyniku uśredniania zachodzi odwrotnie proporcjonalnie do pierwiastka kwadratowego z liczby pomiarów.

### Abstract

Quantization errors in a particular method of measurement of orthogonal components of sinusoidal signals by the means of a digital phase-phase sensitive detection system are presented. The method of measurement is based on synchronous sampling four times in a period of the measuring signal. Root-mean square errors of amplitude and phase were investigated by the use of computer simulation method. It has been shown that the optimal conditions for signal quantization occur in a presence of relatively small noise, namely approximately 0.5 LSB, when the averaging of samples becomes most effective.

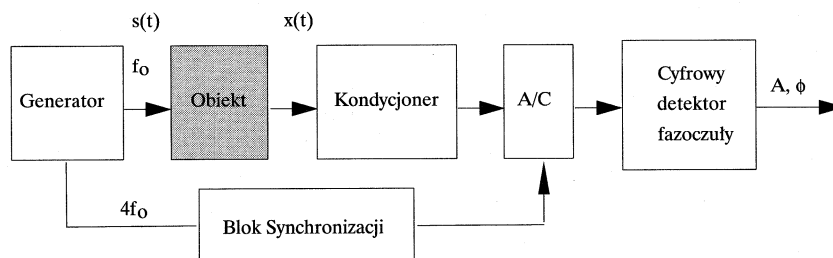
### Wstęp

Przedmiotem opracowania jest przedstawienie wyników symulacyjnej analizy cyfrowego detektora fazoczułego. Systemy działające według zasady detekcji fazoczułej znajdują szerokie zastosowanie w technice pomiarowej ze względu na korzystne właściwości, zwłaszcza odporność na zakłócenia o charakterze szumu losowego [1]. Z tego powodu systemy te nadają się do pomiarów sygnałów o stosunkowo małych wartościach w porównaniu z szumami i mogą być stosowane do współpracy z rozmaitym rodzajem czujnikami, np. imitacyjnymi i impedancyjnymi [2]. Duże znaczenie praktyczne mają systemy detekcji fazoczułej, w której wykorzystuje się częstotliwość próbkowania czterokrotnie większą od częstotliwości sygnału, tj.  $f_s = 4f_0$  [3]. Z właściwości dyskretnego przekształcenia Fouriera wynika wówczas szczególnie prosta postać rachunkowa tego przekształcenia, w którym ciągi współczynników w obliczeniach części rzeczywistej i urojonej przyjmują tylko wartości +1, -1 lub 0 (przypadek ten w literaturze nazwano całko-

witoliczbowym przetwarzaniem cyfrowym [4]). W pracy badane będzie zasadniczo zagadnienie niedokładności wyznaczania amplitudy i kąta przesunięcia fazowego harmonicznego sygnału pomiarowego, poddanego przetwarzaniu analogowo-cyfrowemu w obecności szumu zewnętrznego. Zakłada się, że wielkościami mierzonymi są amplituda i kąt przesunięcia fazowego tego sygnału i są one wyznaczane na podstawie zbioru próbek uzyskanych w wyniku próbkowania równomiernego zsynchronizowanego z sygnałem pomiarowym. Sygnał pomiarowy jest próbkowany 4 razy w okresie, a uzyskane zbioru próbek poddawane są uśrednieniu w celu poprawienia dokładności wyniku. W systemie tym występuje zatem zwiększanie dokładności pomiaru kosztem wydłużania czasu pomiaru.

