Ludwik KANIA, Szczepan ŚPIEWAK

POLITECHNIKA CZESTOCHOWSKA, INSTYTUT MECHANIKI I PODSTAW KONSTRUKCJI MASZYN ul. Dąbrowskiego 73, 42-201 Częstochowa

Wpływ luzu łożyskowego na nośność statyczną łożysk tocznych wieńcowych podwójnych w odniesieniu do oporów toczenia

Dr hab. inż. Ludwik KANIA

Profesor nadzwyczajny w Instytucie Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Częstochowskiej. Jest autorem licznych publikacji z zakresu projektowania łożysk tocznych wieńcowych. Współpracuje z firmą ZAFAMA, czołowym producentem łożysk wieńcowych w Polsce. Zajmuje się problematyką CAD, podstaw konstrukcji maszyn oraz optymalizacji. Jest autorem lub współautorem kilkunastu podręczników akademickich.



e-mail: ludwik@imipkm.pcz.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono analizę wpływu luzu łożyskowego na przebieg charakterystyki nośności statycznej łożyska wieńcowego podwójnego. Wyznaczono w oryginalny sposób charakterystyki momentu tarcia, które zaprezentowano na tle charakterystyk nośności statycznej, odpowiadających wybranym wartościom luzu łożyskowego. Uzyskane wyniki przedstawiono w formie graficznej. Przeprowadzone analizy wykonano z użyciem metody elementów skończonych.

Słowa kluczowe: łożyska wieńcowe, charakterystyka zastępcza, charakterystyki nośności statycznej, strefa kontaktu, moment tarcia.

The effect of bearing clearance on the static carrying capacity of twin slewing bearings in reference to friction torque

Abstract

The effect of selected bearing clearances in twin slewing bearing on their static carrying capacity is presented in the paper. Basic parameters of analyzed bearing are presented in the Tab. 1. The finite element method and analytic model of rolling friction has been used to the analysis of presented problems. Obtained results of profile static carrying for selected values of bearing clearance are presented as graph (Fig. 5). It is claimed to be a possibility to single out the range of bearing clearance which optimal profile of static limiting load curves is obtained. The way of determining (modeling) the effect of bearing clearance on the static carrying capacity of twin slewing is based on works [1, 5] and it is introduced in chapter 2. The original method to determining the friction torque for twin slewing bearings is presented (chapter 3) in the article. The calculation which is needed to calculate the maximum contact force on the rolling element has been done using the ADINA program [2, 7]. Profile of carrying capacity and friction torque of twin slewing bearing for selected values of bearing clearances have been presented (Fig. 6). It was thought that the permissible tension force for the fixing bolts should be predicted to the selection of constructional bearing clearances. The proposed method of determining of friction torque can be used to the selection of engine power which drive has been transmitted with using slewing bearing. The method presented in the article can be used to the analysis of twin- and other kinds of slewing bearings.

Keywords: slewing bearings, contact zone, equivalent characteristic, static limiting load curves, friction torque.

1. Wstęp

W łożyskowaniach tocznych wyróżnia się grupę łożysk zwykłych, ogólnego przeznaczenia i grupy łożysk łożyska specjalizowanych, w tym łożyska wieńcowe. Podstawowymi cechami łożysk wieńcowych, istotnie odróżniającymi je od łożysk ogólnego przeznaczenia są: duże wartości średnic tocznych (dochodzące do kilku metrów), odmienny systemem mocowania ich pierścieni do korpusów i głowic (najczęściej za pomocą zespołów śrub mocujących), statyczny charakter pracy (najczęściej pracują jako wolnoobrotowe

Mgr inż. Szczepan ŚPIEWAK

Doktorant w Instytucie Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Częstochowskiej. Jego zainteresowania naukowe dotyczą modelowania i projektowania łożysk tocznych wieńcowych, w szczególności stosowanych w siłowniach wiatrowych. Jest autorem kilku publikacji z zakresu tej tematyki.



e-mail: szczepan_spiewak@poczta.onet.pl

przy prędkościach obrotowych nie przekraczających kilku obrotów na minutę), specyfika obciążenia (dostosowane do przenoszenia dużych wartości sił osiowych Q, promieniowych H i charakterystycznego momentu wywrotnego M), duże liczby części tocznych (dochodzące nawet do kilkuset). Łożyska te jednocześnie pełnią funkcje jednego z członów mechanizmów obrotu (posiadają nacięty na obwodzie jednego z pierścieni wieniec zębaty) [1]. Na rynku łożysk wieńcowych od kilku lat oferowany jest nowy typ – łożysko wieńcowe podwójne (rys. 1). Łożyska te ze względu na specyficzny układ rzędów kulek jak i jednolitość pierścieni stanowią specjalną odmianę w grupie łożysk wieńcowych. Charakteryzują się zwartością konstrukcji oraz zwiększoną nośnością będącą niejako wynikiem podwojenia rzędu łożyska wieńcowego kulkowego jednorzędowego. Stosowane są m.in. w układach obrotu gondoli i śmigła zespołów elektrowni wiatrowych.



