Michał SZYPER *)

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA IM. ST. STASZICA W KRAKOWIE
ZAKŁAD METROLOGII

Badania modelowe systemów pomiarowych

Streszczenie

Publikacja przedstawia zarys metody budowania modeli systemów pomiarowych oraz przegląd wybranych zastosowań badań modelowych. Koncepcja modelowania polega na odwzorowaniu struktury systemów jako układu elementów funkcjonalnych, powiązanych przetwarzanymi sygnałami. Poszczególne elementy modelowane są za pomocą specyficznych operacji. Taki sposób modelowania umożliwia osiąganie wysokiej jakości odwzorowania rzeczywistych właściwości systemów w ich modelach. Omówiono trzy rodzaje zastosowań badań modelowych: analizę błędów i wrażliwości oraz optymalizację.

Abstract

The paper presents an outline of a method of forming of measurement systems models, as well as a review of chosen applications of model investigations. The idea modelling cosists in a mapping of measurement systems structures onto networks of functional elements joined with converted signals. Individual elements are represented as particular operations upon input variables with regard of values of systems parameters.

This method of modelling makes possible to achieve high quality mapping of real systems onto their models. Three types of model investigations are treated as a subject: analysis of errors and sensitivities as vell as optimisation.

Wstęp

Niniejsza publikacja jest przeglądem właściwości i zastosowań pewnej metody budowania modeli matematycznych systemów pomiarowych. Taka deklaracja jest jednak już na wstępie obciążona koniecznością udzielenia odpowiedzi na pytanie zasadnicze: - po co budować modele systemów pomiarowych, jeżeli można bez nich budować bardzo dobrze działające systemy o wysokim poziomie właściwości metrologicznych, składając je jak z klocków z elementów sprzętowych i programowych przygotowanych przez producentów. Pytanie to jest jak najbardziej zasadne i wymaga jasnej odpowiedzi. Precyzując je, należy od budujących systemy w konsekwencji oczekiwać odpowiedzi na następujące pytania szczegółowe:

- jakie są zakresy, pasma przenoszenia i błędy tak zbudowanych systemów w stosunku do założonej tj. przyjętej z góry funkcji, którą miały wykonywać?
- jakie są wrażliwości tych systemów na czynniki wpływowe i zakłócające, jak: wartości parametrów oraz ich zmienność, zakłócenia elektromagnetyczne i wspólne, sprzężenia, niestałość zasilania, temperatura i inne, w rzeczywistych warunkach eksploatacji systemów?
- jaki jest wpływ systemów rzeczywistych na mierzone wielkości, tj. modele mierzonych: sygnałów, zjawisk, obiektów lub procesów?
- czy istotnie wybrany został najlepszy wariant parametrów i struktury zbudowanego systemu z punktu widzenia celu, tj. funkcji, którą miał on wykonywać oraz kosztów wykonywania tej funkcji?

Składanie wielu elementów o znanych właściwościach nie jest bowiem równoznaczne z określeniem właściwości wyników złożenia i skutków jego funkcjonowania. Przykładowo: nie zawsze liczba bitów przetworników a/c stosowanych w systemie określa rozdzielczość pomiarów, a częstotliwość próbkowania nie zawsze określa pasmo przenoszenia.

Wspomniana na wstępie metoda budowania modeli matematycznych systemów pomiarowych umożliwia uzyskanie odpowiedzi na postawione wyżej szczegółowe pytania za pomocą badań symulacyjnych. W celu zbudowania takich modeli należy:

- ustalić funkcję i strukturę systemu.
- określić modele sprzętowych i programowych elementów struktury systemu oraz ich parametry,
- przeprowadzić weryfikację tak zbudowanych modeli w odniesieniu do projektowanych lub istniejących systemów rzeczywistych.

Powstaje jednak istotny problem właściwości i sposobu budowania modeli. Niewątpliwie, podstawową właściwością modeli systemów pomiarowych powinna być wystarczająco dobra jakość odwzorowania przez nie właściwości systemów rzeczywistych. Jakość odwzorowania jest bowiem gwarancją możliwości skutecznego stosowania modeli do celów, dla których są budowane, tj. głównie do przewidywania skutków działania systemów o różnych parametrach i w różnych warunkach eksploatacyjnych.

Wystarczająco dobre odwzorowanie oznacza jednak najczęściej kompromis pomiędzy błędami odwzorowania a złożonością modeli. Dokładne modele są bowiem na ogół dość złożone formalnie, co ma swoje skutki obliczeniowe a także ogranicza skłonność do ich stosowania. Dlatego celowe jest budowanie pakietów oprogramowania zorientowanych na badania symulacyjne systemów pomiarowych, takich jak będący elementem proponowanej metody pakiet zbudowany na platformie programowej powszechnie stosowanego MATLABa [4]. W obecnej postaci (wymagającej uzupełnień) zawiera on: bibliotekę gotowych modeli podstawowych elementów systemów wraz z ich parametrami oraz zbiór procedur umożliwiających interaktywne łączenie w strukturę, wykonywanie eksperymentów symulacyjnych a także postsymulacyjne przetwarzanie wyników symulacji.

