

Maksym GRZYWIŃSKI, Tran Duong HIENPOLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA, KATEDRA KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH I INŻYNIERSKICH
ZACHODNIOPOMORSKI UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNY, KATEDRA TEORII KONSTRUKCJI**Niektóre aspekty komputerowe we współczesnej dynamice konstrukcji****Dr inż. Maksym GRZYWIŃSKI**

Adiunkt w Katedrze Konstrukcji Budowlanych i Inżynierskich na Wydziale Budownictwa Politechniki Częstochowskiej. Zajmuje się problematyką CAD, optymalizacją konstrukcji oraz stochastyczną analizą konstrukcji inżynierskich. Studia magisterskie ukończył w roku 1994 na Wydziale Budownictwa i Inżynierii Środowiska Politechniki Częstochowskiej. Stopień doktora nauk technicznych uzyskał w lipcu 2004 roku.



e-mail: mgrzywin@bud.pcz.czest.pl

Prof. dr hab. inż. Tran Duong HIEN

Specjalność – matematyka stosowana, mechanika komputerowa, informatyka. Od 1978 do 1995 – pracownik Instytutu Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk; habilitacja 1990 w IPPT PAN. Od 1995 – profesor Politechniki Szczecińskiej (obecnie Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny). Autor i współautor 5 książek, wśród których 2 wydane przez Wiley'a, oraz około 150 prac opublikowanych w kraju i zagranicą.



e-mail: tdhien@ps.pl

Streszczenie

W pracy przedyskutowano techniczne aspekty komputerowych modeli obliczeniowych i startowych punktów projektowych w inżynierii budowlanej poprzez analizę statyczną i dynamiczną przykładowej konstrukcji ramowych o 30 kondygnacjach. Zagadnienie drgań własnych i wymuszonych sformułowano i rozwiązano dla dwóch modeli – płaskiego i przestrzennego. Otrzymane dla tych 2D i 3D modeli wyniki obliczeniowe porównano i analizowano pod kątem dynamiki *versus* statyki. Przestrzenno i czasowo zależne zachowanie się układów rozpatrzono dla różnych materiałów budowlanych – tradycyjnych i nowoczesnych. Zaproponowano inne spojrzenie na współczesne projektowanie konstrukcji budowlanych i zasugerowano konieczne uaktualnienie niektórych istniejących w normach kryteriów.

Słowa kluczowe: statyka i dynamika, startowy punkt projektowy.**Some computational aspects in state-of-the-art structural dynamics****Abstract**

Some specific aspects related to computational models and design points in structural engineering are discussed in the paper via a static and dynamic setting of an exemplary high, 30-story building subjected to wind loads. The natural and forced vibration problems of the frame system are formulated and solved for by using two finite element models – one plane and the other spatial. Numerical results, obtained for both the 2D and 3D models, are compared and discussed in terms of structural statics contra dynamics. The spatial- and time-dependent responses are also concerned with for different material properties – concretes and modern steels of Young modulus twice larger in value than that traditional for instance. Yet another point of view onto the up-to-date civil engineering design is proposed, suggesting some criteria in recent building rules and codes should necessarily be updated.

Keywords: statics and dynamics, design point.**1. Wprowadzenie**

Jednym z istotnych zjawisk naturalnych, jakie należy uwzględnić przy projektowaniu oraz budowie konstrukcji jest wiatr. W rzeczywistości siła wiatru może ulegać wahaniom w czasie, lecz dla niskich konstrukcji efekty dynamiczne uważane są za niewielkie, a zatem obciążenie powodowane przez wiatr traktowane jest jako boczne obciążenie statyczne. Jednak w przypadku konstrukcji wysokich i smukłych, konieczna jest analiza dynamicznego wpływu wiatru na konstrukcję. Stopień naporu lub zasysania przez wiatr zależy od wszechstronnego związku między prędkością wiatru, gęstością mas powietrza, geometrią i wymiarami budynku, jego sztywnością, orientacją, lokalizacją, otaczającym go terenem oraz innymi czynnikami.

Dynamiczne działanie obciążeń powoduje drgania budynku i zmęczenie materiału konstrukcyjnego, co doprowadza do obniżenia stopnia bezpieczeństwa elementów i konstrukcji. Warunki wytrzymałościowe wyraża się zwykle w formie deterministycznej.

