

## MODELOWANIE DYNAMIKI STRUKTURY ŚMIGŁOWCA DO BADAŃ REZONANSOWYCH W PRÓBACH NAZIEMNYCH

TOMASZ GORECKI

*Instytut Lotnictwa*

### Streszczenie

*W referacie przedstawiono tendencję w budowie śmigłowców o podwyższonym standardzie użytkowania. Jako śmigłowce o podwyższonym standardzie użytkowym autor miał na myśli śmigłowce I klasy osiągowej przystosowane do lotów w różnych warunkach oraz pilotowane przez osoby nie posiadające dużego doświadczenia w tym zakresie.*

### 1. WSTĘP

Rezonans naziemny jest zjawiskiem dynamicznej niestateczności śmigłowca. Powstaje na skutek oddziaływania wahań łopat w płaszczyźnie obrotu i drgań środka piasty podpartej wraz z kadłubem na sprężystym podwoziu. Konsekwencją tego jest przyłożenie do wału napędowego w płaszczyźnie obrotów zmiennej w czasie siły bezwładności. Siła ta przenosi się na kadłub śmigłowca wzbudzając jego drgania, które z kolei oddziałując na wirnik inicjują drgania łopat. Tak więc przyczyną wystąpienia rezonansu naziemnego jest niekorzystne dostrojenie się częstości drgań układu kadłub-wirnik.

Śmigłowiec powinien być zaprojektowany tak, aby w całym zakresie prędkości obrotowych wirnika nośnego rezonans naziemny nie występował. Częstym obecnie wymaganiem jest aby śmigłowiec pozostał stateczny po awarii jednego z tłumików łopaty. W klasycznej metodzie analitycznej badania stateczności zakłada się symetrię wirnika nośnego, co powoduje, że metoda ta nie może być stosowana w przypadku awarii tłumika. Do analizy stanów awaryjnych wirnika nadaje się natomiast technika symulacyjna. [4, 5]

W artykule przedstawiono obliczenia drgań własnych przykładowej konstrukcji śmigłowca lekkiego o masie 1100 kg z 3 łopatomym wirnikiem nośnym obliczonych przy pomocy metody elementów skończonych. W przedstawionym poniżej modelu obliczeniowym drgań własnych konstrukcji śmigłowca wykorzystano odwzorowany na podstawie modelu rzeczywistego układ struktury nośnej. Pozostałe elementy takie jak kompozytowa kabina, belka ogonowa, moduł centralny kratownicy i podwozie płozowe zastąpiono modelem belkowym MES. Układ napędowy, wirnik nośny oraz przekładnie główną i ogonową śmigłowca odwzorowano przy pomocy mas skupionych, którym zadano momenty bezwładności względem ich środków mas. Obliczenia częstości drgań własnych przeprowadzono przy pomocy bloku obliczeniowego z grupy Lanczos.

Dla otrzymanych częstości wykonano obliczenia symulacyjne za pomocą programu REZNAZ [4] i sprawdzono czy w danym zakresie pojawia się zjawisko rezonansu dla badanej konstrukcji.

## 2. MODEL OBLICZENIOWY

### 2.1. Model obliczeniowy częstości drgań własnych

Badania odporności układu na rezonans naziemny przeprowadzono dla dwóch przypadków. Pierwszy to rzeczywisty przypadek (rys. 1) odwzorowujący śmigłowiec swobodnie stojący na podłożu z zamodelowanymi amortyzatorami, który przed startem i po wylądowaniu nie powinien być podatny na rezonans naziemny oraz drugi (rys. 2) dla przypadku utwierdzonego na sztywno śmigłowca do podłoża stosowanego podczas badań prób trwałościowych, kiedy potrzebne jest obciążenie śmigłowca przez wirnik nośny w celu sprawdzenia funkcjonalności układu. Wówczas istnieje obawa, że może nastąpić rezonans jak dla układu „wieża” kiedy częstości własne nie będą znacznie większe niż częstość nominalna obrotów wirnika.

