

Robert HANUS¹, Leszek PETRYKA², Marcin ZYCH³

¹ POLITECHNIKA RZESZOWSKA, KATEDRA METROLOGII I SYSTEMÓW DIAGNOSTYCZNYCH, W. Pola 2, 35-959 Rzeszów

² AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA, KATEDRA ZASTOSOWAŃ FIZYKI JĄDROWEJ, Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

³ AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA, KATEDRA GEOFIZYKI, Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

Zastosowanie fazy wzajemnej gęstości widmowej mocy w radioizotopowych pomiarach przepływów dwufazowych w rurociągach

Dr inż. Robert HANUS

Adiunkt w Katedrze Metrologii i Systemów Diagnostycznych Wydziału Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej. W pracy naukowo-badawczej zajmuje się głównie zagadnieniami związanymi z modelowaniem i analizą sygnałów stochastycznych oraz statystycznymi metodami pomiaru opóźnienia i parametrów przepływów dwufazowych. Autor lub współautor kilkudziesięciu publikacji, członek Sekcji Aparatury i Systemów Pomiarowych KMIAN PAN w kadencji 2007-2010.

e-mail: rohan@prz.edu.pl



Dr inż. Marcin ZYCH

Absolwent Wydziału Fizyki i Informatyki Stosowanej Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. W 2007 roku obronił pracę doktorską z zakresu zastosowań metod fizyki jądrowej w badaniach przepływów wielofazowych. Obecnie adiunkt w Katedrze Geofizyki na Wydziale Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska AGH. Zainteresowania naukowe: zastosowanie technik pomiarowych w badaniach procesów przemysłowych, analiza sygnałów.

e-mail: zych@geol.agh.edu.pl



Dr inż. Leszek PETRYKA

Absolwent Wydziału Elektrycznego Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. Od ukończeniu studiów w 1969 r. nauczyciel akademicki na Wydziale Fizyki i Informatyki Stosowanej AGH zatrudniony jako adiunkt do 2010 roku. Obecnie na emeryturze. Zainteresowania naukowe: przepływy wielofazowe i analiza procesów przepływowych, zastosowania techniki jądrowej oraz analiza sygnałów.

e-mail: Leszek.Petryka@fis.agh.edu.pl



Keywords: two phase flow, gamma absorption method, stochastic signals, cross-power spectral density.

1. Wstęp

Przepływy wielofazowe typu: ciecz-gaz, ciecz-faza stała, gaz-faza stała są często transportowane rurociągami w takich gałęziach przemysłu jak: chemia, przemysł wydobywczy i rolnospożywczy, energetyka oraz inżynieria środowiska [1-3]. Np. w przemyśle wydobywczym przesyła się rurociągami mieszaniny dwufazowe takie jak: ciecz-gaz, ciecz-cząstki stałe czy ciecz I-ciecz II. Analiza i sterowanie tego typu przepływami wymaga stosowania zaawansowanych technik pomiarowych [1, 4, 5]. Do pomiarów parametrów przepływów dwufazowych zarówno w kanałach otwartych jak i rurociągach od wielu lat stosowane są metody radioizotopowe [6-9]. Ze względu na nieinwazyjny pomiar i stosunkowo dużą dokładność szczególnie przydatna do badań przepływów dwufazowych w rurociągach jest metoda absorpcyjna, wykorzystująca zamknięte źródła promieniowania [10-11]. Czynnikiem ograniczającym stosowanie metod radioizotopowych jest konieczność spełnienia restrykcyjnych wymogów bezpieczeństwa, chroniących personel i środowisko przed skutkami promieniowania jonizującego.

W pracy opisano zastosowanie metody absorpcji promieniowania gamma w badaniach przepływu mieszanin ciecz-gaz i ciecz-cząstki stałe w rurociągach oraz podano przykładowe wyniki pomiaru prędkości składników mniejszościowych uzyskane przy zastosowaniu metody fazowej do analizy zarejestrowanych sygnałów.