W podejściu deterministycznym dokonuje się oceny bezpieczeństwa jednego konkretnego elementu, w podejściu probabilistycznym zaś uwzględnia się bezpieczeństwo pewnego zbioru, czyli grupy elementów (obiektów) spełniających tę samą funkcję z pewną dozą niepewności. Warunki sztywności przy obciążeniach dynamicznych podaje się w formie największych dopuszczalnych przemieszczeń, prędkości lub przyspieszeń. Największe przemieszczenia (wychylenia) poziome budynków wysokich powstają pod działaniem wiatru oraz obciążeń sejsmicznych lub parasejsmicznych.

Normy budowlane zaliczają do budynków wysokich podatnych na wpływy dynamiczne: a) budynki o wysokości ponad 100 m, b) budynki, dla których stosunek $H/B > 4$, gdzie H jest wysokością a B szerokością, c) budynki, dla których częstość drgań własnych (pierwszej postaci) jest mniejsza od 1 Hz [1].

Dopuszczalne wychylenia wieżowców zostały ustalone w drodze doświadczeń praktycznych. Wykonawcy amerykańscy rekomendują wychylenia dopuszczalne o wielkości $f = H/500$. W Europie teoretyczne wychylenie poziome szczytu wieżowca przyjmuje się w granicach 1/700 - 1/800 wysokości, w Australii nawet w granicach 1/1000.

Jednak w rzeczywistości istnieją konstrukcje, gdzie ten współczynnik jest większy np. wieża telewizyjna Ostankino w Moskwie ma wychylenie około 10 m przy 540 m wysokości, więc współczynnik wynosi $\Delta = H/55$, albo zburzone bliźniacze wieże WTC w Nowym Yorku miały wychylenie około 9 m przy 415 m i 417 m wysokości, współczynnik wynosił $\Delta = H/45$.

Celem pracy jest odpowiedź na pytania: a) jak zachowa się konstrukcja (przemieszczenia, częstość i okres drgań własnych) w modelu płaskim i przestrzennym – stopień trudności obliczeniowej – software i hardware, b) porównanie rozwiązania statycznego i dynamicznego, c) wpływ na wyniki zastosowanego materiału: beton, stal i propozycja nowego materiału o module Younga dwa razy większym od stali.

Do analizy statycznej i dynamicznej posłużono się dwoma programami: PolSAP napisany w języku Fortran [2] i komercyjnym Autodesk Robot Structural Analysis 2011 [9].

2. Zagadnienie drgań własnych

O drganiach swobodnych mówi się wtedy, gdy siły wymuszające są równe zero, a drgania układu są wywołane stanem układu w chwili początkowej. Zwykle pomija się siły tłumienia. Konieczność pełnej analizy drgań swobodnych (tłumionych lub nietłumionych) występuje rzadko, niemniej analiza taka pozwala na wyznaczenie częstości i postaci drgań własnych, najważniejszych charakterystyk dynamicznych konstrukcji. Z tego powodu analiza drgań swobodnych jest przedmiotem rozważań we wszystkich monografiach z zakresu dynamiki konstrukcji. Przykładowo można wymienić prace [3–6].

Drgania swobodne nietłumione opisuje równanie w postaci:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{0}. \quad (1)$$

a rozwiązanie równania ruchu powinno spełniać następujące warunki początkowe dla $t=0$:

$$\mathbf{q}(0) = \mathbf{q}_0, \quad \dot{\mathbf{q}}(0) = \mathbf{v}_0. \quad (2)$$

Rozwiązanie równania ruchu (1) ma postać:

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{a} \cos(\omega t + \varphi), \quad (3)$$

gdzie: \mathbf{a} – amplituda, ω – częstość drgań, φ – przesunięcie fazowe.

Po podstawieniu (3) do (1) otrzymuje się równanie:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{a} = \mathbf{0}. \quad (4)$$

Nietrywialne rozwiązanie równania (3) istnieje, jeżeli:

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0. \quad (5)$$

Po rozwinięciu wyznacznika (5) otrzymuje się równanie wielomianowe stopnia n ze względu na ω^2 . Równanie to nazywa się równaniem charakterystycznym. Pierwiastki równania charakterystycznego $\lambda_1 = \omega_1^2, \lambda_2 = \omega_2^2, \dots, \lambda_n = \omega_n^2$, nazywa się wartościami własnymi, a $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$, częstościami drgań własnych.

