

Krzysztof WIKTOROWICZ

POLITECHNIKA RZESZOWSKA, KATEDRA INFORMATYKI I AUTOMATYKI,
ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów

Regulator rozmyty jako korektor nieliniowy

Dr inż. Krzysztof WIKTOROWICZ

Dyplom magistra inżyniera uzyskał w 1993 roku na Wydziale Elektrycznym Politechniki Rzeszowskiej. Bezpośrednio po studiach rozpoczął pracę w Katedrze Informatyki i Automatyki Politechniki Rzeszowskiej. Stopień doktora nauk technicznych uzyskał w 2001 roku w Instytucie Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej. Zajmuje się teorią sterowania, a w szczególności układami regulacji rozmytej.



e-mail: kwiktor@prz-rzeszow.pl

Streszczenie

W artykule pokazano metodę projektowania regulatora rozmytego pracującego jako korektor nieliniowy w układzie sterowania. Rozpatrzono regulator Takagi-Sugeno z rzeczywistymi następnikami reguł. Pokazano, że jego funkcja ma pewne własności, które można wykorzystać w syntezie układu sterowania. Wskazano, że może być ona nieliniowością sektorową, dzięki czemu do badania stabilności można użyć częstotliwościowe kryterium Popova. Na przykładzie pokazano, że zastosowanie korektora rozmytego może poprawić jakość pracy układu poprzez skrócenie czasu regulacji. Zaprojektowany układ zrealizowano w środowisku Matlab/Simulink.

Słowa kluczowe: regulator rozmyty, korektor nieliniowy, stabilność, twierdzenie Popova, jakość regulacji.

Fuzzy controller as a nonlinear corrector**Abstract**

The paper presents a design method of the Takagi-Sugeno fuzzy controller [5] that works as a nonlinear element in a control system. The controller has one input and one output (Fig. 1) and real numbers in consequences of fuzzy rules (Eq. (1)). In Section 2 it is shown that the function of the controller has certain properties that can be used in a design procedure. The system stability is considered in Section 3 and is based on the Popov criterion [13] which has useful graphical interpretation (Fig. 5). It is assumed that the controller function is a nonlinearity described by a sector condition (Eqs. (12) and (13)). The condition means that the graph of the function lies between two lines passing the origin [11, 12]. The presented method is illustrated in Section 4 by an example of a system containing a linear plant described by the transfer function (Eq. (19)) and a fuzzy controller in the feedback loop (Fig. 6). The goal is to design a fuzzy controller so that its settling time is shorter than the linear controller settling time. It is assumed that the system response is to be critically damped, which means stabilisation of the system without overshooting. The control quality with a fuzzy controller is compared to that with a linear controller (Tab. 1). The control system was realised in Matlab/Simulink environment (Fig. 10).

Keywords: fuzzy controller, nonlinear corrector, stability, Popov criterion, control quality.

1. Wstęp

W regulatorze rozmytym sygnał wyjściowy, czyli sterowanie, wyznacza się poprzez wnioskowanie rozmyte. Odbyna się ono w mechanizmie wnioskowania, który korzystając z reguł sterowania znajdujących się w bazie wiedzy przetwarza dane wejściowe na dane wyjściowe. Rozróżniamy różne rodzaje regulatorów w zależności od użytych metod obliczania wyjścia [1, 2, 3]. Do najczęściej stosowanych zaliczamy regulatory typu Mamdaniego [4] oraz Takagi-Sugeno [5]. Różnią się one następnikami reguł – w pierwszych mają one postać zbiorów rozmytych, w drugich są to dowolne funkcje wejść (zazwyczaj wielomiany). Regulator Takagi-Sugeno zasługuje na szczególną uwagę, ze względu na dużą efektywność obliczeniową i małą zajętość pamięci.

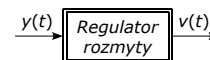
Bez względu na sposób wnioskowania, funkcja regulatora rozmytego jest zazwyczaj nieliniowa. Z tego względu znajduje on zastosowanie głównie do sterowania obiektami nieliniowymi. Trzeba jednak podkreślić, że analiza takich układów, w tym szczególnie ocena stabilności, jest zagadnieniem złożonym [6]. Inną klasę stanowią układy, w których wyróżnia się liniowy człon dynamiczny i nieliniowy człon statyczny. Nieliniowość może być cechą rozpatrywanego układu (np. tarcie, luz) i wówczas jest przeszkodą w projektowaniu, ale także może być wprowadzona celowo dla uzyskania określonego efektu. Klasycznym przykładem jest sterowanie przekąźnikowe (ang. *bang-bang*) układu liniowego, które zapewnia optymalne przebiegi w sensie minimalno-czasowym [7]. Ponieważ regulator rozmyty jest także elementem nieliniowym, można go użyć do osiągnięcia pewnych celów sterowania. Musimy jednak wiedzieć jak dobrać jego parametry, aby odpowiednio ukształtować jego funkcję. Do analizy stabilności i jakości takich układów możemy wykorzystać twierdzenia o stabilności absolutnej [8, 9, 10].