2. Absorpcyjna metoda pomiaru prędkości przepływu fazy mniejszościowej

Zasadę wykorzystania absorpcji promieniowania gamma do badania przepływów dwufazowych w rurociągach przedstawia rysunek 1. W części (a) pokazano transport gazu przez ciecz w rurociągu poziomym, a w części (b) hydrotransport fazy stałej w rurociągu pionowym. W obydwu przypadkach celem pomiarów było określenie prędkości transportu składnika mniejszościowego, który stanowił odpowiednio pęcherzyki powietrza i ziarna ciała stałego.

Typowy pojedynczy zestaw absorpcyjny składa się z zamkniętego źródła promieniotwórczego i sondy scyntylacyjnej. Zastosowanie dwóch takich zestawów pozwala na pomiar prędkości fazy mniejszościowej oraz ewentualnie wyznaczenie jej koncentracji w przepływającej mieszaninie [10]. Wykorzystywane źródła umieszczone zostały w określonej odległości L od siebie. Rurociąg z przepływającym medium był prześwietlany dzięki temu przez dwie równoległe wiązki fotonów, kształtowane przez kolimatory. Z drugiej strony rurociągu, w tej samej odległości od

Streszczenie

W artykule przedstawiono zastosowanie charakterystyki fazowej wzajemnej gęstości widmowej mocy do analizy sygnałów uzyskiwanych w radioizotopowych badaniach przepływów dwufazowych w rurociągach. Pokazano jak wykorzystanie zestawu absorpcyjnego, złożonego z dwóch źródeł promieniowania gamma ^{241}Am i dwóch sond scyntylacyjnych NaI(Tl), oraz analizy widmowej sygnałów umożliwiła pomiar prędkości transportu fazy mniejszościowej w przepływach typu ciecz-gaz w rurociągu poziomym oraz ciecz-cząstki ciała stałego w rurociągu pionowym.

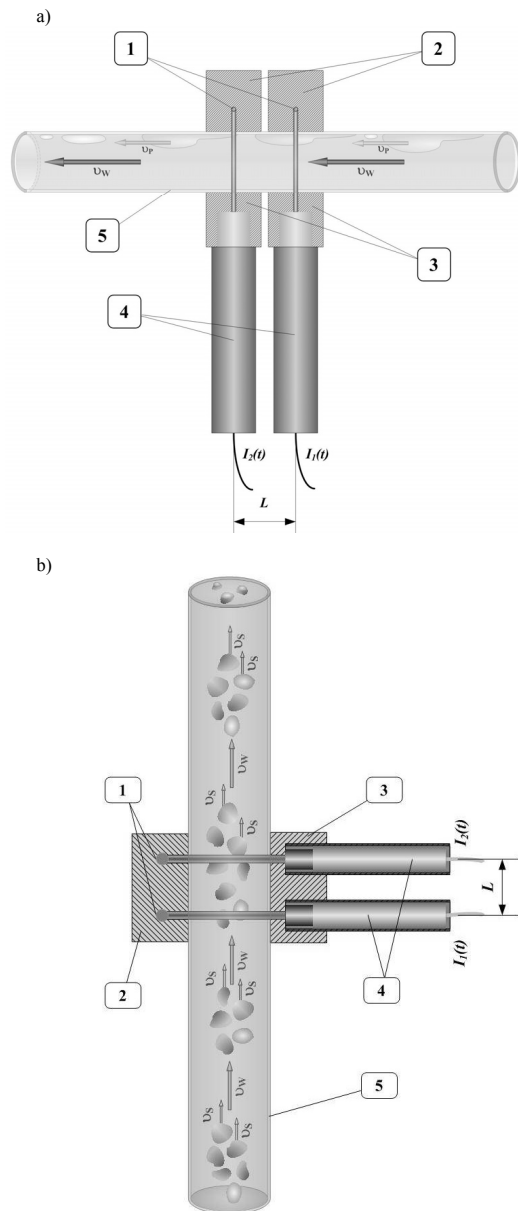
Słowa kluczowe: przepływ dwufazowy, absorpcja promieniowania gamma, sygnały stochastyczne, wzajemna gęstość widmowa mocy.

