ANALIZA DRGAŃ WAŁU DOPROWADZAJĄCEGO NAPĘD DO PRZEKŁADNI OGONOWEJ ŚMIGŁOWCA ULTRALEKKIEGO

WITOLD PERKOWSKI

Instytut Lotnictwa

<u>Streszczenie</u>

W artykule przedstawiono model obliczeniowy do wyznaczania krytycznych prędkości obrotowych oraz analizy amplitudy drgań wału doprowadzającego napęd do przekładni ogonowej ultralekkiego śmigłowca o masie startowej ok. 800 kg. Zaprezentowano niektóre, otrzymane wyniki obliczeń, przy czym zasadniczo skupiono się na nadkrytycznym wale dwupodporowym (podpory na końcach) z tarciowym, szczelinowym tłumikiem drgań giętnych, ale pokazano też pewne wyniki analizy dla wału z trzema podporami, z podporą środkową o liniowej lub nieliniowej sprężystości.

<u>Słowa kluczowe:</u> modele obliczeniowe częstotliwości i amplitudy drgań wału, tłumiki drgań, wymuszenia drgań, wielopodporowość wału, wpływ podatności podpór na drgania wału.

1. MODEL OBLICZENIOWY

Wał dzieli się na *n* odkształcalnych elementów (odcinków) belkowych. Każdy z elementów charakteryzują następujące parametry: długość, moduł Younga, gęstość, geometryczne momenty bezwładności przekroju poprzecznego, niewyważenie w postaci mimośrodu (odległość pomiędzy środkiem masy przekroju poprzecznego a środkiem geometrycznym tego przekroju) oraz tłumienie zewnętrzne. Na krawędziach (końcach) każdego z elementów mogą znajdować się sprężysto-tłumiące podpory. Równania ruchu elementów wyprowadzono z zasady prac wirtualnych [1], [3], [7]. Przemieszczenia elementów wału rozpatrywano w nieruchomym, prostokątnym, lewoskrętnym układzie współrzędnych *0xyz* (Rys. 1), w którym oś *x* pokrywa się z osią nieodkształconego wału (elementy sprężysto-tłumiące, symbolizujące podpory, pokazano jedynie w płaszczyźnie *0xz* - analogiczne występują w płaszczyźnie *0xy*). Analizowane były drgania wału z trzema podporami, ze środkową podporą o liniowej lub nieliniowej sprężystości, bez tłumika drgań i z nieliniowym, tarciowym tłumikiem drgań. Siłę ciężkości pominięto.



Rys. 1. Model wału do obliczeń częstotliwości drgań własnych

2. DRGANIA LINIOWE WAŁU W STANACH USTALONYCH

Obliczenia polegały na wyznaczeniu za pomocą programu MES kilku pierwszych częstości kołowych drgań własnych wału (Rys. 1), w zależności od sztywności środkowej podpory k_p . Przyjęto, że podpory są izotropowe, przegubowe i nie ma tłumienia ($c_t = c_0 = c_n = c_p = 0$). Parametry struktury wału są następujące (wyróżniono główne parametry, jednakowe w całym, tu przedstawionym opracowaniu):

L = 3,32	[m] - długość,
r = 2700	[kg/m ³] - gęstość,
A = 0,00022	[m ²] - pole przekroju poprzecznego,
$E = 0,7 \cdot 10^{11}$	[Pa] - moduł Younga,
I = 59,3·10 ⁻⁹	[m ⁴] - geometryczny, giętny moment bezwładności przekroju,
$k_0 = k_n = 10^6$	[N/m] - sztywność podpór zewnętzrnych,
$c_0 = c_n = c_p = 0$	[Ns/m] - współczynniki tłumienia w podporach,
$k_p = 10^0 , 10^9$	[N/m] - sztywność podpory środkowej (parametr),
$c_t = 0$	[Ns/m ²] - tłumienie zewnętrzne na jednostkę długości wału.

Rozważany wał jest "giętki" – charakteryzuje go niewielka sztywność giętna w porównaniu ze sztywnością podpór zewnętrznych.

Wygodnie jest wprowadzić odniesieniową częstość kołową drgań wału w postaci pierwszej, kołowej częstość drgań belki jednorodnej o podanych wyżej parametrach materiałowo-geometrycznych, podpartej na końcach, w 2 podporach nieskończenie sztywnych. Wyznacza się ją z zależności [3], [5], [6]:

$$\Omega_0 = \frac{\pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$$

Dla podanych wyżej parametrów wału W_0 wynosi 74,85 rad/s. Do analizy MES wał podzielono na 6 elementów skończonych równej długości, a wyniki przedstawiono w Tab. 1 i na Rys. 2. Kolejne częstości kołowe drgań wału rzeczywistego (z uwzględnieniem skończonej sztywności podpór oraz ew. tłumienia) oznaczono odpowiednio: ω_{01} , ω_{02} , ω_{03} .