Celem niniejszej pracy jest pokazanie, że regulator rozmyty można zastosować do korekcji nieliniowej układu sterowania, w którym obiekt jest liniowy.

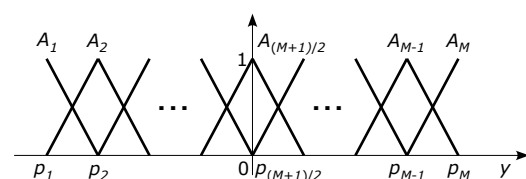
W pierwszej kolejności zostaną omówione własności funkcji regulatora Takagi-Sugeno o jednym wejściu i jednym wyjściu z rzeczywistymi następnikami reguł. Pozwoli to w dalszej części artykułu odpowiednio dobrać parametry regulatora, tak aby jego funkcja miała pożądany kształt. Zostanie pokazane, że do opisu tej funkcji wystarczy znajomość par $\{A_i, c_i\}$, gdzie A_i jest zbiorem rozmytym dla wejścia regulatora, zaś c_i określa wartość sterowania gdy wejście należy do A_i . Ponieważ projektowany regulator będzie tzw. nieliniowością sektorową, do badania stabilności zostanie użyte częstotliwościowe kryterium Popova, które obowiązuje przy założeniu, że obiekt jest liniowy. Na przykładzie zostanie pokazane, że zastosowanie korektora rozmytego może poprawić jakość pracy układu.

2. Regulator rozmyty Takagi-Sugeno i jego własności

Rozpatrujemy regulator rozmyty Takagi-Sugeno [5] o jednym wejściu $y(t)$ i jednym wyjściu $v(t)$ (rys. 1), który realizuje funkcję nieliniową $v(t) = f[y(t)]$. Dla wejścia definiujemy M trójkątnych zbiorów rozmytych A_i , których wierzchołki znajdują się w punktach p_i ($i = 1, \dots, M$), jak przedstawiono na rysunku 2, przy czym $y \in [p_1, p_M]$.



Rys. 1. Regulator rozmyty o jednym wejściu i jednym wyjściu
Fig. 1. Fuzzy controller with one input and one output



Rys. 2. Zbiory rozmyte dla wejścia regulatora
Fig. 2. Fuzzy sets for the controller input

Nie wymagamy aby zbiory były równomiernie rozmieszczone w uniwersum $Y = [p_1, p_M]$, ale zakładamy, że stopnie przynależności dla dowolnego argumentu y sumują się do jedności.

Działanie regulatora opisuje M reguł sterowania postaci

$$R_i : \text{Jeżeli } y \text{ jest } A_i, \text{ to } v \text{ jest } c_i, \quad (1)$$

gdzie c_i jest liczbą rzeczywistą. Reguły będziemy zapisywać w tablicy

$$\begin{array}{c|cccc} y & A_1 & A_2 & \dots & A_M \\ v & c_1 & c_2 & \dots & c_M \end{array}. \quad (2)$$

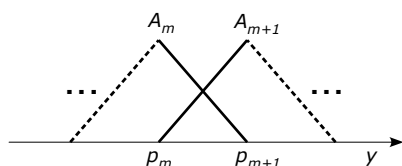
Wyjście regulatora jest dane wzorem

$$v = \frac{\sum_{i=1}^M w_i(y) \cdot c_i}{\sum_{i=1}^M w_i(y)}, \quad w_i(y) = A_i(y), \quad (3)$$

gdzie $A_i(y)$ oznacza stopień przynależności wejścia y do zbioru A_i , natomiast w_i nazywamy *stopniem spełnienia (aktywacji) reguły*. Reguły, których stopień spełnienia jest większy od zera nazywamy *regułami aktywnymi*.

Własności funkcji regulatora. Funkcja zdefiniowanego powyżej regulatora ma pewne własności, które będą dalej wykorzystane w jego projektowaniu. Są one następujące:

1. mianownik we wzorze (3) jest równy jedności,
2. w miejscach, w których znajdują się wierzchołki zbiorów rozmytych A_i , tj. dla $y = p_i$ wyjście regulatora osiąga wartość c_i ,
3. funkcja regulatora jest *odcinkami liniowa*,
4. dla $c_i = k \cdot p_i$ funkcja regulatora jest *liniowa* ze wzmocnieniem równym k .