3. Drgania wymuszone

Drgania wymuszone o wielu stopniach swobody opisuje równanie:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{P}(t). \quad (6)$$

W ogólnym przypadku rozwiązanie tego równania składa się z rozwiązania ogólnego $\mathbf{q}_{og}(t)$ równania jednorodnego:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}_{og}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_{og}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}_{og}(t) = \mathbf{0}. \quad (7)$$

i rozwiązania szczególnego $\mathbf{q}_{sz}(t)$ równania (5). Wobec tego można zapisać:

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_{og}(t) + \mathbf{q}_{sz}(t). \quad (8)$$

Metody rozwiązywania równania drgań wymuszonych zależą od funkcji opisującej wymuszenie. Można wyróżnić następujące metody rozwiązania równania (6):

- bezpośrednią,
- transformacji modalnej,
- numerycznego całkowania.

Metody numerycznego całkowania są metodami najbardziej ogólnymi i mogą być stosowane, gdy siły wymuszające są dowolnymi funkcjami czasu. Ponieważ metody te opierają się na pewnych założeniach uproszczających dotyczących przyspieszeń w czasie, otrzymane za ich pomocą rozwiązanie jest przybliżone. Dokładne rozwiązanie równania (6) jest możliwe tylko wtedy, gdy zmiany sił wymuszających w czasie są opisane prostymi funkcjami. Jeżeli siły wymuszające zmieniają się harmonicznym w czasie, to równania ruchu można rozwiązać metodą bezpośrednią lub ogólniej – za pomocą transformacji Fouriera.

Metoda modalna jest oparta transformacji modalnej równań modalnych, które można rozwiązać metodami znanymi z analizy układu o jednym stopniu swobody. Metoda ta jest stosowana zwykle wtedy, gdy pomija się wpływ tłumienia lub gdy tłumienie jest proporcjonalne.

Podstawowym celem analizy drgań wymuszonych jest określenie szeroko rozumianej odpowiedzi dynamicznej układu (tzn. określenie przemieszczeń, prędkości, przyspieszeń, sił wewnętrznych i reakcji podpór) na zadane wymuszenie.

4. Nowe materiały w budownictwie

W budownictwie konstrukcji wysokich stosowane są dwa podstawowe materiały: beton i stal.

Obecnie mamy betony o dużej wytrzymałości:

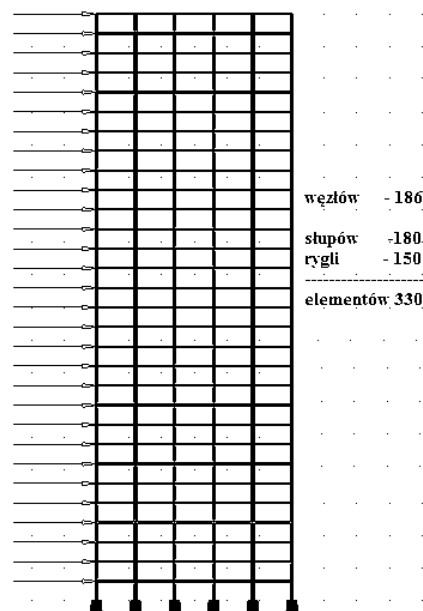
- BWW - to beton o klasie wytrzymałości B60 – B120 (beton wysokiej wytrzymałości),
- BBWW - to beton o klasie wytrzymałości B120 – B180 (beton bardzo wysokiej wytrzymałości),
- BUWW - to beton o klasie wytrzymałości powyżej B180 (beton ultra wysokiej wytrzymałości).

W przypadku betonu mamy już materiały dwu-, czy trzykrotnie bardziej wytrzymałe niż pierwotnie (prawie równe wytrzymałości stali). W pracy do obliczeń zaproponowano nowy materiał o module Younga dwa razy większy niż obecnie ma stal. Oczekujemy, że taki w przyszłości powstanie.

5. Przykład numeryczny

Do obliczeń przyjęto budynek wysoki o 30 kondygnacjach i rozstawie słupów 6 m na 6 m, oraz wysokości kondygnacji 3 m. Zbudowano dwa modele: ramę płaską (rys. 1) oraz ramę przestrzenną (rys. 4). Jako materiał przyjęto: a) konstrukcję betonową, b) konstrukcję stalową, c) oraz konstrukcję z nowego materiału o module Younga dwa razy większym od stali.