Podstawowym celem analizy modalnej w metodzie elementów skończonych jest wyznaczenie częstości i postaci drgań własnych układu w tym przypadku konstrukcji nośnej śmigłowca. W metodzie obliczeniowej zagadnienie sprowadza się do odwzorowania rzeczywistego obiektu przez skończoną liczbę elementów opisanych w przyjętym układzie współrzędnych oraz przyporządkowaniu im odpowiedniej dla każdego z nich stopni swobody. Każdy z elementów o zdefiniowanej masie opisany jest następującym równaniem.

$$M\left(\frac{d^2q}{dt^2}\right) + K \cdot q = 0 ; \quad (1)$$

gdzie:

$M$  – macierz masowa (bezwładności),

$K$  – macierz sztywności,

$q$  – uogólniony wektor przemieszczeń (wektor stopni swobody układu),

$t$  – czas.

Rozwiązanie powyższego układu będzie miało następującą postać:

$$q = q_0 \cdot \cos(\omega t) ; \quad (2)$$

gdzie:

$q_0$  – wektor amplitud drgań własnych,

$\omega$  – częstość kołowa własna.

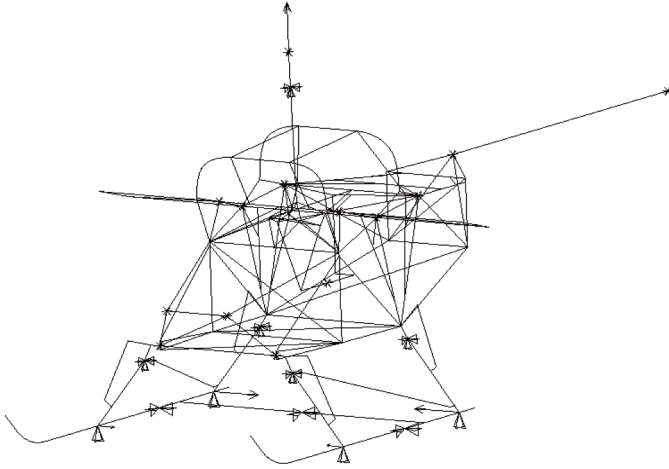
Druga pochodna po czasie powyższego równania po wstawieniu go do równania (1) daje następujące równanie liniowe:

$$(K - M\omega^2) \cdot q_0 = 0 \quad (3)$$

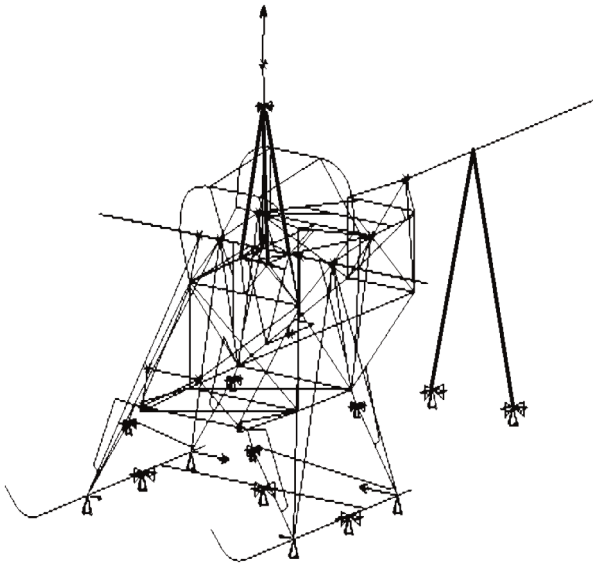
Równanie to ma sens przy niezerowym rozwiązaniu, kiedy wyznacznik charakterystyczny układu jest równy 0:

$$\text{Det}(K - M\omega) = 0 \quad (4)$$

Po rozwinięciu powyższego wyznacznika otrzymujemy wielomian  $n$ -tego stopnia względem  $\omega^2$ . Wyznaczając pierwiastki tego wielomianu np. metodą Lanczosa w metodzie elementów skończonych otrzymujemy częstotliwości drgań własnych konstrukcji.