Rys. 3. Zbiory rozmyte dla reguł aktywnych
Fig. 3. Fuzzy sets for active rules

W celu udowodnienia powyższych własności rozpatrzmy dowolny argument y taki, że $y \in [p_m, p_{m+1}]$, gdzie $1 \leq m < M$. Analizując kształt i rozmieszczenie zbiorów na rysunku 2 stwierdzamy, że zmienna y może należeć do co najwyżej dwóch zbiorów A_m oraz A_{m+1} , przy czym stopnie przynależności wynoszą odpowiednio (rys. 3)

$$A_m(y) = \frac{p_{m+1} - y}{p_{m+1} - p_m}, \quad A_{m+1}(y) = \frac{y - p_m}{p_{m+1} - p_m}. \quad (4)$$

Widzimy, że spośród wszystkich M reguł, aktywne są co najwyżej dwie reguły o następnikach c_m i c_{m+1} przedstawione w tablicy

$$\begin{array}{c|cccc} y & \dots & A_m & A_{m+1} & \dots \\ v & \dots & c_m & c_{m+1} & \dots \end{array}. \quad (5)$$

Własność 1 wynika bezpośrednio z założenia dotyczącego rozmieszczenia i kształtu funkcji przynależności, stąd

$$\sum_{i=1}^M w_i(y) = \sum_{i=1}^M A_i(y) = 1. \quad (6)$$

Własność 2 wynika z faktu, że dla $y = p_m$ aktywna jest tylko jedna reguła R_m , a zatem uwzględniając jednostkową wartość mianownika otrzymujemy:

$$\begin{aligned} v &= f(p_m) = \sum_{i=1}^M w_i(y) \cdot c_i = A_m(p_m) \cdot c_m = \\ &= \frac{p_{m+1} - p_m}{p_{m+1} - p_m} c_m = c_m. \end{aligned} \quad (7)$$

Aby wykazać własność 3 bierzemy jednostkową wartość mianownika i otrzymujemy:

$$\begin{aligned} v &= \sum_{i=1}^M w_i(y) \cdot c_i = A_m(y) \cdot c_m + A_{m+1}(y) \cdot c_{m+1} = \\ &= \frac{p_{m+1} - y}{p_{m+1} - p_m} c_m + \frac{y - p_m}{p_{m+1} - p_m} c_{m+1} = \\ &= \frac{c_{m+1} - c_m}{p_{m+1} - p_m} y + \frac{p_{m+1}c_m - p_m c_{m+1}}{p_{m+1} - p_m} = ay + b, \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie

$$a = \frac{c_{m+1} - c_m}{p_{m+1} - p_m}, \quad b = \frac{p_{m+1}c_m - p_m c_{m+1}}{p_{m+1} - p_m}. \quad (9)$$

Należy podkreślić, że dla różnych przedziałów $[p_m, p_{m+1}]$ wartości współczynników a oraz b mogą być różne, co oznacza, że mimo tego, że funkcja $f(y)$ jest odcinkami liniowa, to w całym uniwersum $[p_1, p_M]$ może być nieliniowa. Aby funkcja była liniowa w całym zakresie zmian y , należy ułożyć następniki reguł na prostej, tj. przyjmując $c_m = k \cdot p_m$, $c_{m+1} = k \cdot p_{m+1}$, gdzie $k \in R$. Otrzymujemy wówczas

$$\begin{aligned} a &= \frac{c_{m+1} - c_m}{p_{m+1} - p_m} = \frac{kp_{m+1} - kp_m}{p_{m+1} - p_m} = k, \\ b &= \frac{p_{m+1}c_m - p_m c_{m+1}}{p_{m+1} - p_m} = \frac{p_{m+1}kp_m - p_m kp_{m+1}}{p_{m+1} - p_m} = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

czyli $v = f(y) = ky$. W ten sposób wykazaliśmy własność 4.

3. Kryterium stabilności

Do oceny stabilności układu z regulatorem rozmytym wykorzystamy częstotliwościowe kryterium Popova. Zakłada się w nim, że układ regulacji składa się z liniowego elementu dynamicznego i nieliniowego elementu statycznego, którego charakterystyka jest tzw. nieliniowością sektorową. Pokażemy dalej, że przy właściwym doborze następników reguł sterowania funkcja regulatora rozmytego może spełnić warunek sektora.

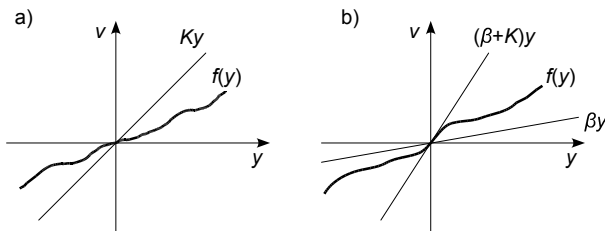
Rozważamy obiekt opisany transmitancją operatorową postaci

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}, \quad (11)$$

gdzie $n > m$. Zakładamy, że stacjonarna charakterystyka $v(t) = f[y(t)]$ członu nieliniowego spełnia warunek sektora [11, 12]:

$$0 \leq \frac{f(y)}{y} \leq K, \quad \forall y \neq 0, f(0) = 0, \quad (12)$$

czyli leży między prostymi $v_1 = 0$, $v_2 = Ky$ (rys. 4a). Mówimy wówczas, że funkcja regulatora jest *nieliniowością sektorową* lub *leży w sektorze* $[0, K]$.