Rys. 1. Podstawowe wymiary łożyska wieńcowego podwójnego Fig. 1. Basic diameters of the twin slewing bearing

Informacje o nośności łożysk wieńcowych podwójnych zamieszczane w katalogach ofertowych producentów łożysk wieńcowych są zwykle dość skąpe, często brak jest tzw. charakterystyk nośności statycznej (czyli zależności przenoszonego momentu wywrotnego M od siły osiowej Q dla założonej wartości siły promieniowej H). Należy zaznaczyć, że zależności te normują zakresy dopuszczalnych obciążeń, jakie dane łożysko jest w stanie bezpiecznie przenieść. Determinują tym samym jego zastosowanie. Oferta producencka łożysk podwójnych sprowadza się najczęściej do wykonania takich łożysk w ramach specjalnych zamówień. Przyczyn takiego stanu rzeczy dopatrywać się można w tym, że jednolitość obu pierścieni łożyska podwójnego sprawia, że z mechanicznego punktu widzenia stanowi ono układ statycznie niewyznaczalny. Tym samym nastręcza to trudności w oszacowaniu nośności statycznej takiego łożyska przy wykorzystaniu klasycznych metod obliczeniowych opartych głównie na założeniu o nieodkształcalności pierścieni łożyskowych [1]. Autorzy niniejszego opracowania aktualnie posługują się m. in. jedną z numerycznych metod obliczeniowych, jaką jest metoda elementów skończonych (mes). Skłania do tego fakt, że eliminuje ona większość wad metod klasycznych [1]. Jest to istotne z punktu widzenia zjawisk jakie towarzyszą eksploatacji łożysk wieńcowych.

W tym celu wykorzystano system oparty o mes: ADINA [2]. W przypadku określania nośności statycznej łożysk wieńcowych decydujacymi wielkościami, na podstawie których się ja szacuje, sa względne deformacje plastyczne strefy styku elementów tocznych (w tym przypadku kulek) i bieżni. Wymusza to konieczność prowadzenia dodatkowych analiz zjawisk zachodzących w węzłach tocznych łożysk wieńcowych. Jednym z istotnych parametrów konstrukcyjnych wpływajacych na dokładność wymiarowokształtową wykonania i późniejszej eksploatacji jest luz łożyskowy. Przyjętemu luzowi łożyskowemu odpowiada postać charakterystyki nośności statycznej łożyska. Wynikiem zjawisk zachodzących w strefie styku element toczny-bieżnia jest również moment tarcia tocznego stanowiący główną składową momentu tarcia przeciwdziałającego ruchowi obrotowemu w łożyska. Z uwagi na to, że wspomniane parametry są wynikiem zjawisk towarzyszących odkształceniom bieżni i kulek, celem niniejszego opracowania jest przedstawienie, jak luz łożyskowy wpływa na nośność statyczną łożyska wieńcowego podwójnego, i tym samym na opory ruchu obrotowego.

2. Metoda modelowania luzu łożyskowego

Zasadniczo określa się dwa rodzaje luzu łożyskowego: luz osiowy i luz promieniowy. Luz osiowy definiowany jest jako największe względne przesunięcie jednego z pierścieni łożyska po kierunku podłużnej osi symetrii łożyska (gdy drugi jest nieruchomy), bez wywierania nacisku. Natomiast luz promieniowy definiowany jest analogicznie do luzu osiowego z tym, że przesunięcia określa się w kierunku promieniowym [3]. W pracy [1] przedstawiony został pogląd na zagadnienie modelowania luzu i jego wpływu na kształt charakterystyki nośności łożysk wieńcowych. Nie analizowano wówczas łożysk wieńcowych podwójnych.