Rys. 1. Model obliczeniowy konstrukcji śmigłowca



Rys. 2. Model obliczeniowy konstrukcji śmigłowca

Rysunki (rys. 1 i 2) przedstawiają dwa omówione modele badanej konstrukcji śmigłowca. Rys.1 przedstawia układ konstrukcji śmigłowca stojącego swobodnie na podłożu natomiast rys. 2 układ śmigłowca utwierdzonego zamodelowanego jako „wieża badawcza”. Widoczne są tutaj dodatkowe pręty usztywniające konstrukcję i podpierające belkę ogonową oraz wał wirnika napędowego wirnika nośnego.

Masa zamodelowanego układu wynosiła 896 kg. Środek masy znajdował się w punkcie:  
 $X_C = 3541,3 - 41,3$  mm od punktu przecięcia osi wałów wirnika nośnego i śmigła ogonowego wzdłuż osi X,

$Y_C = 0,86332 - 0,086332$  mm od punktu przecięcia osi wałów wirnika nośnego i śmigła ogonowego wzdłuż osi Y,

$Z_C = 1944,1$  – od punktu przecięcia osi wałów wirnika nośnego i śmigła ogonowego wzdłuż osi Z;  
 natomiast momenty bezwładności wynosiły:

$I_{XX} = 0,3867E+07$  kgm<sup>2</sup>,

$I_{YY} = 0,1587E+08$  kgm<sup>2</sup>,

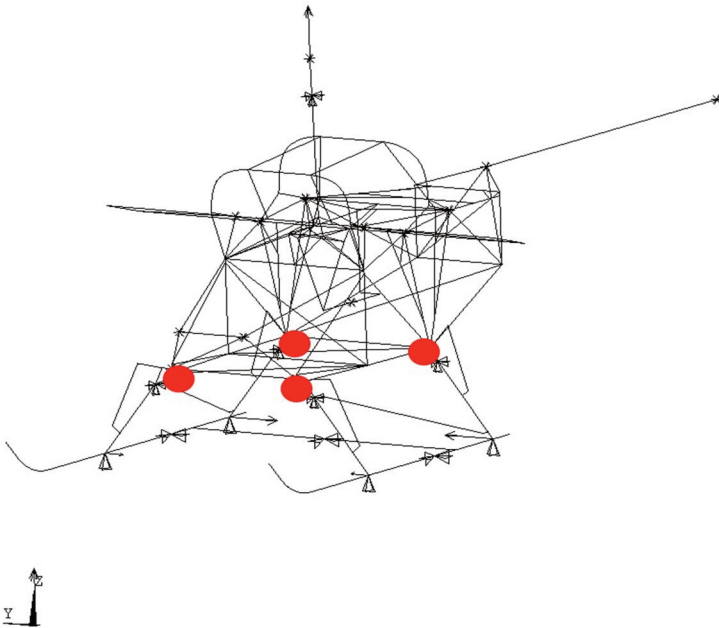
$I_{ZZ} = 0,1229E+08$  kgm<sup>2</sup>,

$I_{XY} = -2429$  kgm<sup>2</sup>,

$I_{YZ} = -1299$  kgm<sup>2</sup>,

$I_{ZX} = -0,6341E+07$  kgm<sup>2</sup>.

Masa łopat wirnika nośnego przyjętych od obliczeń wynosiła 21 kg.



Rys. 3. Model obliczeniowy konstrukcji śmigłowca z dodatkowym obciążeniem

Dodatkowym analizowanym modelem był model śmigłowca obciążonego dodatkowymi masami zamocowanymi do podwozia. Masa dodatkowych elementów wynosiła 800 kg.

Masa tak zamodelowanego układu wynosiła 1696 kg. Środek masy znajdował się w punkcie:

$X_C = 3347,3$  mm,

$Y_C = 0,40739$  mm,

$Z_C = 1728,0$  mm;

natomiast momenty bezwładności wynosiły:

$$I_{XX} = 0.7045E+07 \text{ kgm}^2,$$

$$I_{YY} = 0.2872E+08 \text{ kgm}^2,$$

$$I_{ZZ} = 0.2331E+08 \text{ kgm}^2,$$

$$I_{XY} = -2429 \text{ kgm}^2,$$

$$I_{YZ} = -1299 \text{ kgm}^2,$$

$$I_{ZX} = -0,1121E+08 \text{ kgm}^2.$$

Otrzymane wartości częstości drgań własnych konstrukcji przedstawia tabela 1.