Analizowano tylko wpływ wiatru na konstrukcję (w obliczeniach pominięto ciężar własny stropów). Wartość statyczną wiatru zadano w węzłach o wartości 14 kN. Obciążenie dynamiczne zadano w postaci wykresu przedstawionym na rys. 2 w węzłach. Przedział czasowy podzielono na 2000 kroków z przyrostem $\Delta t = 0,005$ s dla każdego kroku. Wartość siły $F_1 = 7$ kN i $F_2 = 14$ kN odpowiednio dla $t_1 = 5$ s i $t_2 = 10$ s. Zastosowano schemat całkowania krok-po-kroku metodą superpozycji modalnej. Liczbę postaci modalnych przyjęto 10, modalny współczynnik tłumienia wynosi 0,02. Tolerancja w trakcie iteracji wynosiła 0,00001.



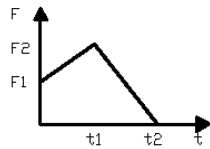
Rys. 1. Schemat ramy płaskiej z obciążeniem wiatrem
Fig. 1. Plane frame schematic with a load wind

Współczynnik zalecanego przemieszczenia wierzchołka dla analizowanej konstrukcji wynosi $\Delta = 9000\text{cm}/500 = 18\text{cm}$. Zawyżone wyniki w (tab. 1) są spowodowane tym, że w analizie pominięto stężący wpływ stropów.

Tab. 1. Maksymalne przemieszczenia dla ramy 2D i 3D dla trzech materiałów
Tab. 1. The maximum displacement for 2D and 3D frame for three materials

Materiał	Beton	Stal	Nowy
model	rama płaska		
Ux	8,5 cm	43,3 cm	21,6 cm
model	rama przestrzenna		
Ux	4,6 cm	28,8 cm	14,4 cm

W tabelach 2-4 umieszczono wyniki rozwiązań podstawowych charakterystyk dynamicznych dla dwóch rodzajów konstrukcji: ramy płaskiej i przestrzennej oraz dla trzech rodzajów materiałów: beton, stal i propozycja nowego materiału.



Rys. 2. Funkcja obciążenia dynamicznego
Fig. 2. Function of dynamic load

Tab. 2. Charakterystyki dynamiczne dla ramy 2D i 3D z betonu
Tab. 2. The dynamic characteristics of the frame 2D and 3D concrete

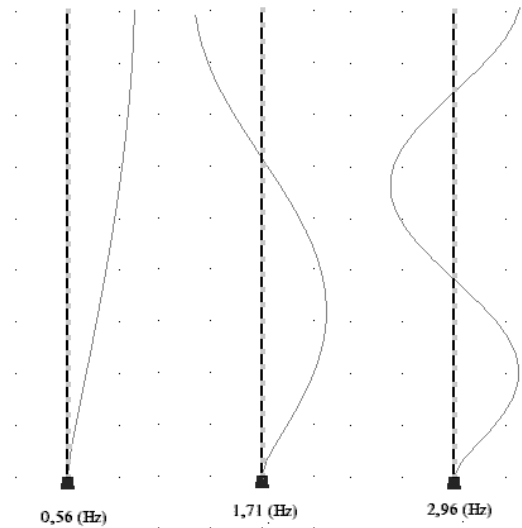
Typ konstrukcji	Układ płaski		Układ przestrzenny		
	postać	częstotliwość, Hz	okres, s	częstotliwość, Hz	okres, s
1		0,46	2,16	0,29	3,44
2		1,41	0,71	0,37	2,73
3		2,48	0,40	0,39	2,59
4		3,50	0,29	0,96	1,04
5		4,53	0,22	1,12	0,90
6		4,94	0,20	1,17	0,85
7		5,53	0,18	1,85	0,54
8		6,04	0,17	1,98	0,51
9		6,63	0,15	2,04	0,49
10		7,66	0,13	2,64	0,38

Tab. 3. Charakterystyki dynamiczne dla ramy 2D i 3D ze stali
Tab. 3. The dynamic characteristics of the frame 2D and 3D steel