Aby uniknać nadmiernego rozmiaru zadania mes (w głównej mierze procesu rozwiązywania wielokrotnego zadania kontaktowego) i w konsekwencji znacznego wydłużenia czasu obliczeń, w modelach mes łożysk wieńcowych kulki zastępuje się tzw. superelementami [4]. Superelement użyty w niniejszej pracy w zmodyfikowanej formie, przedstawiono schematycznie na rysunkach 2a i 2b. Stanowi on układ elementów skończonych w postaci dwóch par elementów belkowych o dużej sztywności 2 połaczonych przegubowo w miejscu położenia środków krzywizn 3 bieżni łożyska 4 z pojedynczym elementem prętowym 1 typu truss



Rys. 2. Idea superelementu: a) stan nieobciążony b) stan wywołany obciążeniem c) charakterystyka materiałowa elementu typu truss

Idea of the superelement: a) unload state b) state under load, c) multilinear Fig. 2. characteristic of the truss type element

Element prętowy ma ściśle określoną długość i wartości przekroju poprzecznego oraz odpowiednio zdefiniowaną charakterystykę multilinearną σ - ε , przedstawioną przykładowo na rysunku 2c. Za pośrednictwem tej charakterystyki symuluje się odkształcenia zachodzące w obszarze styku pary kontaktowej. Wyjściową wielkość do wyznaczania charakterystyki materiałowej stanowi charakterystyka zastępcza statycznie obciążonej kulki (określa się ją jako zależność między zbliżeniem pierścieni łożyskowych η_i a wartością siły obciążającej pojedynczy element toczny F_i). Należy zaznaczyć, że wyznaczona w oparciu o charakterystykę zastępczą charakterystyka σ - ε w swej wyjściowej formie opisuje stan bezluzowy. W związku z tym, aby można było w modelach

numerycznych łożysk wieńcowych uwzględniać luz, należało zmodyfikować charakterystykę σ - ε elementu prętowego superelementu. Dla założonej wartości luzu, przy znanej długości elementu prętowego, oblicza się wartość odkształcenia ε_{I} , poniżej której napreżenie $\sigma_{\rm I}$ ma wartość zerowa (rys. 2c). Tym samym wartości odkształceń z przedziału od zera do $\varepsilon_{\rm L}$ reprezentują wspomnianą wartość luzu. Zakładaną wartość luzu osiowego w tak modelowanych łożyskach należało odnieść do przemieszczeń węzłów elementu prętowego poddanego rozciąganiu tj. zrzutować na kierunek elementu prętowego. Wartość tego rzutu odpowiadała początkowemu wydłużeniu elementu prętowego, która podzielona przez jego długość pozwoliła na określenie wartości $\varepsilon_{\rm L}$. Ze względu na proponowany sposób definiowania luzu i zadaną wartość nominalnego kata działania łożyska w rozpatrywanych modelach założono, że wartości luzu osiowego i promieniowego są takie same. Dlatego w dalszej części niniejszego opracowania analizę luzu łożyskowego odniesiono do wielkości luzu osiowego L.

Szczegółowy proces modelowania luzu łożyskowego opisany jest przez autorów niniejszego opracowania w pracy [5].

3. Wyznaczanie momentu tarcia w łożyskach

Moment tarcia w łożysku tocznym stanowi sumę iloczynów sił tarcia i ich odległości od osi obrotu łożyska. Siły tarcia nazywane niekiedy stratami tarcia łożyska tocznego zlokalizowane sa w obszarze strefy styku części tocznych z bieżniami pierścieni łożyskowych oraz separatorów. W celu ułatwienia analizy czynników wywołujących moment tarcia w łożyskach tocznych, dzieli się go na moment tarcia M_{T1} uwzględniający rozmiary strefy styku części tocznych z bieżniami (wynikający bezpośrednio z charakteru obciążenia) oraz moment tarcia M_{T2} zawierający pozostałe składowe oporów przedstawione w pracy [3]. Podział taki ma praktyczne znaczenie z uwagi na to, że upraszcza analizę – kierując obliczenia tylko na jedna z głównych składowych momentu tarcia. Można przyjąć, że w łożyskach tocznych słabo obciążonych decydujące znaczenie mają skutki wywołane przez moment tarcia M_{T2} , natomiast w przypadku łożysk silnie obciążonych, do których zalicza się głównie łożyska wieńcowe, moment tarcia M_{T1} stanowi wartość decydującą. Ponieważ w rozpatrywanym przypadku łożysk mamy do czynienia z tzw. tarciem toczenia do dalszej analizy przyjęto klasyczny teoretyczny model jak na rysunku 3a.