Na koniec wstępu jeszcze jedna uwaga. Brak odniesień w niniejszej publikacji do obszerniejszej, niż własna i współpracowników, literatury dotyczącej badań modelowych systemów pomiarowych oraz ich elementów – nie jest przejawem jakiejś szczególnej megalomanii autora. Literatura ta jest bardzo obszerna i łatwa do znalezienia, ponieważ publiczne dyskusje w omawianej sprawie toczone są od dawna [11].

Modele systemów pomiarowych

Sposoby budowania modeli

W zasadzie każdy sposób budowania modeli systemów dynamicznych polega na stosowaniu równań różniczkowych (różnicowych), operatorów całkowych (sumowych) i sekwencji wyrażeń algebraicznych do opisywania przetwarzania sygnałów przenoszonych przez system. Jednak w praktyce rodzaj stosowanej algebry, tj. zbioru liczb i operacji na liczbach ma dość istotne znaczenie: zwykle oddzielnie modeluje się elementy ciągłe, dyskretne i cyfrowe. W przypadku systemów pomiarowych problem nie polega tylko na kojarzeniu różnych sposobów modelowania, ale głównie na skutecznym modelowaniu przetwarzania analogowo-cyfrowego (a/c). Upraszczając nieco można przyjąć, że przedstawiona metoda polega na modelowaniu analogowym urządzeń cyfrowych.

Do budowania modeli systemów pomiarowych, jako szczególnego rodzaju systemów dynamicznych, równocześnie analogowych i cyfrowych, stosowane są powszechnie dwa główne podejścia: modelowanie sprzętu i modelowanie funkcji. Różnią się one stopniem złożoności uzyskanych modeli oraz jakością odwzorowania. Przedstawione w niniejszej publikacji podejście polega na połączeniu obydwu wymienionych sposobów: modelowane są specyficzne funkcje elementów struktury systemów. Wykażemy, że sposób ten umożliwia efektywne stosowanie modeli m. in. do wyznaczania właściwości metrologicznych: błędów i wrażliwości oraz do optymalizacji systemów.

*) *Prof. dr hab inż. Michał Szyper – współautor ok 70 publikacji naukowych.*

Koncepcja metody

W celu wyjaśnienia koncepcji metody budowania modeli systemów pomiarowych przedstawiony został najpierw ogólny punkt widzenia.

Każdy model systemu pomiarowego składa się z trzech części: modelu systemu definicyjnego, modelu systemu rzeczywistego oraz modelu błędu realizacji definicji w systemie rzeczywistym, tj. realizacji celu działania systemu. Model taki ma zatem postać trzech wyrażeń:

$$y_{def} = R_{def}(w) \tag{1}$$

$$y_r = R(w, x, p, t) \tag{2}$$

$$Q(w, x, p, t) = J(y_r - y_{def}) \tag{3}$$

Oznaczenia :

w – wektor zmiennych wejściowych, tj. modeli sygnałów mierzonych, zakłócających i sterujących,
y_r – wektor zmiennych wyjściowych, tj. modeli wyników pomiarów systemu rzeczywistego,
y_{def} – wektor zmiennych wyjściowych modeli systemu definicyjnego,
x – wektor zmiennych stanu,
p – wektor parametrów modelu systemu rzeczywistego,
t – czas,
$R(\cdot)$ – model systemu rzeczywistego,
$R_{def}(\cdot)$ – model systemu definicyjnego,
$Q(\cdot)$ – model błędów systemu,
$J(\cdot)$ – definicja (np. funkcjonał) błędów.

Wszystkie zmienne systemu są (w ogólnym przypadku) wektorowymi funkcjami czasu. Model definicyjny $R_{def}(\cdot)$ wyraża cel działania systemu oraz definicyjny sposób uzyskiwania wyników pomiarów przez bezbłędne (idealne) przetwarzanie wielkości mierzonych. Jest on potrzebny jako odniesienie dla poprawnego zdefiniowania błędów systemu rzeczywistego.

Model systemu rzeczywistego $R(\cdot)$ jest złożeniem modeli funkcjonalnych elementów systemu połączonych w strukturę odwzorowującą strukturę rzeczywistą za pomocą sygnałów wejściowych i wyjściowych. Model ten odwzorowuje rzeczywiste właściwości systemu, powinien zatem uwzględniać wszystkie czynniki wpływające w istotny sposób na właściwości systemu. Współczynniki modelu p reprezentują w sposób jawny parametry techniczne systemu. Mogą one być liczbami lub funkcjami czasu oraz zmiennych modeli systemu.