Rys. 4. Nieliniowości leżące w sektorach: a) $[0, K]$, b) $[\beta, \beta + K]$
 Fig. 4. Nonlinearities belonging to sectors: a) $[0, K]$, b) $[\beta, \beta + K]$

Będziemy również rozpatrywać przypadek, w którym funkcja $f(y)$ leży w sektorze $[\beta, \beta + K]$, gdzie $\beta, K \geq 0$. Oznacza to, że jest spełniony warunek

$$\beta \leq \frac{f(y)}{y} \leq \beta + K, \quad \forall y \neq 0, f(0) = 0, \quad (13)$$

czyli funkcja leży między prostymi $v_1 = \beta y$, $v_2 = (\beta + K)y$, co przedstawiono na rysunku 4b. W tym przypadku, stosując metodę przesunięcia biegunów (por. np. [13]), korzystamy z podstawienia

$$v_1(t) = f_1[y(t)] = f[y(t)] - \beta y(t). \quad (14)$$

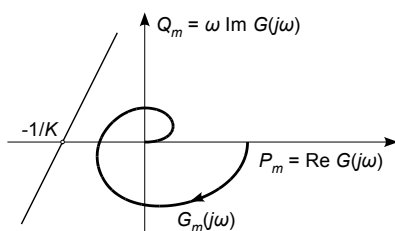
Po zastosowaniu tego przekształcenia funkcja $v_1(t) = f_1[y(t)]$ leży w sektorze $[0, K]$, czyli jest spełniony warunek

$$0 \leq \frac{f_1(y)}{y} \leq K, \quad \forall y \neq 0, f_1(0) = 0. \quad (15)$$

Warto podkreślić, że metodę przesunięcia biegunów można zastosować dla układów, w których obiekt nie jest stabilny. Warunkiem stabilności układu zamkniętego jest wówczas istnienie takiej wartości β , aby transmitancja zastępcza postaci

$$G_1(s) = \frac{G(s)}{1 + \beta G(s)}. \quad (16)$$

była stabilna.



Rys. 5. Ilustracja kryterium Popova
 Fig. 5. Illustration of the Popov criterion

Do badania stabilności rozpatrywanego układu zostanie wykorzystane twierdzenie Popova, którego stosowanie polega na analizie charakterystyki widmowej obiektu.

Definicja 1 [13]. Układ z obiektem o transmitancji (11) i regulatorem $u = -f(y)$ nazywamy *absolutnie stabilnym*, jeżeli wszystkie zmienne stanu zmierzają do zera dla dowolnych warunków początkowych.

Definicja 2 [13]. *Zmodyfikowaną charakterystyką amplitudowo-fazową* członu liniowego o transmitancji widmowej

$$G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) \quad (17)$$

nazywamy wykres transmitancji widmowej

$$G_m(j\omega) = P_m(\omega) + jQ_m(\omega), \quad (18)$$

gdzie $P_m(\omega) = P(\omega)$, $Q_m(\omega) = \omega Q(\omega)$.

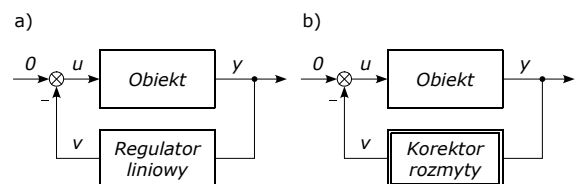
Twierdzenie 1 [13]. Układ składający się z członu liniowego o transmitancji (11) i członu nieliniowego spełniającego warunek (13) jest absolutnie stabilny, jeżeli istnieje taki współczynnik β , że transmitancja (16) ma wszystkie bieguny w lewej półpłaszczyźnie, a zmodyfikowana charakterystyka $G_{1m}(j\omega)$ leży na prawo od prostej Popova o dowolnym współczynniku kierunkowym, przechodzącej przez punkt $(-1/K, 0)$.

4. Projekt korektora rozmytego

Rozpatrujemy układ regulacji, którego schemat blokowy pokazano na rysunku 6 (przykład jest wzorowany na zadaniu 7.2 z pracy [14]). Obiekt ma transmitancję

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(s+1)}, \quad (19)$$

zaś regulatorem jest w pierwszym przypadku element liniowy o wzmacnieniu k , zaś w drugim – regulator rozmyty jako element nieliniowy. Zadanie polega na zaprojektowaniu rozmytego korektora nieliniowego, który dla warunku początkowego $y(0) = 4$, $y'(0) = 0$ skróci czas regulacji, nie powodując jednocześnie oscylacji w układzie.



Rys. 6. Układy z: a) regulatorem liniowym, b) korektorem rozmytym
 Fig. 6. Systems with: a) linear controller, b) fuzzy corrector

Syntezę układu rozpoczniemy od doboru wzmacnienia k elementu liniowego, dla którego przebiegi będą aperiodyczne krytyczne.