Tabela 1. Częstości drgań własnych

Numer częstości własnej	Częstości drgań własnych [Hz] dla:		
	Śmigłowiec	Śmigłowiec obciążony	Wieża
1	0,11	0,076	0,123
2	0,118	0,0816	0,251
3	0,120	0,0867	6,523
4	2,134	4,37	7,505
5	3,164	5,17	9,016
6	3,785	5,38	10,973
7	6,878	6,41	13,745
8	8,506	6,89	15,932
9	10,62	7,6	18,182
10	12,28	9,97	24,896

## 2.2. Model symulacyjny

Do badań symulacyjnych rezonansu naziemnego przyjęto model kadłub-wirnik przedstawiony na rys. 4. W modelu tym przyjęto, że śmigłowiec na podwoziu może być reprezentowany przez parametry zredukowane, sprowadzone do płaszczyzny obrotów wirnika.

Parametry modelu symulacyjnego zredukowane do płaszczyzny obrotów wirnika:

$m_x, m_y$  – masa kadłuba;

$k_x, k_y$  – sztywność podwozia;

$c_x, c_y$  – tłumienie podwozia;

$a$  – odległość przegubu pionowego od osi obrotów;

$b$  – odległość masy skupionej i-tej łopaty od przegubu pionowego;

$m_i$  – masa i-tej łopaty;

$k_i$  – sztywność i-tej łopaty;

$c_i$  – tłumienie i-tej łopaty;

$i = 1, 2, \dots, n$ ;

$n$  – liczba łopat;

$\Omega$  – prędkość obrotowa wirnika;

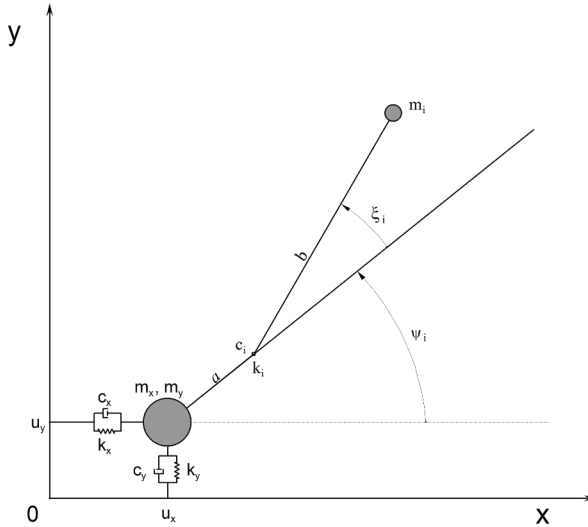
$t$  – czas;

$\psi_i = t + 2(i - 1)/n$  – położenie azymutalnej i-tej łopaty;

$\xi_i$  – przemieszczenie kątowe –  $i$ -tej łopaty;

$u_x, u_y$  – przemieszczenia piasty w kierunku  $x, y$ ;

$Oxy$  – nieruchomy układ współrzędnych sztywno związany ze śmigłowcem (w stanie równowagi statycznej; początek  $0$  w punkcie przecięcia osi obrotów wirnika z płaszczyzną obrotów; osie  $x, y$  równoległe do osi podłużnej i poprzecznej kadłuba).



Rys. 4. Model układu kadłub-wirnik śmigłowca o  $n + 2$  stopniach swobody (przykładowo pokazana tylko jedna łopata)

Sztywność i tłumienie podwozia w kierunku podłużnym i poprzecznym zastąpiono układem sprężyn i tłumików  $k_x, k_y$  i  $c_x, c_y$ . Masa kadłuba traktowana jest jako skupiona w piastce wirnika, posiada dwa stopnie swobody (przemieszczenia  $u_x, u_y$ ) i w ogólnym przypadku jest nieizotropowa  $m_x, m_y$  (zależna od kierunku drgań). Dla  $n$ -łopatowego wirnika przyjęto model łopaty sztywnej z przegubem pionowym w odległości  $a$  od osi obrotów. Masa skupiona łopaty  $m_i$  zawieszona na nieważkim pręcie w odległości  $b$  od przegubu, posiada jeden stopień swobody (przemieszczenie kątowe względem przegubu) i może być różna dla każdej łopaty. Podobnie sztywność i tłumienie w przegubie pionowym  $k_i, c_i$  mogą być inne dla każdej łopaty.