Application of phase of the Cross-Power Spectral Density distribution to radioisotope measurement of two phase flows in pipelines

Abstract

The paper presents an application of phase of the cross-power spectral density (CSPD) distribution to analysis of stochastic signals recorded during radiometric analysis of two-phase flows in pipelines. It shows, how a gamma absorption set, consisting of two radioactive sources ^{241}Am and two scintillation probes NaI(Tl), may be applied to investigation of a gas transportation by liquid in a horizontal pipe and solid particles transportation by a liquid in a vertical pipe. The linear mean velocity of the minority phase transportation was calculated using phase of CSPD of digital signals recorded by the two scintillation probes. The paper is divided into four sections. The first one is a short introduction to the subject of the paper. Section 2 presents the basis of the two-phase flow velocity evaluation by the gamma absorption method (Fig. 1, Eq. 1). Following that the spectral analysis of recorded signals (Eq. 2, Eq. 4; Fig. 4 and Fig. 5) and the uncertainty evaluation of the mean linear velocity (Eq. 6) are given in Section 3. The uncertainty of the mean velocity of the flow's minority phase was reduced to 0,5% for gas and to 1% for solid particles. Finally the Section 4 summarizes the results and presents final conclusions of the paper. The authors conclude that phase spectrum analysis may be applied to measurement of a minority phase velocity by the gamma absorption measurements of two-phase mixtures transported through pipelines. This method is especially convenient for relatively high values of signal-to-noise ratio.

siebie zamocowano detektory, na wyjściach których uzyskiwano zliczenia $I_1(t)$ i $I_2(t)$, zależne od natężenia promieniowania γ przechodzącego przez rurociąg. Obecność mieszaniny w odcinku pomiarowym powoduje absorpcję i rozpraszanie fotonów dostarczając sygnały stochastyczne $x(t)$ i $y(t)$, opisujące chwilowe stany strumienia w badanych przekrojach [2].



Rys. 1. Zasada absorpcyjnego pomiaru przepływu mieszanin: a) gaz – ciecz w rurociągu poziomym; b) ciecz – faza stała w rurociągu pionowym; 1 – źródło promieniowania, 2 – kolimator źródła, 3 – kolimator detektora, 4 – sonda pomiarowa, 5 – rurociąg

Fig. 1. Principle of gamma absorption measurement of the following flows: a) a gas – liquid flow in a horizontal pipe and b) solid particles transported by a liquid in a vertical pipe; 1 – sealed radioactive source, 2 – collimator of the source, 3 – collimator of the detector, 4 – probe, 5 – pipeline

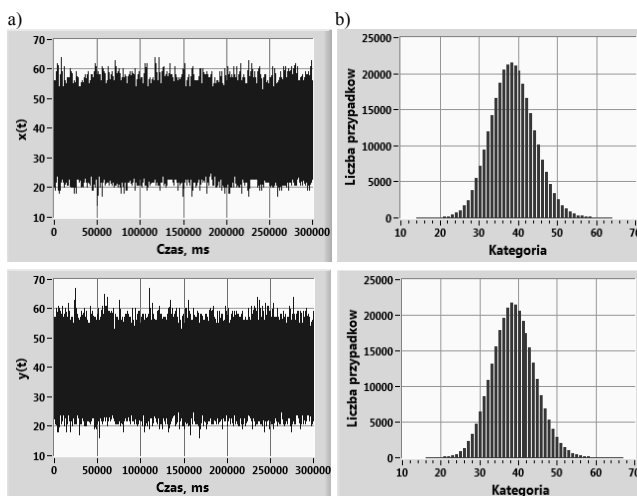
Dla ustalonego przepływu na podstawie analizy sygnałów pomiarowych wyznacza się opóźnienie transportowe τ_0 i średnią prędkość przemieszczania się fazy mniejszościowej v_S z zależności:

$$v_S = L / \tau_0 \quad (1)$$

W przypadku transportu mieszaniny woda-powietrze, przedstawionym na rysunku 1a, prędkość v_S jest równa prędkości pęcherzyków powietrza, którą oznaczono jako v_p .