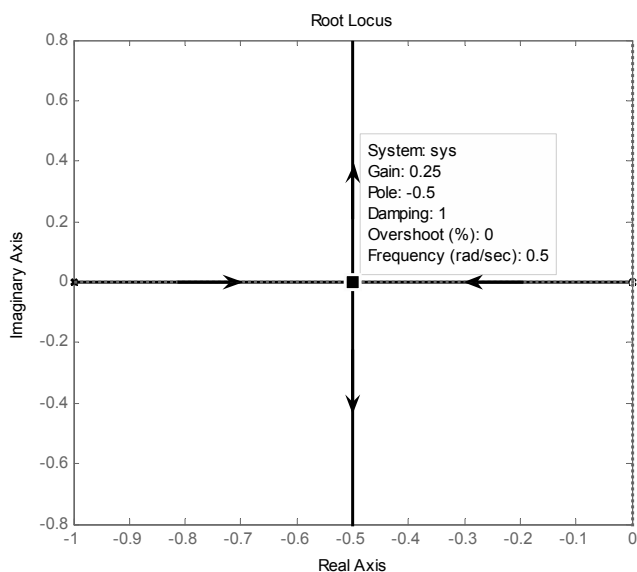
Projekt regulatora liniowego. Dla podanej transmitancji obiektu szukamy sterowania postaci

$$u(t) = -v(t) = -ky(t), \quad (20)$$

gdzie $v = f(y) = ky$ jest funkcją regulatora liniowego. Wzmocnienie k można wyznaczyć analitycznie z równania charakterystycznego $s^2 + s + k = 0$ lub numerycznie, wywołując w Matlabie polecenie

```
>> rlocus(1, [1, 1, 0]);
```

i otrzymując wykres linii pierwiastkowych przedstawiony na rysunku 7 (linie zaczynają się w biegunach $-1, 0$ obiektu, spotykają w punkcie -0.5 i rozchodzą, jedna do góry, a druga do dołu).



Rys. 7. Wyznaczenie wzmocnienia k (Gain) z linii pierwiastkowych
Fig. 7. Determining the gain k from root-locus plot

W obu przypadkach otrzymujemy wzmocnienie aperiodyczne krytyczne

$$k_{ak} = 0.25. \quad (21)$$

Wyznaczone wzmocnienie zapewnia najszybsze przebiegi spośród przebiegów aperiodycznych. Jego zwiększenie spowoduje, że staną się one oscylacyjne, gdyż bieguny układu zamkniętego będą zespolone, co widać na wykresie linii pierwiastkowych

Projekt korektora rozmytego. Regulator liniowy z powyższego punktu zastąpimy teraz nieliniowością o wzmocnieniu zwiększającym się wraz ze wzrostem modułu sygnału sterowanego y . Niech element nieliniowy opisuje funkcja

$$f(y) = \begin{cases} k_1 y & \text{dla } |y| \leq b, \text{ strefa I} \\ k_2 (y - a) & \text{dla } y > b, \text{ strefa II} \\ k_2 (y + a) & \text{dla } y < -b, \text{ strefa III} \end{cases} \quad (22)$$

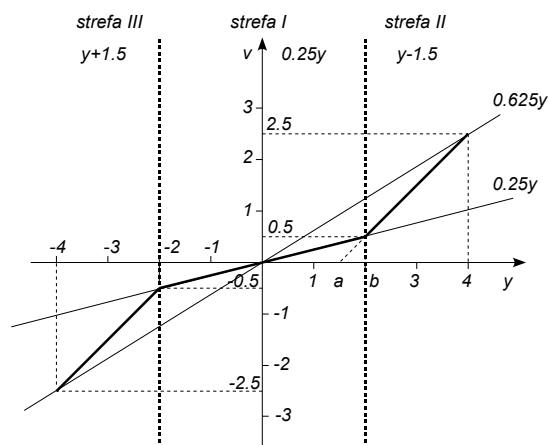
gdzie $b = 2, a = b(k_2 - k_1)/k_2$. Dla małych wartości y , tj. w strefie I, bierzemy $k_1 = k_{ak} = 0.25$. W strefach II i III, gdzie wartości y są duże, zwiększamy wzmocnienie przyjmując $k_2 = 1$. Mamy wówczas $a = 1.5$. Kształt nieliniowej charakterystyki $f(y)$ pokazano na rysunku 8.

Widzimy, że $f(y)$ jest odcinkami liniowa, a zatem do jej realizacji możemy wykorzystać regulator rozmyty z rozdziału 2. Przyjmujemy uniwersum $Y = [-4, 4]$, w którym umieszczamy pięć trójkątnych zbiorów rozmytych o wierzchołkach w punktach $-p_1 = p_5 = 4, -p_2 = p_4 = 2, p_3 = 0$. Zgodnie z własnością 2

przyjmujemy, posługując się rysunkiem 8, następujące reguły sterowania korektora rozmytego:

$$\begin{array}{c|ccccc} y & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \hline v & -2.5 & -0.5 & 0 & 0.5 & 2.5 \end{array}. \quad (23)$$

Reguły te mają czytelną interpretację – dla „dużych” wartości wyjścia obiektu sterowanie powinno być „duże”, dla „małych” – „małe”, zaś w pobliżu „zera” – „zerowe”.