W rozważanym modelu płaskim układu kadłub-wirnik liczbę stopni swobody ograniczono do  $n + 2$ , zachowując jednak najistotniejsze dla rezonansu naziemnego cechy. Założono, że decydujące znaczenie dla reprezentacji tego zjawiska mają siły bezwładności, a siły aerodynamiczne i grawitacyjne mogą być pominięte (aerodynamika może uształeczniać układ wprowadzając dodatkowe tłumienie). W ten sposób uzyskano stosunkowo prosty do analizy model fizyczny, który eksponuje istotę rezonansu naziemnego polegającą na sprzężeniu zwrotnym układu kadłub-wirnik.

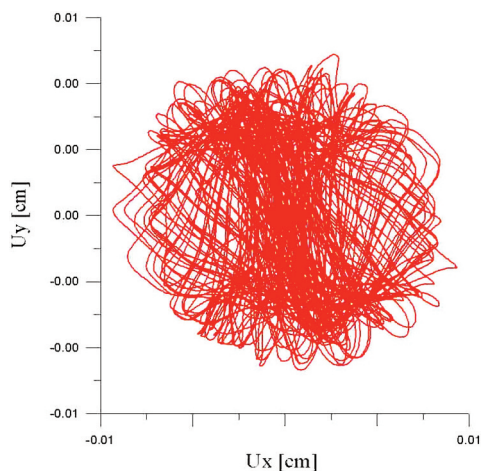
Przyjęty model fizyczny, po raz pierwszy został wprowadzony przez Colemana i Feingolda [1-4]. Istotne różnice są jednak w założeniach. W obecnie prezentowanym modelu nie zakłada się, że łopaty są identyczne. Każda łopata może mieć inne własności. Dzięki temu można badać pewne przypadki szczególne rezonansu naziemnego np. awarie tłumików, defekty masy (tolerancje wykonawcze, przestrzelenie, oblodzenie), różnice sztywności łopat.

$$M\ddot{q} + (B + G)\dot{q} + Kq = Q \tag{5}$$

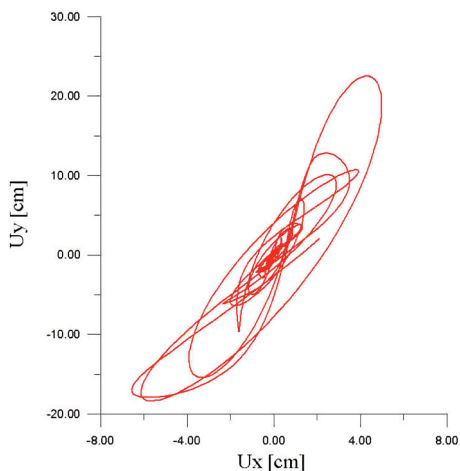
Poniżej zaprezentowane wykresy przedstawiają wyniki obliczeń uzyskane metodą symulacyjną. Wykresy (rys. 4, 5) przedstawiają odchylenia środka piasty wirnika nośnego śmigłowca od położenia równowagi w płaszczyźnie  $OXY$ . Natomiast wykresy (rys. 6, 7) odchylenia środka piasty od położenia równowagi w płaszczyźnie  $OXY$  oraz przemieszczenia kątowe dla każdej łopaty wirnika nośnego w funkcji czasu. Rys. 4 oraz 5 obrazują wyniki dla konstrukcji śmigłowca gdzie parametrem zmiennym w przypadku symulacji zjawiska rezonansu naziemnego było zwiększanie prędkości obrotowej wirnika nośnego. Tabela 2 przedstawia warunki obliczeń wykonywanych metodą symulacyjną dla śmigłowca, natomiast tabela 3 dla śmigłowca zamodelowanego jako wieża.