### Cyfrowy detektor fazoczuły

Strukturę cyfrowego systemu pomiarowego z detekcją fazoczułą przedstawiono na rys. 1. Sygnał testujący ma postać  $s(t) = A_s \cos[2\pi f t + \phi_s]$ , natomiast sygnał pomiarowy wyraża się wzorem  $x(t) = A(t) \cos[2\pi f t + \phi(t)]$ , gdzie  $A(t)$ ,  $\phi(t)$  są wolnozmiennymi funkcjami czasu (w porównaniu z częstotliwością sygnału  $x(t)$ ). Sygnał odniesienia  $r(t)$  do detekcji fazoczułej ma częstotliwość  $4f_0$  i jest zsynchronizowany z sygnałem testującym. Informację pomiarową uzyskuje się z wartości amplitudy  $A(t_i)$  oraz przesunięcia fazy  $\phi_c(t_i) = \phi(t_i) - \phi_0$ , gdzie  $t_i$  oznacza moment pomiaru, a  $\phi_0$  jest własnym przesunięciem fazowym toru pomiarowego. W wyniku próbkowania sygnału cztery razy w okresie uzyskuje się zbiór próbek  $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}$ , który następnie podlega przekształceniu Fouriera ze współczynnikami  $H_1 = \{1, 0, -1, 0\}$  w kanale części rzeczywistej i  $H_2 = \{0, 1, 0, -1\}$  w kanale części urojonej:



Rys. 1. Schemat blokowy systemu do pomiaru amplitudy i przesunięcia fazy z  $f_s = 4f_0$

$$\begin{aligned} \text{Re} &= x_0 - x_2, \\ \text{Im} &= x_1 - x_3 \end{aligned} \quad (1)$$

W celu poprawienia dokładności przekształcenia stosuje się uśrednianie zbiorów próbek z  $K$  okresów, przy czym dużą rolę w tym procesie odgrywa szum zewnętrzny. W przypadku idealnego kwantyzera występują deterministyczne zależności pomiędzy błędami kwantowania i sygnałem pomiarowym, wobec czego uśrednianie nie poprawiało by dokładności. Wprowadzenie szumu zewnętrznego powoduje zmniejszenie korelacji pomiędzy sygnałem  $x(t)$  a błędami kwantowania w idealnym kwantyzersze, a w rezultacie, przy określonych wartościach szumu, zmniejsza wynikowy błąd przekształcenia. Z teorii wiadomo, że jeśli założy się losowy charakter błędu kwantowania, to przy przetwarzaniu sygnału harmonicznego, przy pełnym wykorzystaniu zakresu przetwornika a/c stosunek mocy sygnału do mocy szumu  $F_{qc}$  w dziedzinie czasu opisuje wzór [3]:

$$F_{qc} = (1.76 + 6.02 N) \text{ dB}, \quad (2)$$

gdzie  $N$  jest liczbą bitów przetwornika analogowo-cyfrowego.

W przypadku cyfrowego detektora fazoczułego z synchronicznym próbkowaniem nie są jednak spełnione warunki losowości błędu kwantowania wymagane we wzorze (2), wobec czego ma on znaczenie orientacyjne. Dodając do sygnału zewnętrzny szum o odpowiednio dobranym poziomie (tzw. dither) można wprowadzić losowość w procesie kwantowania, ale wówczas wzór (2) w ścisłym znaczeniu nie obowiązuje. Z drugiej strony, zastosowanie uśredniania w dziedzinie transformat fourierowskich polepsza stosunek sygnał/szum  $F_{qsr}$  w rozważanym systemie według następującej zależności [3]:

$$F_{qsr} = \{1,76 + 6,02 [N + \log_4(\frac{f_s}{2B})]\} \text{ [dB]}, \quad (3)$$

gdzie  $F_{qsr}$  jest stosunkiem mocy zawartej w składowej sygnału do mocy szumów w dziedzinie częstotliwości,  $B$  oznacza szerokość pasma po uśrednieniu próbek widma (wynika ona z szybkości przepływu danych po uśrednieniu),  $f_s$  - częstotliwość próbkowania. W przypadku cyfrowego detektora fazoczułego o strukturze jak na rys. 1, jeśli sygnał wyjściowy jest mierzony w stanie ustalonym (nie ma chwilowych zmian  $A(t)$  i  $\phi(t)$ , czyli są to wielkości stałe na relatywnie długich odcinkach czasu), to wartości  $B$  mogą być teoretycznie bardzo małe. Wynika to stąd, że w takich warunkach uśred-

nianiu może podlegać dowolnie duża liczba wyników. W celu dokładniejszego zbadania procesów zachodzących w rozważanym systemie cyfrowego detektora fazoczułego zdecydowano się zastosować technikę symulacji komputerowej [5].