Rys. 8. Charakterystyka korektora nieliniowego
Fig. 8. Characteristic of the nonlinear corrector

Warto zauważyć, że biorąc $c_i = k_{ak} \cdot p_i$, czyli reguły postaci

$$\begin{array}{c|ccccc} y & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \hline v & -1 & -0.5 & 0 & 0.5 & 1 \end{array}, \quad (24)$$

otrzymalibyśmy, zgodnie z własnością 4, regulator rozmyty równoważny z regulatorem liniowym o wzmocnieniu $k_{ak} = 0.25$.

Ocena stabilności. Analizując kształt charakterystyki przedstawionej na rysunku 8 widzimy, że leży ona pomiędzy dwiema prostymi o równaniach $v_1 = \beta y$ oraz $v_2 = (\beta + K)y$, gdzie $\beta = 0.25, \beta + K = 0.625$. Możemy zatem zapisać warunek sektora w postaci

$$0.25 = \beta \leq \frac{f(y)}{y} \leq \beta + K = 0.625, \quad \forall y \neq 0, f(y) = 0. \quad (25)$$

Podstawiając zależność (19) do wzoru (16) otrzymujemy transmitancję zastępczą

$$G_1(s) = \frac{G(s)}{1 + \beta G(s)} = \frac{1}{1 + 0.25 \frac{1}{s(s+1)}} = \frac{1}{s^2 + s + 0.25}, \quad (26)$$

która ma oba bieguny ($s_{1,2} = -0.5$) w lewej półpłaszczyźnie. Nowy warunek sektora jest dany zależnością

$$0 \leq \frac{f_1(y)}{y} \leq K = 0.375, \quad \forall y \neq 0, f_1(y) = 0. \quad (27)$$

Aby zbadać stabilność układu z regulatorem spełniającym warunek (27), musimy wykazać, że zmodyfikowana charakterystyka amplitudowo-fazowa $G_{1m}(j\omega)$ zastępczego członu liniowego

o transmitancji (26) leży na prawo od prostej Popova przechodzącej przez punkt $(-1/K, 0) = (-2.67, 0)$.

Transmitancja widmowa $G_1(j\omega)$ ma postać

$$G_1(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^2 + j\omega + 0.25} = \frac{0.25 - \omega^2 - j\omega}{(0.25 - \omega^2)^2 + \omega^2} = P_1(\omega) + jQ_1(\omega) \quad (28)$$

gdzie

$$P_1(\omega) = \frac{0.25 - \omega^2}{(0.25 - \omega^2)^2 + \omega^2}, \quad Q_1(\omega) = \frac{-\omega}{(0.25 - \omega^2)^2 + \omega^2} \quad (29)$$

Wobec tego

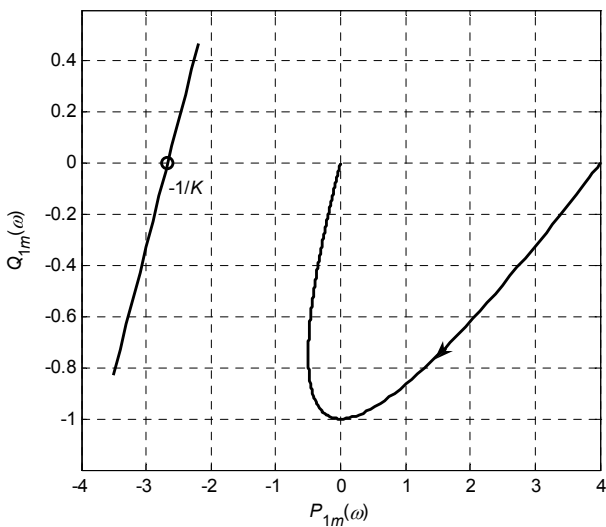
$$G_{1m}(j\omega) = P_{1m}(\omega) + jQ_{1m}(\omega), \quad (30)$$

Przy czym

$$P_{1m}(\omega) = P_1(\omega) = \frac{0.25 - \omega^2}{(0.25 - \omega^2)^2 + \omega^2}, \quad (31)$$

$$Q_{1m}(\omega) = \omega Q_1(\omega) = \frac{-\omega^2}{(0.25 - \omega^2)^2 + \omega^2}.$$

Wykres zmodyfikowanej charakterystyki amplitudowo-fazowej $G_{1m}(j\omega)$ przedstawiono na rysunku 9. Charakterystyka zaczyna się w punkcie $(4, 0)$, gdzie $\omega = 0$ i kończy w początku układu współrzędnych, gdzie $\omega = \infty$.