Tabela 2. Wyniki obliczeń metodą symulacyjną dla śmigłowca

Śmigłowiec		
Wariant	1	2
Częstotliwość drgań własnych $\Omega_0$ [Hz]	5,7	5,7
Prędkość obrotowa wirnika $\Omega$ [Hz]	9,6	2
$\Omega_0/\Omega$	0,6	2,85
Stan stateczny	TAK	NIE

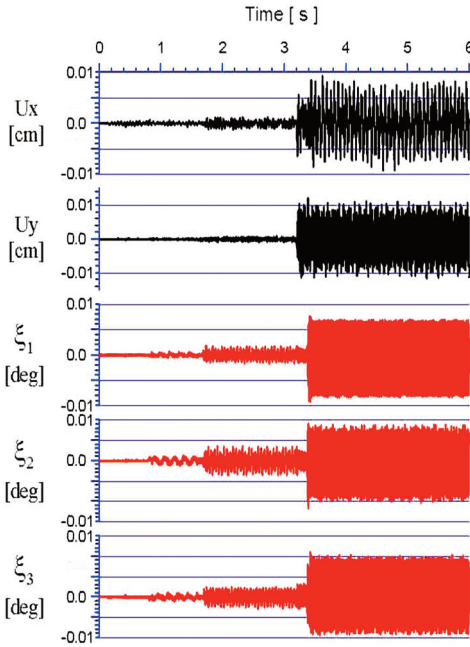


Rys. 5. Odchylenia środka piasty wirnika nośnego od położenia „zerowego”

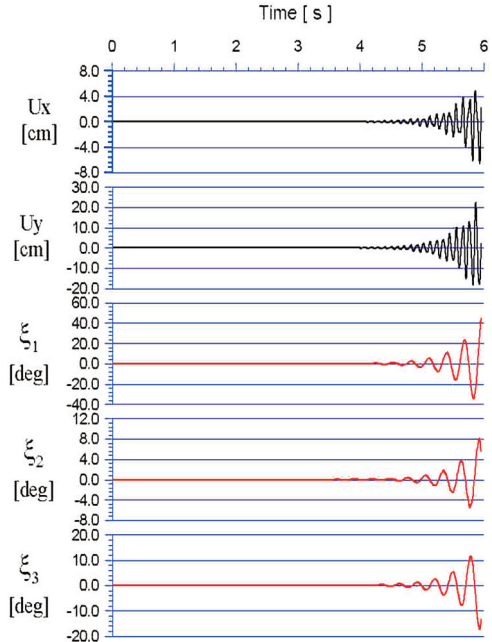


Rys. 6. Odchylenia środka piasty wirnika nośnego od położenia „zerowego”

Rys. 5 przedstawia odchylenia środka piasty od położenia równowagi wirnika nośnego, które w przypadku analizowanej konstrukcji dla prędkości nominalnej wirnika nośnego były bliskie zeru. Natomiast przy zmniejszeniu prędkości obrotowej wirnika nośnego do poziomu 2 Hz widać wyraźne odchylenia środka piasty od położenia równowagi. Świadczy to o tym że przy rozpędzaniu jak i wyhamowywaniu wirnika nośnego przechodzimy przy tej wielkości prędkości obrotowej przez zakres występowania rezonansu. Jest to dla tej konstrukcji zakres niebezpieczny i należy jak najszybciej poprzez rozkręcania wirnika lub też jego wyhamowywaniu oddalać się od prędkości zbliżonej do 2 Hz.



Rys. 7. Odchylenia środka piasty wirnika nośnego od położenia „zerowego” oraz przemieszczenia kątowe dla każdej łopaty wirnika nośnego w funkcji czasu



Rys. 8. Odchylenia środka piasty wirnika nośnego od położenia „zerowego” oraz przemieszczenia kątowe dla każdej łopaty wirnika nośnego w funkcji czasu