3. Fazowa metoda analizy sygnałów pomiarowych i przykładowe wyniki

W artykule wykorzystano sygnały pomiarowe zarejestrowane na instalacjach badawczych w Pracowni Radiometrii Przemysłowej AGH oraz w Laboratorium Wodnym Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu. Na pierwszej z nich badane są przepływy ciecz-gaz (w tym przypadku woda-powietrze) w rurociągu poziomym w zakresie prędkości przepływu od 0,5 do 2,5 m/s. Odcinek pomiarowy rurociągu wykonano z metalpleksowej rury o długości 4,5 m i średnicy wewnętrznej 30 mm. Źródła promieniowania (izotopy ^{241}Am) i sondy absorpcyjne z $2''$ kryształami scyntylacyjnymi NaI(Tl) umieszczono w odległości 97 mm od siebie po przeciwnych stronach rury. Szczegółowy opis instalacji i geometrii pomiaru przedstawiono w artykule [12]. Przykłady sygnałów zarejestrowanych w eksperymencie BUB 0010 i ich histogramy pokazano na rysunku 2. Wartości na osi pionowej rozkładów czasowych określają liczbę zliczeń uzyskiwaną w czasie jednej milisekundy (częstotliwość próbkowania 1 kHz).



Rys. 2. Przebiegi czasowe i histogramy sygnałów w eksperymencie BUB 0010
Fig. 2. Recorded signals and their histograms in the experiment BUB 0010

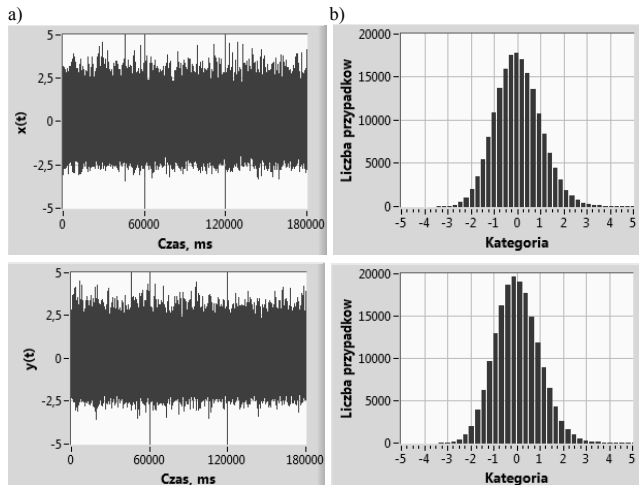
Z kolei instalacja do badania przepływu ciecz-cząstka stała w rurociągu pionowym powstała w celu modelowania hydrotransportu kongrecji oceanicznych z dna Pacyfiku [13, 14]. Zasadniczą jej część stanowił rurociąg pionowy o średnicy wewnętrznej 150 mm. Na wykonanym ze szkła akrylowego odcinku pomiarowym rury zamocowano zestawy absorpcyjne (źródła ^{241}Am + sondy NaI(Tl)). Odległość pomiędzy sondami w każdym zestawie wynosiła $L = 90$ mm. Schemat i szczegółowy opis instalacji przedstawiony został w pracy [15]. Ze względu na wytrzymałość mechaniczną kongrecji, w przeprowadzonych badaniach zastosowano specjalnie przygotowane modele ceramiczne o takim samym kształcie i gęstości jak naturalne kongrecje polimetaliczne.

Przykłady centrowanych sygnałów zarejestrowanych w pomiarze WRQ 030 oraz odpowiednie histogramy pokazano na rysunku 3. Parametry akwizycji były identyczne jak w eksperymencie BUB 0010, a znacznie mniejsza liczba zliczeń wynikała z większej średnicy rury i większej absorpcji w badanym medium.

Do analizy zarejestrowanych sygnałów stochastycznych, podanych zwykle wstępnej obróbce (filtracja, centrowanie itp), można zastosować metody statystyczne: korelacyjną, fazową, metody różnicowe, warunkowego uśredniania i inne [16 - 22]. Najczęściej wykorzystywaną jest metoda korelacyjna, która pozwala na określenie opóźnienia transportowego na podstawie lokalizacji położenia głównego maksimum funkcji korelacji wzajemnej [17]. W przypadku pomiarów radioizotopowych przy stosowaniu tej metody konieczna jest filtracja pasmowa uzyskiwanych sygnałów pomiarowych ze względu na obecność szumów i zakłóceń [18].