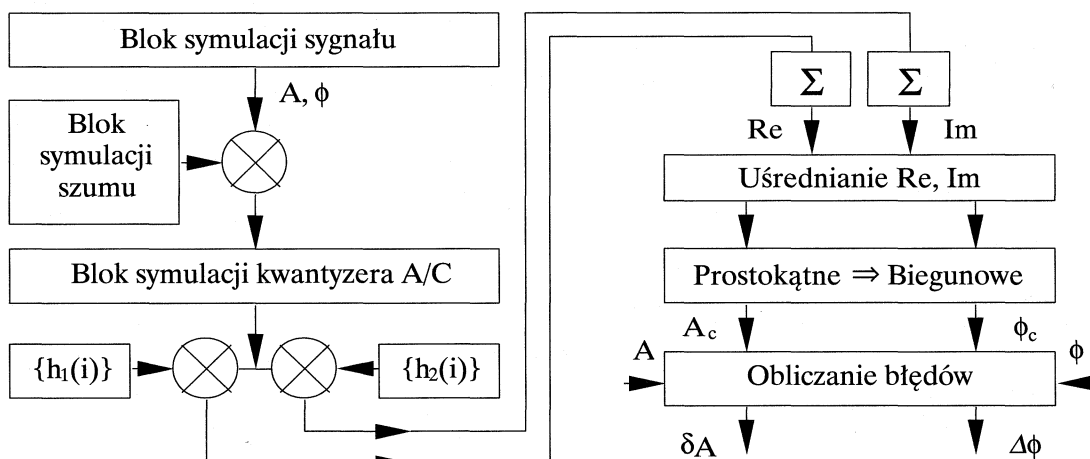
### Badanie błędów cyfrowej detekcji fazoczułej metodą symulacji komputerowej

Strukturę systemu podlegającego symulacji przedstawiono na rys. 2. Zawiera on wszystkie bloki reprezentujące realny system cyfrowej detekcji fazoczułej, uzupełnione o blok symulacji sygnału testującego.

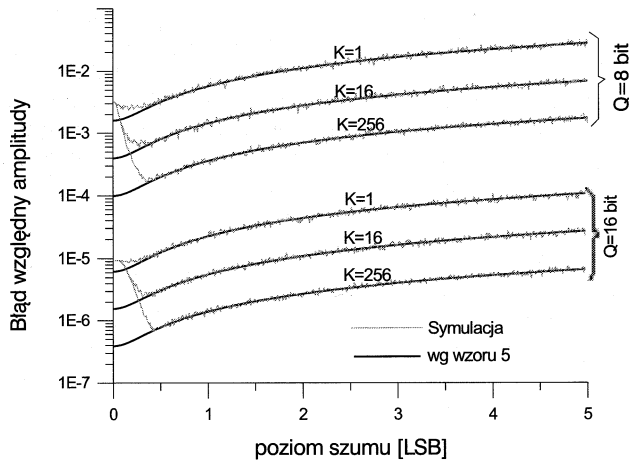
Właściwości szumowe badano za pomocą bloku generującego addytywny szum losowy o zadanych charakterystykach. Założono, że wielkościami wyjściowymi są: amplituda  $A_c$  i kąt przesunięcia fazowego  $\phi_c$ , uzyskane w wyniku uśredniania zadanej liczby realizacji. Do określenia właściwości metrologicznych tego typu pomiaru opracowano program komputerowy symulujący wpływ podstawowych czynników występujących w tym procesie. W szczególności uwzględniono rozdzielczość przetwornika analogowo-cyfrowego  $Q$ , poziom zewnętrznego szumu  $U_s$  o różnych funkcjach rozkładu gęstości prawdopodobieństwa (gaussowski, równomierny), warunki uśredniania sygnału cyfrowego ( $K$  - liczba okresów sygnału pomiarowego, w którym dokonuje się pomiaru). W generacji harmonicznego sygnału testującego uwzględniono kąt przesunięcia fazowego. Amplituda tego sygnału była automatycznie dostosowywana do zakresu przetwornika w taki sposób, aby wartość międzyszczytowa była równa zakresowi przetwornika.