Rys. 9. Zmodyfikowana charakterystyka amplitudowo-fazowa
Fig. 9. The modified Nyquist plot

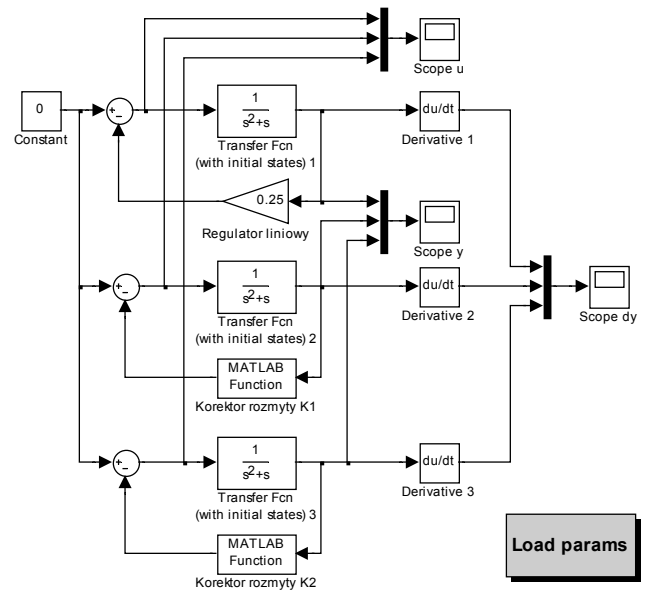
Ponieważ istnieje prosta Popova przechodząca przez punkt $(-2.67, 0)$ i leżąca na lewo od wykresu charakterystyki $G_{1m}(j\omega)$, to warunki twierdzenia są spełnione i układ z korektorem rozmytym jest absolutnie stabilny.

Przedstawiony powyżej projekt korektora rozmytego dotyczy przypadku, w którym w pobliżu zera zachowano wzmocnienie aperiodyczne krytyczne regulatora liniowego. Okazuje się, że można także zaproponować inne wartości wzmocnień, przy których przebiegi nadal pozostaną aperiodyczne. Biorąc na przykład reguły

$$\frac{y}{v} \left| \begin{array}{ccccc} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \hline -5.2 & -0.16 & 0 & 0.16 & 5.2 \end{array} \right. \quad (32)$$

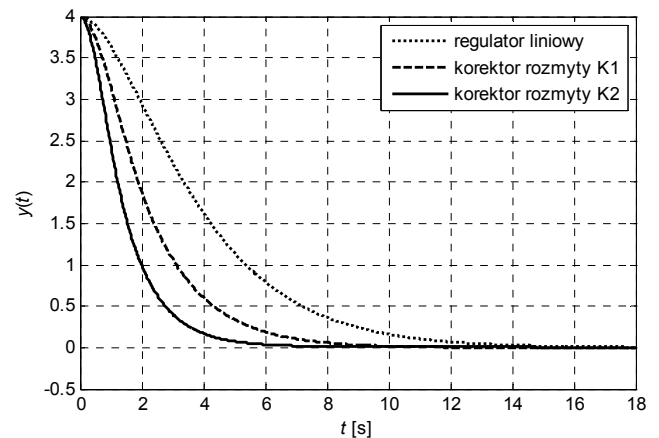
realizujemy funkcję (22) ze współczynnikami $k_1 = 0.08$ oraz $k_2 = 2.52$, czyli zwiększamy wzmocnienie w strefach II, III i zmniejszamy w strefie I. Funkcja ta leży w sektorze $[\beta, \beta + K] = [0.08, 1.3]$ lub po przekształceniu $[0, K] = [0, 1.22]$. Stosując twierdzenie Popova można wykazać, że układ jest również absolutnie stabilny.

Implementacja i eksperymenty. Układ regulacji omówiony w powyższym punkcie zaprogramowano w środowisku Matlab/Simulink, zaś jego schemat przedstawiono na rysunku 10. Umożliwia on symulację sterowania z regulatorem liniowym oraz dwoma korektorami rozmytymi. Symbol K1 oznacza korektor z regułami (23), natomiast K2 – z regułami (32).

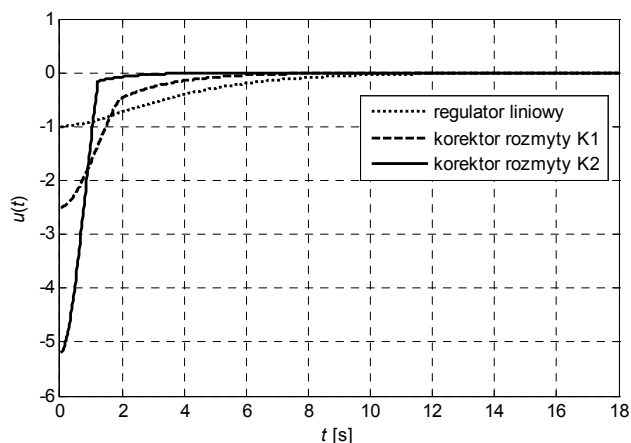


Rys. 10. Schemat układu sterowania
Fig. 10. Diagram of the control system

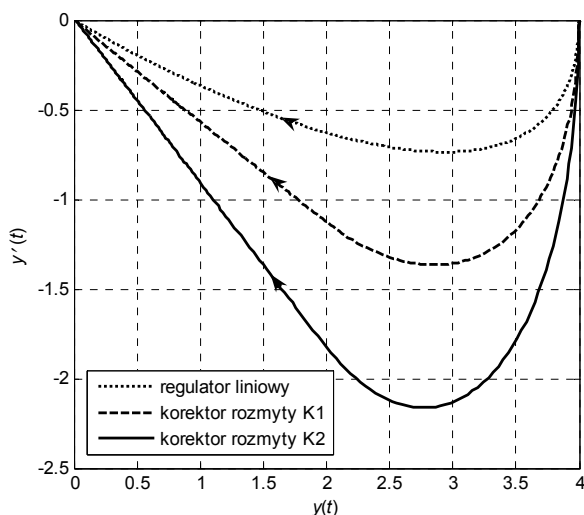
Wyniki eksperymentów przedstawiono na rysunkach 11, 12 i 13.