Rys. 3. Analityczny model tarcia tocznego w łożysku wieńcowym (a), odkształcona siatka modelu mes strefy kontaktowej bieżni (b)

Fig. 3. Analytic model of rolling friction for slewing bearing (a), the deforming FE mesh of contact zone of bearing race (b)

Wykorzystując warunki równowagi przedstawionego układu z uwzględnieniem czteropunktowego styku kulki i bieżni, wzór na siłę tarcia tocznego dla i-tej kulki w łożysku wieńcowym można sformułować następująco:

$$T_i = \frac{e_i}{d_k - \eta_i} N_i \,. \tag{1}$$

Z przyjętego modelu wynika, że przesunięcie wypadkowej reakcji e_i i zbliżenie pierścieni η_i są bezpośrednio zależne od wartości F_i , która w konsekwencji będzie równa wartości reakcji N_i .

Poszukiwaną wartość M_{T1} obliczyć można ze wzoru:

$$M_{T1} = 0.5d_t \sum_{i} T_i \ . \tag{2}$$

Przyjmując za punkt wyjścia do wyznaczenia wartości M_{T1} równania (1) i (2) należy wyznaczyć wartości e_i , η_i , N_i opowiadające poszczególnym kulkom dla przyjętych warunków obciążenia.

4. Sposób prowadzenia obliczeń - wyniki

Do przeprowadzenia niniejszej analizy wykorzystano konstrukcję rzeczywistego łożyska wieńcowego zamocowanego w zabudowie o parametrach konstrukcyjnych ujętych w tabeli 1.

Τa	ıb.	1.	Parame	etry m	odelo)W	ar	ne	go	łoży:	ska
_			-		-		-				

Tab. 1. Parameters of modeled bearings

Lp.	Nazwa parametru	Wartość
1	Średnica toczna łożyska d_i , mm (rys.1)	2000
2	Średnica kulki d_k , mm	50
3	Wymiar <i>a</i> , mm (rys. 1)	35
4	Wymiar b, mm (rys. 1)	17,5
5	Wskaźnik średnicowy	40
6	Luz międzypierścieniowy L_p , mm (rys. 1)	8
7	Liczba śrub mocujących pierścień wewnętrzny	54
8	Liczba śrub mocujących pierścień zewnętrzny	54
9	Liczba kulek w rzędzie łożyska ik	104
10	Współczynnik wypełnienia rzędu w_w	0,828
11	Współczynnik przylegania kulki do bieżni k_p	0,96
12	Nominalny kąt działania $\alpha_n[^\circ]$	45
13	Twardość powierzchniowa kulek	62 HRC
14	Twardość powierzchniowa bieżni	58 HRC
15	Zacisk wstępny śrub mocujących, kN=]	72
16	Klasa wytrzymałości śrub mocujących wg DIN / ISO 898	12.9

W celu wyznaczenia poszukiwanych wielkości zidentyfikowanych w powyższych rozdziałach niniejszego opracowania zgodnie przedstawionymi założeniami zbudowano dwa modele mes.

Pierwszy model posłużył do wyznaczenia charakterystyki strefy styku kulka-bieżnia $\eta = f(F)$, którą potem przekształca się na charakterystykę σ - ε zgodnie z wytycznymi zawartymi w pracy [1]. Jednocześnie powinien on pozwolić na wyznaczenie wartości e w zależności od siły F = N. W modelu tym poddano dyskretyzacji połowę objętości struktury geometrycznej kulki rozpatrywanego łożyska i segment pierścienia o krawędziach prostoliniowych [1] o długości odpowiadającej podziałce tocznej łożyska. Pomiędzy tymi strukturami zachowującymi rzeczywiste krzywizny bieżni zdefiniowano odpowiednie warunki kontaktu. Na powierzchnie boczne nałożono niezbędne warunki brzegowe. Szczegóły konstrukcji siatki mes i sposobu prowadzenia obliczeń można znaleźć w pracy [6]. Należy zwrócić uwagę, że do wyznaczenia wartości e niezbędna jest symulacja docisku kulki do bieżni wraz z ruchem tocznym, co zostało zamodelowane. W oparciu o pracę [6] i opisany powyżej model mes uzyskano wartości reakcji w węzłach na granicy kontaktu kulki i bieżni, co przedstawiono w formie graficznej na rysunku 3b. Do wyznaczenia wartości e przy znajomości współrzędnych i przemieszczeń węzłów kontaktowych w bieżącej analizie wykorzystano znane z mechaniki twierdzenie o środku sił równoległych, z którego wynika wzór:

$$e = \frac{\sum_{j} x_{j} N_{j}}{\sum_{j} N_{j}}$$
 (3)

gdzie zgodnie z rysunkiem 3b, x_j jest odległością węzłów j skupiających poszczególne składowe N_j reakcji wypadkowej N_j . Drugi model numeryczny, to model łożyska (w skali makro). Miał on na celu wyznaczenie rozkładu sił działających na poszczególne kulki rozpatrywanego łożyska poddanego obciążeniu zewnętrznemu.