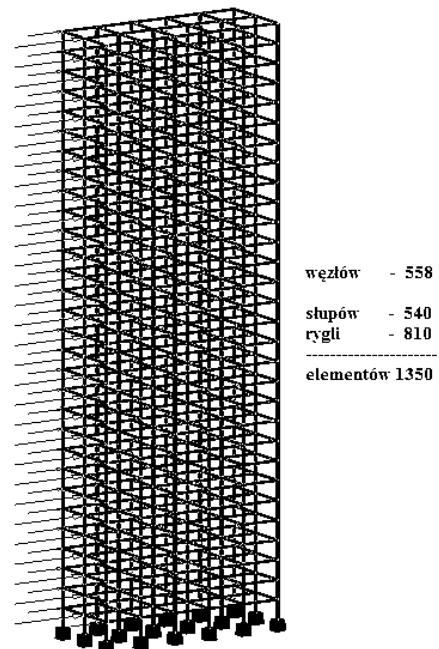
Typ konstrukcji	Układ płaski		Układ przestrzenny		
	postać	częstotliwość, Hz	okres, s	częstotliwość, Hz	okres, s
1		0,56	1,78	0,24	4,16
2		1,71	0,59	0,32	3,14
3		2,96	0,34	0,46	2,20
4		4,23	0,24	0,72	1,38
5		5,58	0,18	0,93	1,08
6		7,01	0,14	1,24	0,81
7		8,23	0,12	1,38	0,72
8		8,54	0,12	1,49	0,67
9		9,28	0,11	1,74	119,30
10		10,22	0,10	2,02	160,34

Tab. 4. Charakterystyki dynamiczne dla ramy 2D i 3D z nowym materiałem
Tab. 4. The dynamic characteristics of the frame 2D and 3D with new material

Typ konstrukcji	Układ płaski		Układ przestrzenny		
	postać	częstotliwość, Hz	okres, s	częstotliwość, Hz	okres, s
1		0,79	1,26	0,34	2,94
2		2,41	0,41	0,45	2,22
3		4,18	0,24	0,64	1,55
4		5,98	0,17	1,02	0,98
5		7,89	0,13	1,31	0,76
6		9,91	0,10	1,75	0,57
7		11,64	0,09	1,96	0,51
8		12,07	0,08	2,11	0,47
9		13,12	0,08	2,46	0,41
10		14,45	0,07	2,85	0,35

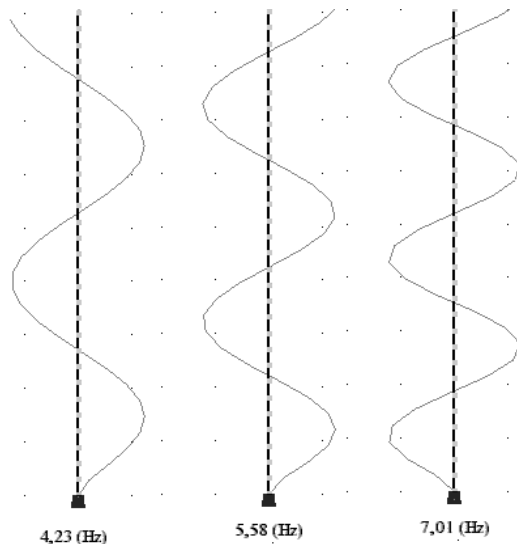


Rys. 3. Pierwsza, druga i trzecia postać drgań własnych ramy 2D
Fig. 3. The first, second and third form of self-vibration frame 2D

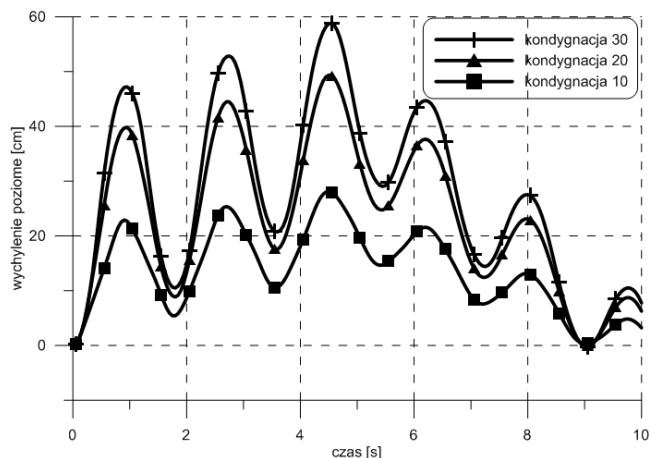


Rys. 4. Schemat ramy przestrzennej z obciążeniem wiatrem
Fig. 4. Space frame schematic with a load wind

Na rysunkach 3 i 5 pokazano dla ramy płaskiej pierwsze sześć postaci drgań własnych.