Model błędów systemu określa jakość realizacji funkcji systemu rzeczywistego w stosunku do definicyjnego. Uwzględnia zatem łącznie wszystkie te czynniki, które są odwzorowane w modelu systemu rzeczywistego: parametry, czynniki układowe (np. błędy metody pomiaru), zakłócenia oraz właściwości algorytmów sterowania i przetwarzania zmiennych stanu. Wymienione czynniki powinny występować w modelu błędów w sposób jawny, ze względu na możliwość wyznaczania ich wpływu na wartość błędów w eksperymentach symulacyjnych. Funkcjonał błędu $J(\cdot)$ jest miarą różnicy pomiędzy zmiennymi wyjściowymi modeli $R(\cdot)$ i $R_{def}(\cdot)$ dla tych samych zmiennych wejściowych w. Błędy systemu mogą być określone łącznie dla całego systemu lub dla jego części.

Nie wnikając w bardziej szczegółowe uzasadnienie, przedstawione w [1] można przyjąć, że specyfika przedstawionej metody budowania modeli systemów pomiarowych opiera się na modelach przetwarzania a/c jako centralnej części modeli systemów. Takie podejście umożliwia składanie (łączenie) modeli poszczególnych elementów systemów niezależnie od rodzaju zmiennych, na których działają. W wyniku wielu prac wykazano [12], że wszystkie rodzaje przetwarzania a/c: napięcia, czasu lub przemieszczenia można przedstawić za pomocą jednego uogólnionego modelu, chociaż w wielu przypadkach, z dostatecznie dobrym przybliżeniem, można stosować daleko idące uproszczenia. Ogólna postać modelu przetwarzania a/c jest następująca:

$$x = K\{G[w, u, p, t, n] - H[x, u, p, t, n]\} \tag{4}$$

$$y = H_0[x, u, p, t, n] \tag{5}$$

$$y_r = A_o[y] \tag{6}$$

$$G = G_1 \circ G_2 \circ \ldots \circ G_M \tag{7}$$

Oznaczenia:

x, y – wektory zmiennych stanu,
w, y_r, p – jak poprzednio,
u – wektor sterowań,
t – czas ciągły,
n – czas dyskretny,
$K\{\cdot\}$ – model komparacji (układu porównującego),
$G[\cdot]$ – złożenie modeli $G_1, G_2, \ldots, G_M$ analogowych elementów systemów (elementów przed przetwarzaniem a/c),
$H[\cdot], H_0[\cdot]$ – modele źródeł sygnałów odniesienia (elementów przetworników a/c),
$A_0[\cdot]$ – układ algorytmów reprezentujących cyfrowe programowe przetwarzanie wyników pomiarów.

Zasada modelowania przetwarzania a/c polega zatem na odwzorowaniu fizycznej struktury przetworników, złożonych z elementów realizujących charakterystyczne funkcje: porównywania sygnałów mierzonych i sygnałów odniesienia, generowania sygnałów odniesienia, wstępnego przetwarzania sygnałów mierzonych oraz cyfrowego sterowania tymi procesami. Przy całej różnorodności wymienionych działań, tj. operacji na sygnałach o różnej postaci i naturze fizycznej funkcje wykonujących je elementów są podobne. Stosując zatem różne wersje operacji, można budować modele przetworników a/c napięcia, czasu i przemieszczenia o dobrym odwzorowaniu właściwości statycznych, w tym błędów rozdzielczości, zera, nachylenia i nieliniowości oraz dynamicznych, w tym stanów dynamicznych elementów funkcjonalnych analogowych i cyfrowych. Przykłady takich modeli przedstawione są w [1].

Ponieważ w wielu przypadkach dynamiczne właściwości analogowej części systemów pomiarowych, zwłaszcza czujników i przetworników nieelektrycznych, są dominujące, to celowe jest w tych przypadkach uproszczenie modeli przetwarzania a/c w systemie wyłącznie do modelu kwantyzacji. Przykładowo, dla kompensacyjnego przetwarzania napięcia model taki może mieć postać:

$$y_{ADC} = \Delta_k \left\{ p_1 Ent\left[\frac{\omega_{oSH} + 0{,}5\Delta_k \dfrac{w_{oSH}}{|w_{oSH}|}}{\Delta_k} \right] + p_0 \right\} \tag{8}$$

$$\Delta_k = \frac{|w_{oSH\,\max} - w_{oSH\,\min}|}{2^{N_{CONV}}} \tag{9}$$

Oznaczenia:

w_{oSH} – sygnał na wyjściu układu próbkowania z podtrzymaniem,
p_1, p_0 – współczynniki nachylenia i zera,
Δ_k – przedział kwantowania (błąd rozdzielczości przetwarzania a/c),
$|w_{oSH\,\max} - w_{oSH\,\min}|$ – zakres zmienności zmiennej przetwarzanej.