Rys. 4. Charakterystyki: zastępcza strefy styku i położenia *e* wypadkowej reakcji *N* (rys. 3a)

Fig. 4. Equivalent characteristic of contact zone *ball-race* and characteristic of position *e* of reaction magnitude *N* (Fig. 3a)

Specyfika budowy siatek elementów skończonych modelu łożyska zaprezentowana była w pracy [6], gdzie przedstawiono pełną geometrie przestrzenna struktury łożyska z wykorzystaniem warunków symetrii oraz superelementów. Zadając odpowiednie wartości sił osiowych Q i momentów wywrotnych M w oparciu o uzyskiwane rozkłady sił działających na poszczególne kulki w obu rzędach łożyska identyfikowano kulę najbardziej obciążoną. Uzyskaną siłę porównywano z wartością dopuszczalną obliczoną zgodnie z [1]. Proces iteracyjny prowadzenia obliczeń na modelu przebiegał zgodnie z [7] i po uwzględnieniu różnych wartości luzu L w sposób opisany w rozdziale 2, wyznaczono charakterystyki nośności statycznej. Analizowane wartości luzu dobrano z zakresu dopuszczalnych luzów dla łożysk wieńcowych kulkowych dwurzędowych z dzielonymi pierścieniami, podawanych w katalogu ofertowym jednego z producentów. Zakres ten wynosił od 0 do 3 mm. Wpływ luzu L na nośność statyczną analizowanego łożyska przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Charakterystyki nośności statycznej łożyska wieńcowego podwójnego wyznaczone dla różnych wartości luzu

Fig. 5. Characteristics of carrying capacity of twin slewing bearing for selected values of bearing clearances

Na podstawie wyznaczonych składowych równań 1 i 2 obliczono przykładowe wartości M_{T1} odpowiadające punktom charakterystyki nośności statycznej łożyska, uzyskując charakterystykę momentu tarcia. Dla wybranych wartości luzu *L* na rysunku 6 zaprezentowano charakterystyki momentu tarcia na tle charakterystyk nośności statycznej łożyska. Wartości e_i i η_i dla poszczególnych kulek były określane na podstawie rozkładów obciążenia kulek w łożysku z wykorzystaniem wykresów z rysunku 4. Zarówno w przypadku modelu pierwszego i drugiego założono idealne kształty profilu pierścieni łożyskowych i części tocznych, oraz jednorodność i izotropowość materiałów poszczególnych elementów modeli.



Rys. 6. Charakterystyki nośności statycznej i momentu tarcia łożyska wieńcowego podwójnego dla wybranych wartości luzu

Fig. 6. Characteristics of carrying capacity and friction torque of twin slewing bearing for selected values of bearing clearances

5. Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń i sporządzonych charakterystyk nośności statycznej w zależności od założonego luzu L można stwierdzić, że z punktu widzenia nośności łożyska najkorzystniejszy jest luz o wartości do 0,1 mm. Dla tych wartości luzu uzyskuje się największe dopuszczalne momenty wywrotne. Jest to jednak bardzo mała wartość luzu, w praktyce eksploatacyjnej luzy są większe. Podobny kształt charakterystyki nośności występuje dla zakresów luzu 0,5 do 1,2 mm, przy czym występuje wtedy 15% spadek dopuszczalnego momentu M. Dla pozostałych przypadków wartości lokalnych M_{max} występują przy wartości siły Q rzędu 0,5 Qmax. Z przedstawionych rezultatów wynika że zwiększający się luz w zakresie 0,1 do 3 mm powoduje wzrost wartości $Q_{\rm max}$ o 16%. Spowodowane to jest zmianą kąta działania łożyska wywołaną luzem osiowym. Należy zaznaczyć że wartość rzeczywistego luzu w łożyskach wieńcowych podwójnych po zainstalowaniu w maszynie roboczej będzie mniejsza od uzyskanej w procesie produkcyjnym łożyska. Wynikać to będzie głownie z wartości siły napięcia wstępnego śrub mocujących i sztywności