Program symulujący działanie systemu składa się z następujących modułów:

- moduł generacji sygnału testującego, w którym wytwarzano cyfrowy sygnał sinusoidalny o zadanych parametrach (amplituda i kąt przesunięcia fazowego) w postaci zbioru próbek o pomijalnym błędzie,
- moduł generacji szumu, w którym wytwarzano cyfrowy sygnał losowy reprezentujący szum addytywny; generowano dwa rodzaje szumu o gaussowskim i równomiernym rozkładzie gęstości prawdopodobieństwa amplitudy,
- moduł przetwornika analogowo-cyfrowego, w którym symulowano kwantyzator idealny o różnej rozdzielczości,
- moduł obliczania i uśredniania składowych ortogonalnych sygnału pomiarowego, który realizuje podstawową operację obliczeniową systemu,



Rys. 2. Schemat funkcjonalny symulacji systemu według rys.1



Rys. 3. Wpływ szumu addytywnego  $U_s$  na średniokwadratowy błąd pomiaru średniej amplitudy  $\Delta A$  dla różnej liczby uśrednianych okresów  $K$  i dla dwóch rozdzielczości kwantyzera  $Q$ .

– moduł przekształcania wyniku i obliczania błędów, który przedstawia wyniki w postaci biegunowej i oblicza błędy wyznaczenia amplitudy i fazy.

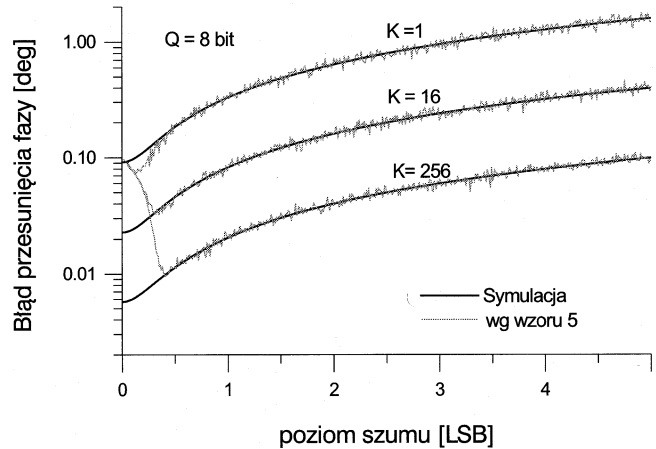
W celu uzyskania wiarygodnego obrazu badanego zjawiska wykonano wielokrotne powtórzenia wybranego algorytmu symulacji (zazwyczaj rzędu kilkuset razy), a otrzymany zbiór realizacji stanowił podstawę do dalszej analizy statystycznej.