Rys. 5. Czwarta, piąta i szosta postać drgań własnych ramy 2D
Fig. 5. The fourth, fifth and sixth form of self-vibration frame 2D



Rys. 6. Przesunięcie poziome węzłów na kondygnacji 30, 20 i 10 dla ramy płaskiej stalowej
Fig. 6. Horizontal displacement of nodes on level 10th, 20th and 30th for plane steel frame

6. Wnioski

Uzyskano dużą zbieżność wyników policzonych programem PolSap z wynikami otrzymanymi z programu Autodesk Robot Structural Analysis 2011.

Porównując wyniki przesunięcia poziomego z rozwiązania statycznego i dynamicznego dla ramy płaskiej stalowej otrzymujemy współczynnik wzmocnienia w przybliżeniu 1,4 razy większy dla dynamicznego (maksymalne przesunięcie wynosi 43,3 cm dla obciążenia statycznego, natomiast wychylenie od obciążenia dynamicznego około 60 cm). Analogicznie współczynnik wzmocnienia dla ramy przestrzennej stalowej wynosi w przybliżeniu 1,7 (wychylenie statyczne 28,8 cm a dynamiczne około 50 cm).

Analizując wyniki w tabeli 1 można zauważyć, że przesunięcie poziome wierzchołka ramy płaskiej jest większe niż ramy przestrzennej. Wynika z tego, że sztywność układu płaskiego jest mniejsza niż przestrzennego.

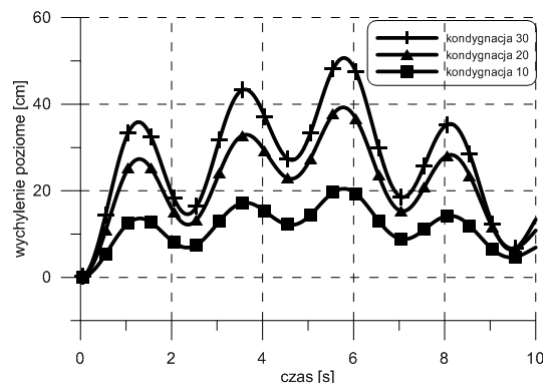
Częstość drgań własnych jest zawsze większa dla układu płaskiego niż przestrzennego (tab. 1-3). Wrasta również w przypadku, gdy przyjęty materiał ma większy współczynnik Younga.

Płaski (2D) układ: każdy węzeł ma 3 stopnie swobody (2 translacyjne i 1 obrotowy). Totalna liczba stopni swobody całego układu wynosi $N=3 \cdot W=3 \cdot 180=540$, gdzie W jest liczbą węzłów swobodnych.

Przestrzenny (3D) układ: każdy węzeł ma 6 stopni swobody (3 translacyjne i 3 obrotowe). Totalna liczba stopni swobody całego układu wynosi $N=6 \cdot W=6 \cdot 540=3240$.

Wydaje się, że ograniczenia sztywności ($f=H/500$) w normach są zawyżone skoro rzeczywistość daje dowody, że można budować konstrukcje bardziej wiotkie.

Podsumowując należy liczyć konstrukcję jako przestrzenną i obciążoną dynamicznie.



Rys. 7. Przesunięcie poziome węzłów na kondygnacji 30, 20 i 10 dla ramy przestrzennej stalowej
Fig. 7. Horizontal displacement of nodes on level 10th, 20th and 30th for space steel frame

7. Literatura

- [1] Kapela M., Siczkowski J.: Projektowanie konstrukcji budynków wielokondygnacyjnych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2003.
- [2] Kleiber M., Hien T.D.: The Stochastic Finite Element Method, Wiley 1992.
- [3] Bathe K.J.: Finite Elements Procedures, Prentice-Hall Inc., 1996.
- [4] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.: The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics, Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.
- [5] Chmielewski T., Zembaty Z.: Podstawy dynamiki budowli, Arkady, 1999.
- [6] Lewandowski R.: Dynamika konstrukcji budowlanych, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2006.
- [7] Grzywiński M., Hien T.D.: Statyczna i dynamiczna wrażliwość konstrukcji kratowych, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego Politechniki Koszalińskiej nr 40, str. 113-120, 2007.
- [8] Grzywiński M., Hien T.D.: Stochastyczna analiza dynamiczna wrażliwości układu belkowo-kratowego. Pomiary, Automatyka, Kontrola nr 6, str. 330-333, 2009.
- [9] Autodesk Robot Structural Analysis 2010 – Podręcznik użytkownika, Autodesk Inc., 2009.

otrzymano / received: 27.04.2011

przyjęto do druku / accepted: 02.07.2012

artykuł recenzowany / revised paper