Do analizy sygnałów $x(t)$ i $y(t)$ w dziedzinie częstotliwości zastosować można funkcję wzajemnej gęstości widmowej mocy ($WGWM$) $G_{xy}(f)$, której faza związana jest z opóźnieniem transportowym τ_0 zależnością:

$$\Phi_{xy}(f) = \arctg \left\{ \frac{\text{Im} \left[\underline{G}_{xy}(f) \right]}{\text{Re} \left[\underline{G}_{xy}(f) \right]} \right\} = 2\pi f \tau_0 \quad (2)$$



Rys. 3. Przebiegi czasowe i histogramy sygnałów w eksperymencie WRQ 030
Fig. 3. Recorded signals and their histograms in the experiment WRQ 030

Analiza przebiegu fazy $WGWM$ pozwala na wyznaczenie opóźnienia transportowego dla wybranej harmonicznej lub dla określonego przedziału częstotliwości. W tym drugim przypadku stosuje się liniową aproksymację wybranego zakresu $\Phi_{xy}(f)$. Podstawowe właściwości metody omówione są w pracach [16, 19, 20, 23].

Estymację fazy $WGWM$ przeprowadza się stosując najczęściej procedurę Welch dla ciągów dyskretnych próbek sygnałów pobieranych w stałych odstępach próbkowania Δt . Zebrane zbiory próbek dzieli się na N_d segmentów, każdy o długości N . Stosując dla każdego segmentu skończoną dyskretną transformatę Fouriera uzyskuje się wartości $WGWM$ dla f_k użytecznych dyskretnych wartości częstotliwości ($k = 0 \dots (N-1)/2$), a rozdzielczość w dziedzinie częstotliwości wynosi $\Delta f = 1/N\Delta t$. Procedury numeryczne stosowane do obliczania wartości funkcji \arctg powodują powstawanie nieciągłości w przebiegu fazy $WGWM$ i konieczność zastosowania tzw. rozwijania fazy. Opóźnienie transportowe estymowane jest z wygładzonej metodą uśredniania odcinkowego (w zbiorze estymatorów wyznaczonych dla każdego segmentu danych) i rozwiniętej charakterystyki fazowej $WGWM$ $\tilde{\Phi}_{xy}(f_k)$ ze wzoru [20]:

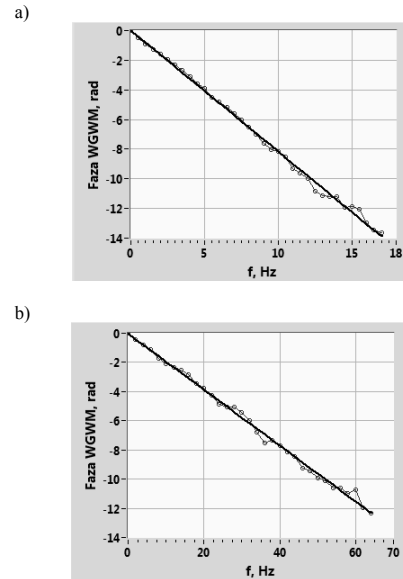
$$\hat{\tau}_0 = -\frac{1}{2\pi} \left[\frac{\sum_{k=1}^m f_k \tilde{\Phi}_{xy}(f_k)}{\sum_{k=1}^m f_k^2} \right], \quad (3)$$

gdzie m oznacza liczbę wartości fazy $WGWM$ i częstotliwości uwzględnione przy obliczaniu prostej regresji.