pierścieni. Zakładane w rozpatrywanych modelach luzy były traktowane jako luzy produkcyjne natomiast zacisk wstępny (tab.1) przykładany do elementów belkowych zastępujących śruby w modelu łożyska [6, 7] powodował zmniejszenie luzu o przybliżoną wartość 0,08 mm. W rozpatrywanym przypadku okazało się, że uzyskany najkorzystniejszy przebieg nośności statycznej łożyska wynikał z faktu, że zadany luz o wartości 0,1 mm zmniejszył się do wartości najlepszej, równej w przybliżeniu 0. W związku z tym przy doborze luzów produkcyjnych należy przewidzieć wartości dopuszczalnych docisków wstępnych śrub mocujących. Natomiast w przypadku łożysk, które mają pracować w podwyższonych temperaturach należy dodatkowo uwzględnić rozszerzalność termiczną elementów łożyska.

Z charakterystykami nośności statycznej dla zadanych wartości luzów związane są charakterystyki momentu tarcia łożyska, co przedstawiono na rysunku 6. Okazuje się, że największy moment tarcia tocznego w łożysku wieńcowym podwójnym generuje się dla wyznaczonej wartości dopuszczalnej siły Q_{max} przy wartości M = 0 tj. gdy wszystkie kulki dla poszczególnych rzędów łożyska sa w przybliżeniu równomiernie obciażone. Uzyskana wartość maksymalnego momentu tarcia dla wartości luzu równego 3 mm wynika z wartości dopuszczalnej siły osiowej Q_{max} . Pozostałe wartości momentu tarcia zależą głównie od udziału składowej osiowej obciążenia zewnętrznego. Zaproponowana metoda diagnostyki oporu toczenia ma charakter oryginalny i może mieć praktyczne znaczenie. Pozwala na uwzględnienie zidentyfikowanych momentów tarcia w doborze mocy i sposobie sterowania jednostki napędowej maszyny, w której zastosowano łożysko wieńcowe. Może być przydatna do wyznaczania sprawności efektywnej układów przeniesienia napędu. Istotną zaletą zaproponowanej metody jest to, że uwzględnia ona rzeczywisty rozkład obciążenia kulek łożyska.

W celu głębszego wyjaśnienia uzyskanych wyników należy przeprowadzić analizę zmian kątów działania rozpatrywanego łożyska na tle charakterystyk nośności statycznej. Wynikiem proponowanego działania będą wytyczne dotyczące kształtowania przekrojów poprzecznych łożysk wieńcowych podwójnych uwzględniających także działanie sił promieniowych *H*. Interesujący może okazać się również wpływ zacisku wstępnego śrub mocujących na wartości momentów tarcia i tym samym na przebieg nośności statycznej rozpatrywanego łożyska. Zaproponowane do dalszej realizacji cele są finalizowane przez autorów niniejszej publikacji, a uzyskane rezultaty będą stanowić treść kolejnych publikacji.

6. Literatura

- Kania L.: Analiza obciążenia wewnętrznego w łożyskach tocznych wieńcowych w aspekcie ich nośności statycznej. Wyd. Pol. Częst., Częstochowa 2005.
- [2] ADINA, Theory and Modeling Guide.: ADINA. ADINA R&D. Inc. Watertown. Volume 1, 2004.
- [3] Krzemiński-Freda H.: Łożyska toczne. PWN, Warszawa 1989.
- [4] Smolnicki T.: Fizykalne aspekty kohereneji wielkogabarytowych łożysk tocznych i odkształcalnych konstrukcji wsporczych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2002.
- [5] Kania L., Śpiewak S.: Wpływ luzu łożyskowego na nośność statyczną łożysk wieńcowych podwójnych. Transport przemysłowy i maszyny robocze, nr 2(8)/2010.
- [6] Kania L., Śpiewak S.: Oszacowanie oporów ruchu w łożyskach tocznych wieńcowych podwójnych. Mat. Konf. XXIV Konferencji Naukowej "Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych", Zakopane 2011.
- [7] Kania L., Krynke M., Śpiewak S.: Problemy obliczania nośności statycznej łożysk wieńcowych podwójnych. Przegląd Mech., 12/2009.

otrzymano / received: 27.04.2011 przyjęto do druku / accepted: 01.12.2011

artykuł recenzowany / revised paper