W związku z przedstawionym sposobem modelowania przetwarzania a/c, którego skutkiem jest dziesiętny zapis zmiennej wyjściowej y_{ADC} należy podkreślić, że cyfrowa część systemów pomiarowych modelowana jest na dwa zasadniczo różne sposoby. Algorytmy przetwarzania zmiennych wyjściowych przetwarzania a/c, realizowane w sprzęcie programowanym, przedstawiane są za pomocą typowych funkcji MATLAB-a, stąd dziesiętny zapis zmiennych wyjściowych. Natomiast modele sprzętu cyfrowego, stosowanego w systemach pomiarowych do pomiaru czasu pomiędzy zdarzeniami lub częstotliwości zdarzeń (wejścia czasowo-zliczające) oraz do generowania sygnałów sterujących elementami funkcjonalnymi systemów, budowane są za pomocą specjalnie w tym celu przygotowanych narzędzi.

Do podstawowych, realizowanych sprzętowo operacji na sygnałach cyfrowych (binarnych) w systemach pomiarowych należą: generowanie oraz zliczanie sygnałów binarnych. Odpowiadające tym operacjom modele można zrealizować za pomocą złożeń kilku prostych funkcji algebraicznych, takich jak: funkcja zegara, funkcja zliczania i funkcja bramki czasowej, przedstawionych za pomocą następujących wyrażeń:

$$u_{cl} = Ent\left(\frac{t + 0{,}5T_{cl}}{T_{cl}}\right) - Ent\frac{t}{T_{cl}} \tag{10}$$

$$L_i = L_{i-1}u_B + u_{cl}, \quad L_0 = 0,\, i = 1,2,3... \tag{11}$$

$$u_B = D[N_B - L_i] \tag{12}$$

Oznaczenia:

- u_{cl} – zmienna generowana przez funkcję zegara (ciąg jedynek o odstępie T_{cl} i czasie trwania $0{,}5T_{cl}$),
- T_{cl} – stały okres zegara,
- t – czas ciągły (zmienna niezależna),
- $Ent(\cdot)$ – funkcja „entier" (część całkowita ilorazu),
- L_i – liczba całkowita reprezentująca zawartość licznika dla i-tego okresu czasu T_{cl},
- u_B – zmienna bramkująca,
- N_B – liczba całkowita reprezentująca czas bramkowania N_BT_{cl},
- $D[\cdot]$– funkcja binarna, równa jedności dla dodatnich wartości zmiennej niezależnej $[\cdot]$ i zeru dla pozostałych wartości $[\cdot]$.

Przedstawiony sposób modelowania realizowanych sprzętowo operacji na sygnałach binarnych uwzględnia wyłącznie właściwości statyczne sprzętu odtwarzane bezbłędnie (idealnie). Sposób ten można rozszerzyć na modelowanie właściwości dynamicznych przez zastąpienie funkcji binarnej $D[\cdot]$ operacjami nieliniowymi Hammersteina lub Wienera [1]. Rozszerzenie takie oznacza w swojej istocie modelowanie sygnałów i funkcji binarnych jako zmiennych i operacji ciągłych.

Przedstawiony sposób może być również stosowany do modelowania układów generujących czasowo-zależne funkcje $u(t,n)$ sterujące niektórymi elementami systemów pomiarowych, jak przetworniki a/c napięcia i układy z nimi współpracujące.

Ponieważ algorytmy $A_o[\cdot]$ przetwarzania wyników pomiarów budowane są jako działania na liczbach w zapisie dziesiętnym, w konsekwencji modele cyfrowych (binarnych) wejść i wyjść systemów pomiarowych zrealizowane zostały jako tablice kodowe. Modele takie funkcjonują zatem jako statyczne translatory kodów binarnych (NB, U2, Gray i in.) na zapisy dziesiętne i odwrotnie.

Bardzo liczną grupę analogowych elementów systemów pomiarowych ze względu na sposób modelowania, można podzielić na dwie części:

- elementy (układy) sterowane, do których zaliczymy: układy próbkowania z podtrzymaniem, multipleksery analogowe, wzmacniacze pomiarowe i inne współpracujące z przetwornikami a/c napięcia,
- elementy nie sterowane, do których zaliczymy: przetworniki i czujniki wielkości nieelektrycznych, układy kondycjonowania sygnałów współpracujące z czujnikami, modulatory i demodulatory sygnałów, procesory analogowe, analogowe linie transmisyjne z nadajnikami i odbiornikami, filtry i wzmacniacze nie sterowane, izolatory galwaniczne i in.

Wobec tak dużej liczności omawianej grupy elementów można przedstawić tylko ogólny zarys sposobów modelowania. Stosowane są głównie dwa narzędzia formalne:

- nieliniowe oraz niestacjonarne operatory całkowe do modelowania funkcjonalnego elementów,
- równania różniczkowe oraz wyrażenie algebraiczne do modelowania układowego.