Na rysunku 4 pokazano wybrane do analizy fragmenty $\tilde{\Phi}_{xy}(f_k)$ uzyskane w eksperymentach BUB 0010 (4a) i WRQ 030 (4b) z dopasowanymi prostymi regresji liniowej. Specyfika stosowanego oprogramowania [24] powodowała, że dla sytuacji gdy sygnał $x(t)$ wyprzedza $y(t)$ ($\tau > 0$) uzyskiwano ujemne wartości fazy $WGWM$. Stąd do obliczania opóźnienia transportowego brano zależność (3) ze znakiem minus. Do wyboru odpowiedniego zakresu częstotliwości przy linearyzacji charakterystyki $\tilde{\Phi}_{xy}(f_k)$ można wykorzystać przebieg estymatora funkcji koherencji $\gamma_{xy}(f)$, która jest unormowaną $WGWM$ [16]. W praktyce wykorzystuje się kwadrat modułu tej funkcji, który dla wszystkich częstotliwości przyjmuje wartości z zakresu od 0 do 1:

$$\left| \hat{\gamma}_{xy}(f_k) \right| = \hat{\gamma}_{xy}^2(f_k) = \frac{\left| \tilde{G}_{xy}(f_k) \right|^2}{\tilde{G}_x(f_k) \tilde{G}_y(f_k)}, \quad (4)$$

gdzie $\tilde{G}_x(f_k)$ i $\tilde{G}_y(f_k)$ oznaczają odpowiednio wygładzone odcinkowo estymatory gęstości widmowych mocy sygnałów $x(t)$ i $y(t)$, a $\tilde{G}_{xy}(f_k)$ wygładzony estymator $WGWM$.



Rys. 4. Charakterystyki fazowe $WGWM$ uzyskane w eksperymentach BUB 0010 (a) i WRQ 030 (b)
Fig. 4. The phase characteristics of the Cross-Power Spectral Density in the experiment BUB 0010 (a) and WRQ 030 (b)

Kryterium wyboru m może być zakres częstotliwości, dla których $\hat{\gamma}_{xy}^2(f_k)$ osiąga istotne wartości [25]. Na rysunku 5 pokazano przebiegi funkcji koherencji sygnałów uzyskanych w eksperymentach BUB 0010 (5a) i WRQ 030 (5b). Liniami przerywanymi na obydwu rysunkach zaznaczono granicę jednostronnego przedziału ufności E_α wyznaczonego dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ z zależności [25]:

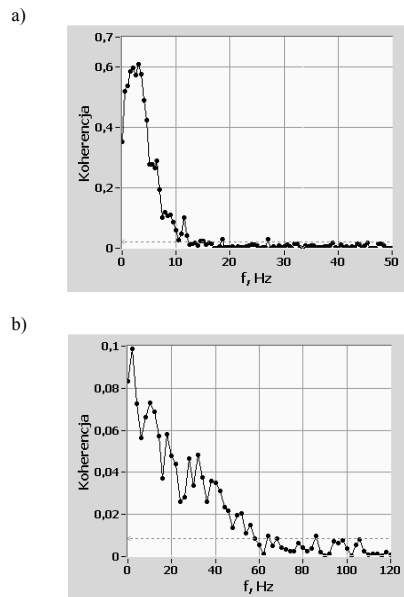
$$E_\alpha = 1 - (1 - \alpha)^{1/(N_d - 1)}. \quad (5)$$

Niepewność złożona $u_c(v_S)$ pomiaru prędkości fazy mniejszościowej (przy pomijalnej niepewności toru pomiarowego) zależy od niepewności nieskorelowanych ze sobą wielkości L i $\hat{\tau}_0$:

$$u_c(v_S) = \sqrt{\left(\frac{\partial v_S}{\partial L} \right)^2 u_B^2(L) + \left(\frac{\partial v_S}{\partial \hat{\tau}_0} \right)^2 u_A^2(\hat{\tau}_0)}, \quad (6)$$

gdzie indeksy A i B oznaczają odpowiednie niepewności wyznaczone metodami typu A oraz B [26]. Zagadnienie wyznaczania składowych w zależności (6) oraz określania niepewności rozszerzonej pomiaru prędkości składnika mniejszościowego przepływu dwufazowego szerzej omówiono w artykule [18].

Do analizy danych otrzymanych w omawianych eksperymentach zastosowano prezentowaną metodę fazową oraz porównawczo metodę korelacji wzajemnej (FK) [15, 18]. W eksperymencie BUB0010 uzyskano następujące wartości prędkości pęcherzyków powietrza: dla fazy $WGWM$ ($0,75 \pm 0,01$) m/s a dla FK : ($0,75 \pm 0,06$) m/s. Dla eksperymentu WRQ030 otrzymano prędkości cząstek fazy stałej v_S : ($2,98 \pm 0,04$) m/s dla fazy $WGWM$ oraz ($2,98 \pm 0,20$) m/s dla FK .