### Przykładowe wyniki symulacji

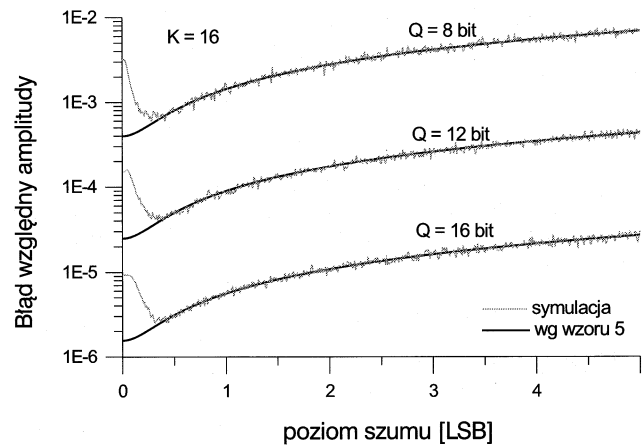
Cyfrowy sygnał losowy reprezentujący addytywny szum o gausowskim rozkładzie gęstości prawdopodobieństwa amplitudy uzyskiwano jako sumę z kilkudziesięciu losowo wybranych wartości z zadanego przedziału o równomiernym rozkładzie gęstości prawdopodobieństwa [5]. Jak wiadomo, obecność zewnętrznego szumu powoduje zmniejszenie korelacji pomiędzy próbkowanym sygnałem a błędami kwantowania i w efekcie zmniejszenie wyników średniokwadratowych błędów pomiaru średniej amplitudy  $\Delta A$  i średniego przesunięcia fazowego  $\Delta\phi$ , co odbywa się oczywiście kosztem wydłużenia czasu pomiaru. Efekty te widać na rys. 3 i rys.4, przedstawiających zależności średniokwadratowych błędów  $\Delta A$  i  $\Delta\phi$  w funkcji wartości skutecznej szumu (Uwaga: poziom szumu odnosi się tu do wartości skutecznej szumu, znormalizowanej względem ziarna kwantyzera, którego wartość oznaczono jako LSB). Przy braku zewnętrznego szumu ( $U_s = 0$ ) nie występuje efekt uśredniania, a wartości błędów  $\Delta A$  i  $\Delta\phi$  mają charakter deterministyczny i zależą silnie od początkowego przesunięcia sygnału  $\phi$ . Dodanie szumu o wartości pośredniej ( $U_s$  około 0,2LSB) powoduje zmniejszanie błędów pomiaru jedynie w ograniczonym zakresie uśredniania (do około 16 uśrednianych okresów). Przy poziomie szumu większym od 0,4LSB występuje efekt zmniejszania się błędów wraz ze wzrostem liczby uśrednianych okresów  $K$ , lecz wartości tego błędu są większe niż przy poziomie optymalnym 0,4 LSB. Z rys. 3 i 4 wynika, że wzrost szumu powoduje zawsze wzrost wartości błędów  $\Delta A$  i  $\Delta\phi$ , ale można te błędy zmniejszyć stosując uśrednianie (parametr  $K$ , oznaczający liczbę okresów, w których następuje uśrednianie składowych ortogonalnych). Okazało się, że do otrzymanych wyników  $\Delta A$  i  $\Delta\phi$  z dobrą dokładnością stosuje się związek znany z literatury [6]:

$$\Delta\phi = \arcsin \Delta A \quad (4)$$

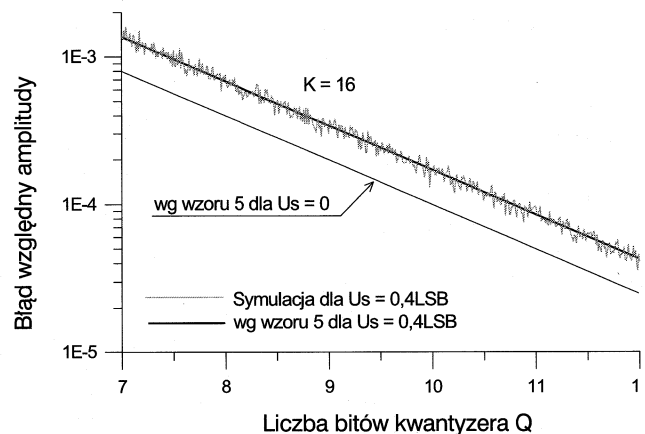
Krzywe  $\Delta A = f(U_s)$  pokazane na rys.5 obrazują zależność błędu  $\Delta A$  od rozdzielczości kwantyzera przy  $K = \text{const} = 16$ , z których



Rys. 4. Wpływ szumu addytywnego  $U_s$  na średniokwadratowy błąd pomiaru średniego przesunięcia fazowego  $\Delta\phi$  dla różnej liczby uśrednianych okresów  $K$  i 8-bitowego kwantyzera



Rys. 5. Wpływ szumu addytywnego  $U_s$  na średniokwadratowy błąd pomiaru średniej amplitudy  $\Delta A$  przy różnej rozdzielczości kwantyzera  $Q$  i przy uśrednianiu za 16 okresów



Rys. 6. Wpływ rozdzielczości kwantyzera  $Q$  na średniokwadratowy błąd pomiaru średniej amplitudy  $\Delta A$  dla różnych poziomów szumu addytywnego przy uśrednianiu wyników za 16 okresów

wynika, że przy małym poziomie szumu ( $0,4\text{LSB} < U_s < 2\text{LSB}$ ) możliwe jest osiągnięcie średniokwadratowego błędu pomiaru  $\delta A$  na poziomie 0,001% przy stosowaniu kwantyzera 16-bitowego i umiarkowanej liczbie uśrednień.