Rys. 11. Odpowiedzi układu
Fig. 11. The system responses



Rys. 12. Sygnały sterujące
Fig. 12. The control signals



Rys. 13. Trajektorie fazowe
Fig. 13. Phase trajectories

Na podstawie przebiegu wyjścia obiektu $y(t)$ oszacowano czasy regulacji dla poszczególnych regulatorów (tab. 1). Przyjęto za czas regulacji chwilę, po której sygnał $y(t)$ maleje trwale poniżej 5% wartości początkowej $y(0)$, czyli 0.2.

Tab. 1. Porównanie czasów regulacji
Tab. 1. Comparison of settling times

| | regulator liniowy | korektor rozmyty K1 | korektor rozmyty K2 |
|--------------------|-------------------|---------------------|---------------------|
| Czas regulacji [s] | 9.5 | 5.9 | 3.8 |

Widać, że po zastosowaniu korekcji nieliniowej czas regulacji jest 1.6 raza mniejszy dla korektora K1 i 2.5 raza mniejszy dla korektora K2. W obu przypadkach w układzie nie występuje przeregulowanie. Należy jednak zauważyć, że odbywa się to kosztem zwiększenia amplitudy sygnału sterującego (rys. 12).

5. Wnioski

W artykule pokazano metodę projektowania regulatora rozmytego pełniącego rolę nieliniowego korektora w układzie sterowania. Rozpatrzono regulator Takagi-Sugeno o jednym wejściu i jednym wyjściu (SISO), w którym następniki reguł wnioskowania są liczbami rzeczywistymi. Podano własności funkcji regulatora, które wykorzystano w procesie projektowania. Pokazano, że regulator rozmyty może być tzw. nieliniowością sektorową, co w przypadku regulatora SISO oznacza, że jego funkcja leży między dwoma prostymi przecinającymi się w początku układu współrzędnych. Przytoczono kryterium stabilności w postaci twierdzenia Popowa i pokazano, jak je zastosować dla podanego regulatora. Zaprojektowany układ zrealizowano w środowisku Matlab/Simulink. Podano przykład, w którym porównano jakość sterowania z regulatorem liniowym. Pokazano, że celowe wprowadzenie do układu nieliniowości w postaci korektora rozmytego może skrócić czas regulacji zachowując aperiodyczny charakter odpowiedzi układu. Wskazano jednocześnie, że pozytywne efekty osiągane są kosztem zwiększenia amplitudy sygnału sterującego. Mając jednak na uwadze tylko kryterium czasu, można stwierdzić, że stosowanie regulatora rozmytego, nawet dla obiektów liniowych, jest uzasadnione.

6. Literatura

- [1] Łęski J.: Systemy neuronowo-rozmyte, WNT, Warszawa, 2008.
- [2] Passino K. M., Yurkovich S.: Fuzzy control, Addison-Wesley, 1998.
- [3] Piegat A.: Modelowanie i sterowanie rozmyte, EXIT, Warszawa, 2003.
- [4] Mamdani E. H., Assilian S.: An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller, International Journal of Man-Machine Studies, vol. 7, 1–13, 1975.
- [5] Takagi T., Sugeno M.: Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, vol. 15, 116–132, 1985.
- [6] Tanaka K., Wang H. O.: Fuzzy control systems design and analysis. A linear matrix inequality approach, Wiley, New York, 2001.
- [7] Takahashi Y., Rabins M. J., Auslander D. M., Sterowanie i systemy dynamiczne, WNT, Warszawa 1976.
- [8] Kudrewicz J.: Częstotliwościowe metody w teorii nieliniowych układów dynamicznych, WNT, Warszawa, 1970.
- [9] Kluska J.: Absolute stability of continuous fuzzy control systems. Stability Issues in Fuzzy Control, Physica-Verlag, 15–45, 2000.
- [10] Wiktorowicz K.: Jakość regulacji rozmytej, Rozprawa doktorska, Politechnika Wroclawska, 2001.
- [11] Desoer C. A., Vidyasagar M.: Feedback systems: Input-output properties, Academic Press, New York, 1975.
- [12] Vidyasagar M.: Nonlinear systems analysis, Prentice-Hall, New Jersey, 1978.
- [13] Kaczorek T.: Teoria sterowania, Tom II, WNT, Warszawa, 1981.
- [14] Gessing R., Latarnik M., Skrzywan-Kosek A.: Zbiór zadań z teorii nieliniowych układów regulacji i sterowania, WNT, Warszawa, 1981.

otrzymano / received: 09.09.2011

przyjęto do druku / accepted: 02.02.2012

artykuł recenzowany / revised paper