Rys. 5. Funkcje koherencji uzyskane w eksperymencie BUB 0010 (a) i WRQ 030 (b)

Fig. 5. The coherence function in the experiment BUB 0010 (a) and WRQ 030 (b)

Wszystkie podane wyżej niepewności są niepewnościami rozszerzonymi $U_{0,95}(v_S)$, obliczonymi przy założeniu wypadkowego rozkładu normalnego $u_c(v_S)$.

4. Podsumowanie

W artykule omówiono zastosowanie metody fazy wzajemnej gęstości widmowej mocy do analizy sygnałów stochastycznych uzyskiwanych w radioizotopowych pomiarach przepływów dwufazowych typu ciecz-gaz w rurociągu poziomym oraz ciecz-cząstki ciała stałego w rurociągu pionowym. Wykorzystano sygnały uzyskane w badaniach hydrotransportu fazy mniejszościowej (pęcherzyki powietrza, modele ceramiczne kongregacji oceanicznych) na zbudowanych instalacjach doświadczalnych. Celem badań było wyznaczenie średniej prędkości fazy mniejszościowej w analizowanych przepływach. Wyniki pomiarów uzyskane metodą fazową porównano z wynikami otrzymanymi dla stosowanej porównawczo metody korelacji wzajemnej. Obliczone dla metody fazowej niepewności analizowanych pomiarów wynosiły odpowiednio 0,5% dla przepływu ciecz-gaz oraz 1% dla przepływu ciecz-cząstki stałe i były kilkukrotnie mniejsze niż dla metody korelacyjnej. Ponadto metoda korelacji wzajemnej wymaga filtracji sygnałów pomiarowych odpowiednio dobranymi filtrami pasmowymi, co nie jest konieczne w metodzie fazowej. Pewną trudność w stosowaniu omawianej metody stanowi natomiast arbitralny dobór parametrów analizy związanych z koniecznością wygładzania estymatorów gęstości widmowych mocy.

Analizowane w artykule sygnały pomiarowe, otrzymane dla ustalonych przepływów, charakteryzowały się dużymi wartościami stosunku sygnału do szumu (SNR). Prowadzone przez autorów prace pokazują, że dla sygnałów o niskim SNR , uzyskiwanych np. w radioizotopowych pomiarach dwufazowych przepływów turbulentnych w rurociągach lub badaniach przepływów zawieszin w kanale otwartym [27] metoda fazowa może nie dawać wiarygodnych wyników. W takich sytuacjach lepiej sprawdza się metoda korelacji wzajemnej.

5. Literatura

[1] Dziubiński M., Prywer J.: Mechanika płynów dwufazowych. WNT, Warszawa 2010.
 [2] Orzechowski Z., Prywer J., Zarzycki R.: Mechanika płynów w inżynierii środowiska. WNT, Warszawa 2009.