Modelowánie funkcjonalne (tj. modelowanie funkcji) elementów może być stosowane do przybliżonego odwzorowania elementów, ponieważ wymaga znajomości tylko ich właściwości zewnętrznych. W przypadku elementów nieliniowych można tak zrobić wtedy, kiedy zachowując wystarczająco dobrą jakość odwzorowania można element zastąpić modelem z rozdzielonymi: nieliniową częścią statyczną i liniową częścią dynamiczną. Można wówczas stosować operatory: Hammersteina (13), Wienera (14) lub ich złożenia:

$$y(t) = \int_0^{\tau} k(t-\tau) f[x(\tau)]\, d\tau \tag{13}$$

$$y(t) = f\left[\int_0^{\tau} k(t-\tau) x(\tau)\, d\tau\right] \tag{14}$$

gdzie: $x(t)$ jest zmienną wejściową a $y(t)$ zmienną wyjściową (dla przypadku skalarnego). Funkcje nieliniowe $f[\cdot]$ mogą być określone: eksperymentalnie, przez producenta lub przez przyjęcie założeń. Można tak modelować nieliniowe czujniki i przetworniki sygnałów o stacjonarnych (tj. stałych w czasie) parametrach.

Całkowe operatory z niestacjonarnym jądrem (Volterry) mogą być stosowane do przybliżonego odwzorowania w modelach elementów sterowanych. Obiektem sterowania są tam zazwyczaj klucze elektroniczne, pracujące dwustanowo (załączony - wyłączony). Niestety operatory takie nie mają prostej, uniwersalnej formy. Dlatego, jak wskazuje doświadczenie, znacznie prościej jest modelować takie sterowane elementy układowo, opisując układy o zmiennych rezystancjach kluczy za pomocą równań różniczkowo-całkowych [1].

Pozostało jeszcze do omówienia ściśle związane z modelowaniem systemów pomiarowych zagadnienie budowania układu algorytmów, oznaczonych uprzednio przez $A_o[\cdot]$, stosowanych do przetwarzania (najczęściej programowego, rzadziej sprzętowego) wyników działania sprzętowej części systemów pomiarowych.

Z przyczyny wielkiej liczby możliwości dokonany zostanie tylko krótki przegląd najczęściej stosowanych rodzajów algorytmów. Należą do nich:

- algorytmy korekcji właściwości statycznych i dynamicznych systemów i ich elementów [9],
- algorytmy odtwarzania kształtu i wartości sygnałów na wejściach systemów na podstawie znanych modeli systemów,
- algorytmy analizy widmowej i filtracji sygnałów, w tym sygnałów niestacjonarnych,
- algorytmy analizy statystycznej: wyznaczania rozkładów zmiennych losowych i ich parametrów, analizy korelacyjnej, regresyjnej i in.,
- algorytmy agregacji sygnałów, optymalizacji i obliczania wartości kryteriów jakości,
- algorytmy identyfikacji modeli dynamicznych obiektów pomiarów metodami: „rozplatania" splotów, algebraizacji równań różniczkowych, strojonego modelu i in. [2, 3],
- algorytmy wyznaczania rozkładów pól: elektrycznych i magnetycznych, termicznych, mechanicznych i in.

Już tak pobieżny przegląd algorytmów przetwarzania zmiennych generowanych przez modele sprzętowej części systemów pomiarowych wskazuje na wielkie zróżnicowanie występujących tam problemów obliczeniowych. Sposób realizacji wymienionych rodzajów algorytmów zależy w istotnym stopniu od właściwości stosowanych procesorów, co należy w miarę możliwości uwzględnić w modelach. Jednak odwzorowanie tych właściwości za pomocą uniwersalnych pakietów do symulacji systemów dynamicznych jest trudne, skąd wynika konieczność stosowania uproszczeń.

Zastosowania badań modelowych

Analiza błędów systemów pomiarowych

Badania symulacyjne modeli systemów pomiarowych mogą być z powodzeniem stosowane do analizy błędów przy założeniu wystarczająco dobrej jakości odwzorowania systemów w ich modelach. Przyczyna takiego warunku jest jasna: błędy odwzorowania „sumują się" z błędami modeli systemów rzeczywistych. Błędy systemów pomiarowych są bowiem definiowane jako miara różnicy pomiędzy wynikami działania modeli systemów rzeczywistych w stosunku do modeli systemów definicyjnych [3]. Zatem w definicjach błędów uwzględniane są rzeczywiste właściwości systemów: struktura, rozwiązania układowe i metody pomiarów, parametry techniczne oraz wpływy czynników zmieniających nominalne ich wartości.

Metodyka analizy błędów z zastosowaniem modeli polega na wyznaczaniu zależności miary błędów od następujących czynników:
- zakresu i sposobu zmienności zmiennych wejściowych reprezentujących wielkości bezpośrednio mierzone,
- zakresu, poziomu i widma zakłóceń czynnych (elektromagnetycznych i wspólnych) oraz temperatury i in.,
- sprzężeń i przenikania pomiędzy przenoszonymi sygnałami,
- stopnia złożoności uwzględnianych w modelach zjawisk fizycznych występujących w czujnikach i przetwornikach pomiarowych,
- rozwiązań układowych analogowych i dyskretnych elementów systemów wykonujących operacje na przenoszonych sygnałach,
- parametrów przetwarzania a/c,
- parametrów algorytmów realizowanych programowo.