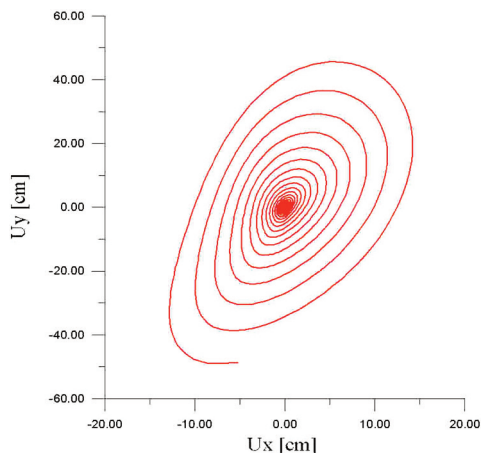
Tabela 3. Wyniki obliczeń metodą symulacyjną dla wieży

Wieża		
Wariant	1	2
Sztywność wieży $k_w$ [MN/m]	0,426	0,660
Masa wieży [kg]	150	150
Częstotliwość drgań własnych $\Omega_0$ [Hz]	12	16
Prędkość obrotowa wirnika $\Omega$ [Hz]	8	8
$\Omega_0/\Omega$	1,5	2
Stan stateczny	NIE	TAK

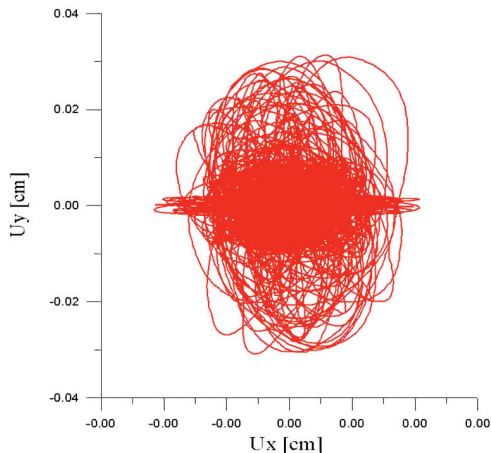
W przypadku analizowania rezonansu naziemnego na wieży parametrem zmiennym była sztywność wieży natomiast prędkość obrotowa wirnika nośnego pozostawała na równym poziomie 8 Hz. Masa wieży została przyjęta na poziomie 150 kg. Otrzymane wyniki przedstawiają wykresy (rys. 9, 11) dla sztywności wieży wynoszącej 0,426 MN/m gdzie widać wyraźne występowanie zjawiska rezonansu naziemnego. Natomiast wykresy (rys. 10, 12) przedstawiają wyniki dla dwukrotnie większej sztywności wieży niż prędkość obrotowa wirnika nośnego.



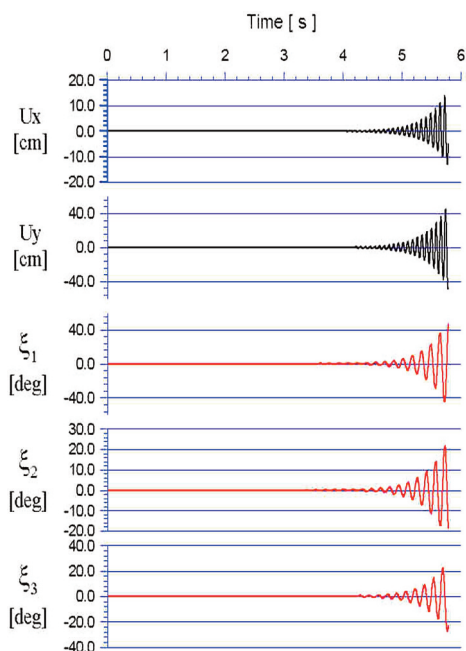
Widać tutaj wyraźna stabilizację układu co nasuwa wniosek, że wieże służące do badań wirników nośnych śmigłowców powinny mieć minimum dwukrotnie większa sztywność w stosunku do prędkości obrotowej uzyskiwanej na wirniku aby badania mogły zostać przeprowadzone bezpiecznie.