Znaleziono ogólną zależność opisującą błąd  $\delta A$  w rozważanej metodzie jako funkcję poziomu szumu i rozdzielczości kwantyzera w postaci:

$$\delta A = \frac{\sqrt{\frac{2}{K} (U_s^2 + 1)}}{2^Q} \quad (5)$$

gdzie  $U_s$  oznacza wartość skuteczną szumu, wyrażoną w odniesieniu do ziarna kwantyzera,  $Q$  liczbę bitów kwantyzera,  $K$  jak poprzednio liczbę okresów, w których następuje uśrednianie. Rys.6 obrazuje zależność błędu  $\delta A$  od rozdzielczości kwantyzera przy  $K=16$  i  $U_s=0,4\text{LSB}$  w porównaniu z oszacowaniem błędu otrzymanym z zależności (2) przy uwzględnieniu uśrednienia (z czterech próbek) związanego z przejściem do dziedziły częstotliwości – prosta opisana parametrem  $U_s=0$ .

Teoretycznie można uzyskać dowolny stopień zmniejszenia średniokwadratowych błędów pomiaru w wyniku uśredniania. W praktyce ten efekt zostanie ograniczony rzeczywistą liniowością przetwornika analogowo-cyfrowego oraz dopuszczalną długością czasu trwania pomiaru. Zastosowanie przetwornika analogowo-cyfrowego o większej rozdzielczości daje oczywiście wzrost dokładności, jednak nie zawsze takie rozwiązanie jest możliwe z uwagi na cenę i złożoność układu.

### Wnioski

W pracy przedstawiono wyniki symulacyjnej analizy cyfrowej metody pomiaru składowych ortogonalnych sygnału harmonicznego za pomocą dyskretnego przekształcenia Fouriera zastosowanego do bardzo małej liczby próbek w okresie sygnału. Synchronicz-

ne próbkowanie sygnału w obecności niewielkiego szumu rozruchowego i wielokrotne uśrednianie tak otrzymanych transformat fourierowskich umożliwiają uzyskanie niedokładności pomiaru amplitudy na poziomie  $k \cdot 0,001\%$  i przesunięcia fazowego na poziomie  $k \cdot 0,001\text{deg}$ , przy zastosowaniu obecnie dostępnych na rynku przetworników a/c. Ze względu na prostotę algorytmu obliczeniowego implementacja systemu pomiarowego w technice współczesnych procesorów DSP może być stosunkowo nieskomplikowana, dzięki czemu system taki może pracować w zakresie częstotliwości do kilku, a nawet kilkunastu MHz (stosując np. wizyjne przetworniki analogowo-cyfrowe). Wydaje się, że cyfrowe systemy detekcji fazoczułej mogą znaleźć szersze zastosowanie w przetwarzaniu sygnałów pomiarowych z rozmaitych czujników i przetworników stosowanych w miernictwie przemysłowym.

### Literatura

1. R.W. SMITH, L.L. FREESTON, B.H. BROWN, A.M.SINTON, Design of a phase sensitive detector to maximize signal-to-noise ratio in the presence of Gaussian noise, Meas. Sci. Technol., vol.3, 1992, s.1054-1062.
2. A. ALBERTINI, W. KLEEMANN, Analogue and digital lock-in techniques for very-low frequency impedance spectroscopy, Meas. Sci. Technol., vol.8, 1997, s. 666-672.
3. M. VILLA, FENG TIAN, P.COFRANCESCO, J.HALAMEK, M.KASAL, High-resolution digital quadrature detection, Rev. Sci. Instrum., vol.67, 1996, s. 2123-2129.
4. J.HOWARD, H.P.LANDGRAF, Quadrature sampling phase detection, Rev. Sci. Instrum., vol. 65, 1994, s. 2130-2123.
5. D. W. HEERMANN, Podstawy symulacji komputerowych w fizyce. WNT, Warszawa, 1997.
6. R. K. OTNES, L.E. ENOCHSON, Analiza numeryczna szeregów czasowych. WNT, Warszawa 1978.