W celu wyznaczenia tych zależności, wartości miar obliczane są w kolejnych eksperymentach symulacyjnych dla modyfikowanych wartości parametrów wymienionych czynników. Warunkiem wykonania takich badań jest występowanie parametrów czynników wpływowych w modelach w sposób jawny. Warunek ten jednak jest często przyczyną większej złożoności modeli.

Podstawową i najczęściej stosowaną postacią miary błędów jest metryka, tj. miara odległości pomiędzy zmiennymi y_r oraz y_{def}. Należy uwzględnić fakt, że zmienne te są często funkcjami wektorowymi, a więc można je porównywać dla poszczególnych skalarnych składowych. Metryka jest zatem funkcjonałem na różnicy $\Delta y = y_r - y_{def}$, którego postać wybierana jest w zależności od właściwości wymienionych zmiennych, zmiennych wejściowych i innych właściwości systemów. Stosowane są następujące postacie takich funkcjonałów: wartość maksymalna, suma wartości bezwzględnych, pierwiastek z sumy kwadratów i wartość wahania na zbiorze argumentów. Tak obliczone błędy są zwykle normalizowane przez zakresy $y_{r\max}$ zmiennej wyjściowej, oddzielnie dla każdej współrzędnej tego wektora funkcyjnego, w celu określenia ich jako wartości względne lub procentowe [10]. Możliwe jest składanie tak obliczonych wartości błędów w jedną liczbę określającą błąd całkowity (łączny) systemu.

Wymienione definicje umożliwiają obliczanie podstawowych wartości błędów, tj. wartości wynikających z nominalnych wartości parametrów systemów. Występują jednak i są definiowane tzw. błędy dodatkowe, nazywane również wrażliwościowymi, powstające wskutek zmienności parametrów w stosunku do wartości nominalnych [8]. Zmienność ta może wynikać np.: z przedziału tolerancji wartości parametrów, z wpływu czynników zewnętrznych i innych przyczyn. W celu uwzględnienia wpływu błędów dodatkowych na błąd całkowity należy:
- wyznaczyć wrażliwość S_{yxp} zmiennej y_r na wpływ zmienności Δ_p parametru p w ustalonym „punkcie pracy" systemu, tj. dla ustalonych zmiennych wejściowych x i pozostałych parametrów,
- wyznaczyć błąd dodatkowy jako przybliżenie liniowe:

$$\Delta y_d = S_{yxp} \Delta p \tag{15}$$

- wykonać złożenie tego błędu z błędem podstawowym, np. przez sumowanie wartości względnych.

Analiza wrażliwości systemów pomiarowych

Wrażliwość systemów pomiarowych może być definiowana w dwojakim sensie:
- jako zależność pomiędzy wynikami pomiarów a wielkościami mierzonymi, określająca nachylenie charakterystyk statycznych,
- jako zależność pomiędzy wynikami pomiarów i błędami systemów a parametrami systemów i zakłóceń, określająca podatność (tj. właśnie wrażliwość) na wpływ czynników negatywnych, ograniczających jakość pomiarów [8][13].

Podstawowa definicja wrażliwości zmiennej zależnej $y=f(x)$ od zmiennej niezależnej x, tj. w przypadku skalarnym, polega na liniowym przybliżeniu tej zależności w otoczeniu punktu (x_o, y_o) za pomocą zwykłej pochodnej:

$$S_{yx} = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(x_o, y_o)} \quad \Rightarrow \quad y \cong y_0 + S_{yx} x\big|_{(x_o, y_o)} \tag{16}$$

Przybliżenie to wynika rzecz jasna z rozłożenia wyżej wym. zależności w wyżej wym. punkcie S_{yx} na szereg Taylora i ograniczenia go do dwu pierwszych wyrazów. Wrażliwość określa zatem nachylenie stycznej w punkcie (x_o, y_o). Niestety ta prosta definicja jest mało użyteczna do wyznaczania wrażliwości w drugim sensie z dwu wymienionych, z następujących przyczyn:
- modele systemów pomiarowych są na ogół złożonymi wyrażeniami, niekoniecznie analitycznymi względem zmiennych reprezentujących wymienione czynniki wpływowe, dlatego możliwość ich różniczkowania jest raczej wątpliwa,
- obliczenia na modelach są wykonywane w sposób symulacyjny, zatem definicja musi zawierać przyrosty skończone, o kontrolowanych wartościach,
- wrażliwość zmiennej wyjściowej na wpływ parametrów musi być wyznaczana w określonym, niezerowym stanie zmiennej wejściowej.
- ponieważ modele systemów mogą być silnie nieliniowe względem wpływowych parametrów, to przybliżenie wrażliwości za pomocą pierwszej pochodnej, tj. drugiego wyrazu szeregu Taylora może być zbyt grube.