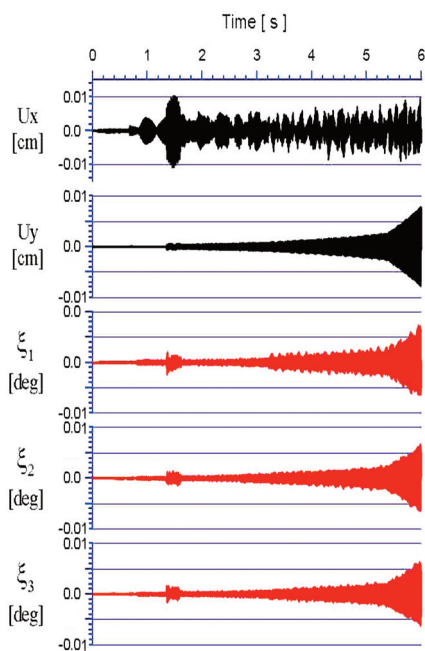
Rys. 9. Odchylenia środka piasty wirnika nośnego od położenia „zerowego”



Rys. 10. Odchylenia środka piasty wirnika nośnego od położenia „zerowego”



Rys. 11. Odchylenia środka piasty wirnika nośnego od położenia „zerowego” oraz przemieszczenia kątowe dla każdej łopaty wirnika nośnego w funkcji czasu



Rys. 12. Odchylenia środka piasty wirnika nośnego od położenia „zerowego” oraz przemieszczenia kątowe dla każdej łopaty wirnika nośnego w funkcji czasu

### 3. WNIOSKI

Przedstawiony w tej pracy model MES struktury kadłuba śmigłowca będzie wykorzystywany do wspomagania prób naziemnych w zakresie badań rezonansu naziemnego (układ swobodnie stojący na stanowisku badawczym) dla ciągu bliskiego zeru oraz do prób trwałościowych (układ w miarę sztywno przytwierdzony do podłoża – typu wieża) przy kolejno zwiększającym ciągu. Pomimo wielu uproszczeń jakie wystąpiły w tym modelu, zmiany wektora drgań własnych (postaci i częstości drgań) pod wpływem zmian parametrów struktury (zmiany charakterystyk amortyzatorów oraz utwierdzeń modelu do podłoża), powinny być o rząd wielkości dokładniejsze niż poziom „zerowy” wektora drgań i dlatego powinny być przydatne do regulacji układu w kolejnych fazach prób eksperymentalnych. Na podstawie otrzymanych wyników warto zwrócić uwagę że dla badań rezonansu naziemnego, dla częstości obrotowej wirnika np. 8 Hz, docelowo powinno się dążyć do uzyskania częstości przechylenia 4-5 Hz (dla drugiej postaci drgań przechylenia) aby uniknąć rezonansu naziemnego. Natomiast dla utwierdzonego kadłuba podczas prób trwałościowych należy dążyć, przez wprowadzania sukcesywne jego mocowania do podłoża, do uzyskania przynajmniej dwukrotnie większej częstości własnej niż częstość obrotowa wirnika, aby uzyskać swobodę od rezonansu (aperiodycznego) wirnik-wieża.

### BIBLIOGRAFIA

- [1] Bielawa R. L.: *Rotary Wing Structural Dynamics and Aeroelasticity*, AIAA, Washington DC, 1992.
- [2] Szabelski K.: *Wstęp do konstrukcji śmigłowców*, WKiŁ, 1995.
- [3] Bramwell A. R. S., Done G., Blamford D.: *Bramwell's Helicopter Dynamics*, Butterworth-Heinemann, 2001.
- [4] Szrajter M.: *Badanie symulacyjne rezonansu naziemnego*, Prace Instytutu Lotnictwa, nr 119, Warszawa, 1989.
- [5] Żerek L.: *Rezonans naziemny śmigłowca o doskonałej i przybliżonej symetrii z uwzględnieniem drgań łopat w płaszczyźnie ciągu*, Prace Instytutu Lotnictwa, nr 119, Warszawa, 1989.

TOMASZ GORECKI

## HELICOPTER STRUCTURE DYNAMICS MODELING FOR GROUND RESONANCE TESTS

### *Abstract*

*In the paper an example of modelling of helicopter structure for ground resonance tests is presented. For this purpose, finite elements method model of helicopter structure was used. Calculations were performed for fuselage structure fitted with undercarriage and extra masses modelling propulsion and equipment were taken into account. Influence of attachment elasticity parameters alteration enabling safe carrying out ground resonance tests was analysed.*