Artykuł recenzowany

## INFORMACJE

### Porozumienie o współpracy

Polskie Towarzystwo Metrologiczne i Redakcja PAK zawarły 1 października b.r. porozumienie o współpracy w latach 2000 - 2003.

Celem tej współpracy jest podniesienie atrakcyjności merytorycznej i wydawniczej czasopisma Pomiary • AUTOMATYKA • KONTROLA i zaspokojenie zgłaszanych potrzeb w zakresie organizowania firmowych seminariów naukowo-technicznych oraz społecznego programowania współpracy pomiędzy gospodarką i nauką w obszarze metrologii i techniki pomiarowej.

Polskie Towarzystwo Metrologiczne będzie społecznie wspomagać realizację ustawy „Prawo o miarach” m. in. na łamach PAK-u.

Przewiduje się w najbliższym czasie uruchomienie merytorycznej zawartości wкладки „Metrologia i Technika Pomiarowa” umieszczanej cyklicznie w czasopiśmie Pomiary • AUTOMATYKA • KONTROLA. Pierwszy numer wкладки zamieszczony zostanie w PAK 12/2000.

Organizowane przez PTM i redakcję PAK seminaria naukowo-techniczne (w tym częściowo sponsorowane przez organizatorów) powinny przynieść korzyści zarówno producentom jak i użytkownikom przemysłowej aparatury kontrolno-pomiarowej.

## S&O MET s.c. METROLOGIA EKOLOGIA

44-100 GLIWICE, ul. Konarskiego 9/5  
tel./fax (032) 331 51 86, tel. kom. 0 601 49 53 87

### OFERUJEMY PRZYRZĄDY POMIAROWE NAJNOWSZEJ GENERACJI:

- **Microdust Pro** – przyrząd do pomiaru zapylenia o zakresie pomiarowym 0 do 2500 mg/m<sup>3</sup> z rozdzielczością 1µg/m<sup>3</sup>. Zakres pomiarowy podzielony na 4 podzakresy. Wewnętrzny zbieracz danych, oprogramowanie. WinDustPro, możliwość zadeklarowania 4 różnych kalibracji dla 4 użytkowników. Urządzenie w wykonaniu przenośnym.
- **Hydra SX30 i Hydra SX40** – przepływomierze dwuczęstotliwościowe najnowszej generacji. Zakres pomiarowy 0,06 do 5,5 m/s, dokładność ±1%. Wersja przenośna SX30 w obudowie IP67, SX40 wersja stacjonarna, przeznaczone do pomiarów przepływu cieczy zawierających bąbelki gazu i cząstki stałe. Wewnętrzny zbieracz danych, oprogramowanie HydraLink.
- **AquaCorr+** – precyzyjny kolerator do lokalizacji przecieków z rurociągów. Urządzenie przenośne, efektywne dla rur stalowych, jak i z innych materiałów. Szczególnie przydatne do wykrywania przecieków na terenie miast, gdzie wykonywanie dużych wykopów wiąże się z ogromnymi kosztami.
- **Ponadto w naszej ofercie szereg innych przyrządów pomiarowych takich jak:** przepływomierze, pirometry, mierniki wilgotności, mierniki hałasu, stacje meteorologiczne, przyrządy do pomiaru zawartości wody w oleju, mierniki zapylenia i wiele innych.

ZAPRASZAMY DO WSPÓŁPRACY  
I ŻYCZYMY ZADOWOLENIA Z NABYTEGO U NAS SPRZĘTU