W związku z wymienionymi przyczynami wprowadzona została przez autora niniejszej publikacji nowa definicja miary wrażliwości, oparta na warunku ciągłości Lipschitza [13]. Jej uproszczona skalarna postać, dla zmiennej wyjściowej y, zmiennej wejściowej x, oraz dla parametru p, w punkcie (x_o, y_o) jest następująca:

$$s_{yxp} = \left.\frac{\left\| R(w+\Delta w, p+\Delta p) - R(w,p) \right\|}{\left\| R(w,p) \right\| \left(\frac{\|\Delta p\|}{\|p\|} + \frac{\|\Delta w\|}{\|w\|} + \frac{\|\Delta p\| \|\Delta w\|}{\|p\| \|w\|} \right)}\right|_{(x_o, y_o)} \tag{17}$$

Jak widać wyrażenie (17) jest ilorazem znormalizowanych skończonych przyrostów zmiennej wyjściowej y w stosunku do przyrostów Δw, zmiennej wejściowej w oraz przyrostów Δp parametru p. Z przyczyn, które wyjaśniono uprzednio jest to zależność dwuliniowa, tj. zależność od w i p. Wrażliwość s_{yxp}, w postaci (17), jest liczbą bezwymiarową dodatnią, przystosowaną do wyznaczania względnych wartości błędów dodatkowych oraz do optymalizacji parametrycznej [5]. W sensie geometrycznym, przez analogię do interpretacji wrażliwości (16) jako nachylenia stycznej, wyznacza ona w otoczeniu punktu (x_o, y_o) prostą sieczną. Przyrosty skończone Δw i Δp mogą mieć wartości dobrane do właściwości modelu, przy czym z praktyki stosowania definicji (17) wynika, że względne ich wartości należy dobierać w granicach od 1% do 3% wartości w i p. Stosowanie norm $\|\cdot\|$ w wyrażeniu (17) umożliwia wyznaczanie wrażliwości zmiennej wyjściowej na wpływ dynamicznej zmienności, tj. zmienności w czasie, czynników wpływowych. Stosować należy standardowy sposób zmienności, np. zmienność skokową.

Wyrażenie (17) stosowano wielokrotnie, zarówno do wyznaczania wrażliwości parametrycznej elementów systemów, jak czujniki i modulatory sygnałów [9],oraz optymalizacji parametrycznej systemów [5].

Optymalizacja systemów pomiarowych

Optymalizacja systemów w ich modelach polega na takim wyborze parametrów i elementów struktury modeli systemów pomiarowych, który spełnia określone uprzednio kryteria optymalności. Do podstawowych kryteriów należą definicje błędów i wrażliwości systemów na czynniki zakłócające. Kryteria te powinny osiągać minimalne wartości w dopuszczalnych zbiorach wartości parametrów systemów, z uwzględnieniem możliwych do zastosowania rodzajów elementów systemów i ich rozwiązań układowych.

Badania optymalizacyjne na modelach systemów pomiarowych obejmują następujące działania:

- opracowanie i zbudowanie symulacyjnego modelu systemu, odwzorowującego strukturę systemu, metody pomiaru i funkcje elementów systemów oraz ich parametry techniczne, a także zawierającego algorytmy przetwarzania zmiennych systemów wraz z ich parametrami;
- zbudowanie modelu obiektu pomiaru lub co najmniej zbioru modeli źródeł sygnałów mierzonych i zakłócających, z uwzględnieniem warunków pomiarów;
- ustalenie kryterium lub kryteriów optymalizacyjnych;
- wybór procedur optymalizacyjnych i ustalenie ich parametrów: punktów startowych, liczby iteracji, zbioru i zakresu przedziałów zmienności parametrów systemów, zbioru możliwych do wybrania elementów systemów i in.;
- wykonanie obliczeń optymalizacyjnych metodą kolejnych iteracji i ustalenie oraz weryfikacja ekstremalnych wartości kryteriów w dopuszczalnych zakresach zmienności struktury i parametrów.

Dołączanie modelu obiektu pomiarów jako źródła mierzonych sygnałów niezbędne jest w przypadku optymalizacji systemu do identyfikacji obiektów pomiarów. W takim przypadku optymalizowane mogą być również parametry sygnałów stosowanych do identyfikacji [2][6]. W pozostałych przypadkach niezbędne jest dołączanie modeli źródeł sygnałów mierzonych, pobudzających model systemu.

Jako kryteria optymalizacyjne proponuje się stosowanie definicji błędów: łącznego podstawowego i łącznego wrażliwościowego oraz błędu całkowitego jako sumy wymienionych wyżej.