[3] Mitosek M.: Mechanika płynów w inżynierii i ochronie środowiska. OW Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2007.
 [4] Handbook of multiphase flow metering. Norwegian Society for Oil and Gas Measurement, 2005 (dostępna na stronie: [http://www.nfogn.no/docup/dokumentfiler/MPFM_Handbook_Revision2_2005_\(ISBN-82-91341-89-3\).pdf](http://www.nfogn.no/docup/dokumentfiler/MPFM_Handbook_Revision2_2005_(ISBN-82-91341-89-3).pdf)).
 [5] Tavoularis S.: Measurement in fluid mechanics. Cambridge University Press 2005.
 [6] Johansen G.A., Jackson P.: Radioisotope gauges for industrial process measurements. John Wiley & Sons, 2004.
 [7] Lowenthal G.C., Airey P.L.: Practical applications of radioactivity and nuclear radiations. Cambridge University Press 2001.
 [8] Charlton J.S., et al.: Guidebook on radioisotope tracers in industry. IAEA Technical Reports Series No. 316, Vienna 1990.
 [9] Dziunikowski B.: Zastosowania izotopów promieniotwórczych, t. 2. AGH WFiTJ, Kraków 1998.
 [10] Petryka L., Hanus R., Zych M., Śleziak M.: Radioizotopowe pomiary przepływów dwufazowych. Przegląd Elektrotechniczny, Rok 86, nr 5, str. 24-29, 2010.
 [11] Petryka L.: Application of radioisotope measurements in two-phase flow analysis. 12th International Conference on Transport & Sedimentation of Solid Particles, Prague 20-24 September 2004.
 [12] Petryka L., Zych M., Hanus R.: Stanowisko do oceny metod pomiaru przepływu cieczy w rurociągu. Pomiary Automatyka Kontrola, Vol. 54, nr 12, str. 863-865, 2008.
 [13] Sobota J., Boczarski S., Petryka L., Zych M.: Radioisotope Measurements of Nodule Transport Velocities in a Vertical Pipe. 12th International Conference on Transport & Sedimentation of Solid Particles. Prague, Czech Republic, 2004.
 [14] Zych M.: Wykorzystanie metod jądrowych w badaniach transportu hydraulicznego fazy stałej w rurociągu pionowym. Rozprawa doktorska, AGH WFiIS, Kraków 2006.
 [15] Zych M., Petryka L., Hanus R.: Badania przepływu dwufazowego ciecz - ciało stałe w rurociągu pionowym metodami radioizotopowymi. Część 1. Pomiar prędkości transportu ziaren fazy stałej, Pomiary Automatyka Kontrola, Vol. 56, nr 4, str. 315-317, 2010.
 [16] Bendat J.S., Piersol A.G.: Random data - analysis and measurement procedures. John Wiley, New York 2000.
 [17] Beck M.S., Płaskowski A.: Cross-correlation flowmeters. Adam Hilger, Bristol 1987.
 [18] Petryka L., Hanus R., Zych M.: Analiza statystyczna sygnałów w radioizotopowych pomiarach przepływów dwufazowych. Pomiary Automatyka Kontrola, Vol. 54, nr 12, str. 866-868, 2008.
 [19] Piersol A.G.: Time delay estimation using phase data. IEEE Transactions on ASSP, Vol. 29, No. 3, June 1981.
 [20] Hanus R.: Statystyczne błędy estymacji czasu opóźnienia przy zastosowaniu fazy wzajemnej gęstości widmowej mocy. Pomiary Automatyka Kontrola, Vol. 52, nr 12, str. 10-13, 2006.
 [21] Hanus R.: Zastosowanie transformaty Hilberta w korelacyjnych pomiarach opóźnień czasowych. Przegląd Elektrotechniczny, Rok 85, nr 7, str. 45-48, 2009.
 [22] Dwyer A.: A survey of techniques for the estimation and compensation of processes with time delay. Technical Report, Dublin Institute of Technology 2000.
 [23] Hanus R.: Estymacja czasu opóźnienia z fazy wzajemnej gęstości widmowej mocy. Pomiary Automatyka Kontrola, Vol. 53, nr 9bis, str. 206-208, 2007.
 [24] Hanus R.: Wirtualny analizator fazy wzajemnej gęstości widmowej mocy. Pomiary Automatyka Kontrola, Vol. 53, nr 12, str. 97-98, 2007.
 [25] Halliday D.M., Rosenberg J.R., Amjad A.M., Breeze P., Conway B.A., Farmer S.F.: A framework for the analysis of mixed time series/point process data. Progress in Biophysics and Molecular Biology, Vol. 64, No. 2/3, pp. 237-278, 1995.
 [26] Wyrażanie niepewności pomiaru - przewodnik. Główny Urząd Miar, Warszawa 1999.
 [27] Zych M., Petryka L., Kępiński J., Hanus R., Bujak T., Śleziak M., Puskarczyk E.: Radioisotope investigations of compound two phase flows in open channel. NUTECH-2011 International Conference on Development and Applications of Nuclear Technologies, AGH Kraków, 11-14 September 2011.