Procedury optymalizacyjne i baza danych o elementach systemów i ich parametrach są niezbędnym wyposażeniem narzędziowym procesu optymalizacji modeli systemów. W wyniku testów ustalono, że skuteczne rozwiązywanie zadań optymalizacyjnych polega na kolejnym stosowaniu kilku procedur optymalizacyjnych w taki sposób, że wyniki uzyskane przez poprzednią procedurę są punktami startowymi następnej. Dla wielu funkcji testowych ustalono następującą najbardziej efektywną kolejność stosowania procedur: Simplex, Monte Carlo, Simulated Annealing, oraz fmins, fminu (procedury MATLABa). Wyniki badań przedstawiono m. in. w publikacjach [4][14]. Przygotowano również bazę danych, której nadano strukturę „drzewiastą", tj. informacje o elementach systemów zestawione są hierarchicznie w układzie: rodzaje i grupy elementów (w kilku poziomach), typ, producent i parametry.

Wielokrotne powtarzanie obliczeń optymalizacyjnych prowadzi do określenia parametrów i struktury systemów odpowiadających przyjętym kryteriom. Przeprowadzone eksperymenty symulacyjne potwierdzają skuteczność stosowania modeli systemów pomiarowych do celów optymalizacyjnych [2][5][6][7].

Różnorodność możliwości w wyborze środków technicznych a także złożony wpływ właściwości systemów na wartości kryteriów optymalizacyjnych są jednak często przyczyną trudności w ocenie uzyskanego rozwiązania w sensie jego jednoznaczności i globalności. Stąd też uzyskiwane w przedstawiony sposób rozwiązania zagadnień optymalizacyjnych należy uważać raczej za suboptymalne.

Podsumowanie

Starałem się przekonać odbiorcę tej publikacji, że główne właściwości przedstawionej metody modelowania systemów pomiarowych: praktyczna użyteczność i zarazem możliwość stosowania dość rozbudowanych i złożonych formalnie modeli – nie są ze sobą sprzeczne, a nawet się uzupełniają. Przykłady badań modelowych, których tu nie omówiłem z braku miejsca, opisane są w wymienionych w spisie literatury publikacjach.

Wieloletnie, trwające nadal prace nad metodą były źródłem nowych pomysłów i kilkudziesięciu publikacji oraz kilku tematów prac na stopnie naukowe. Zatem przynajmniej w ten sposób użyteczność metody została potwierdzona, co może być uwagą nieco przewrotną, ale przecież prawdziwą.

Literatura

[1] J. GAJDA, M. SZYPER: Modelowanie i badania symulacyjne systemów pomiarowych, wyd. nakł. Wydz. EAIiE AGH. Wyd. „Jartek s.c.", str. 400, Kraków 1998.

[2] J. GAJDA: Modelling and optimisation of the identification process, 15th IFIP Conference on Systems Modelling and Optimisation, Zurich, Sept. 1991.

[3] J. GAJDA: Uncertainty of the identification process, Systems Analysis Modelling Simulation, Gordon and Breach Science Publishers, Vol. 23, pp. 83-92,1996.

[4] J. GAJDA, M. SZYPER, Twardowski T.: Pakiet do symulacji systemów pomiarowych i ich elementów MISS for WINDOWS, materiały Sympozjum MiSSP, Zakład Metrologii AGH, Krynica, 1995.

[5] J. GAJDA, M. SZYPER: Parametric optimisation of measuring systems according to the joint error criterion, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. 46, Nr 4, pp. 769-775, Aug. 1997.

[6] J. GAJDA, M. SZYPER: Structural and parametric measurement system optimisation, Systems Analysis Modelling Simulation, Gordon and Breach Science Publishers, Vol. 31, pp. 305-3251998.

[7] J. GAJDA, T. SIDOR: Optimal choise of samples number for fast numerical velocity determination in microcomputer driven shock-absorber tester, Systems Analysis Modelling Simulation, Gordon and Breach Science Publishers, Vol. 17, pp. 129-133, 1995.

[8] T. SIDOR: Komputerowe badania symulacyjne elektronicznych analogowych przetwornikow pomiarowych, seria: Monografie, Z.N. AGH, Kraków, 1985.

[9] R. SROKA: Correction of nonlinearity error of phase angle modulator, mat. IMEKO TC-4 Symp., Neapol, 1998.

[10] M. SZYPER: Linear parametric modulation of a phase angle with wide range deviation in measurement systems, Measurement, Journal of IMEKO, Nr 16, pp. 31-35, UK, 1995.

[11] M. SZYPER: Metoda strukturalna w teorii przetworników pomiarowych, seria: Monografie, Z.N. AGH, z.114, str. 69. Kraków, 1979.

[12] M. SZYPER, J. GAJDA: Modelling and simulation of measuring systems elements, Systems Analysis Modelling Simulation, Gordon and Breach Science Publishers, Vol. 12, pp.43-51,1993.

[13] M. SZYPER: Lipschitz's measures of measuring systems sensitivity to variability of parameters, Systems Analysis Modelling Simulation, Gordon and Breach Science Publishers, Vol. 30, pp.45-55,1998.

[14] T. TWARDOWSKI: Modelowanie i symulacja systemów pomiarowych z wykorzystaniem bazy danych, materiały konferencyjne: Metrologia Wspomagana Komputerowo, WSOWŁ, Zegrze - Warszawa, 1997.

Artykuł recenzowany