k _p [N/m]	$\beta_{01} = \omega_{01} \ / \ \Omega_0$	$\beta_{02} = \omega_{02} \ / \ \Omega_0$	$\beta_{03} = \omega_{03} \ / \ \Omega_0$
10 ⁰	1,00	3,97	8,84
10 ¹	1,00	3,97	8,84
10 ²	1,01	3,97	8,84
10 ³	1.08	3,97	8,85
10 ⁴	1.66	3,97	8,94
10 ⁵	3,83	3,97	9,94
10 ⁶	3,97	5,84	15,5
10 ⁷	3,97	6,14	15,55
10 ⁸	3,97	6,17	15,55
10 ⁹	3,97	6,17	15,55

Tab. 1. Bezwymiarowe częstości kołowe drgań własnych wału w funkcji sztywności podpory środkowej k_p (sztywność podpór skrajnych: k₀ = k_n = 10⁶ N/m , Ω_0 = 74,85)



Rys. 2. Bezwymiarowe częstości kołowe drgań własnych wału w funkcji sztywności k_n

Jak widać na Rys. 2, przy małej sztywności podpory środkowej, wał jest belką jednoprzęsłową, której kolejne częstotliwości drgań własnych mają się do siebie w przybliżeniu tak, jak kwadraty kolejnych liczb naturalnych (miałyby się do siebie dokładnie jak 1 : 4 : 9... gdyby nie było podpory środkowej, a sztywność podpór zewnętrznych była nieskończenie duża). Gdy sztywność podpory środkowej jest większa lub równa sztywności podpór zewnętrznych ($k_p \ge 10^6$ N/m), wał staje się belką dwuprzęsłową. Jeżeli k_p leży w przedziale $10^4 \div 10^6$ N/m, a zwłaszcza gdy jest bliskie 10^5 N/m, występuje obszar przejściowy, w którym można się spodziewać ciekawych efektów, gdyż wał w zależności od dodatkowych czynników (np. nieliniowość sprężystości podpory środkowej, dodanie tłumienia albo siły wzdłużnej), może się zachowywać zarówno jak belka jednoprzęsłowa jak i dwuprzęsłowa. Widać to dobrze na przebiegu β_{01} i β_{02} - przy małej sztywności podpory środkowej są to odpowiednio pierwsza i druga kołowe częstości drgań belki jednoprzęsłowej, ale w miarę wzrostu sztywności tej podpory β_{01} rośnie, osiąga tę samą wartość co β_{02} i staje się pierwszą częstością kołową drgań belki dwuprzęsłowej. Gdy sztywność podpory środkowej zrówna się ze sztywnościami podpór skrajnych, dalsze jej zwiększanie nie powoduje już istotnych zmian częstotliwości drgań wału.

3. OPIS MODELU TŁUMIKA TARCIOWEGO

W celu ograniczenia amplitudy drgań rozważanego wału dla śmigłowca ultralekkiego, opracowano prosty konstrukcyjnie, tarciowy tłumik drgań giętnych wału. Szkic konstrukcyjny tego tłumika przedstawia Rys. 3. Zasadniczym elementem tłumika jest tarcza (2) z centralnym otworem o średnicy znacznie (o kilka milimetrów) większej od średnicy wału (1). Tarcza (2) jest przez sprężyny dociskowe (5) zaciśnięta między obudową tłumika (3) i pokrywką (4). Poprzez zmianę napięcia sprężyn (5), zmienia się siłę tarcia suchego na powierzchniach bocznych tarczy (2), stanowiącą siłę oporu, stawianego przez tłumik usiłującemu go przemieścić wałowi¹. W modelu tłumika pominięto bezwładność i ciężar jego tarczy oraz podatność zamocowania jego obudowy.



1 - wał, 2 - tarcza tłumika, 3 - obudowa, 4 - pokrywka, 5 - sprężyna dociskowa Rys. 3. Szkic konstrukcyjny tarciowego tłumika drgań wału

Tłumik opisują następujące parametry:

- F_r [N] siła oporu tłumika,
- *S* [m] szczelina w tłumiku,
- H_s [m] grubość warstwy sprężystej²,
- μ [1] współczynnik tarcia wał-tłumik³.

Opis modelu matematycznego takiego tłumika znaleźć można w pracach [2], [4].

² Wprowadzenie strefy sprężystej w otworze tarczy tłumika jest koniecznym "chwytem" obliczeniowym, gdyż pozwala na stopniowe "rozwijanie się" siły oddziaływania wał-tłumik, co umożliwia jej wyznaczenie; strefa ta ma również sens fizyczny (sprężystość tarczy tłumika).

¹Tarcza prototypowego tłumika została wykonana z teflonu, aby zmniejszyć tarcie na styku wał-tłumik, a tym samym zmniejszyć zużycie kontaktujących się powierzchni oraz zmniejszyć wymuszenie drgań wywołane tym tarciem (efekt struny i smyczka).

³W prezentowanych w niniejszym artykule symulacjach współczynnik tarcia wał-tłumik pominięto.

4. WPŁYW SZTYWNOŚCI ŚRODKOWEJ PODPORY NA DRGANIA WAŁU BEZ TŁUMIKA I Z TŁU-MIKIEM

Najpierw symulowano drgania wału bez tłumika (Rys. 4), o głównych parametrach opisanych w p. 2, przy czym wprowadzono niewielkie tłumienie zewnętrzne $c_t = 0.5 \text{ Ns/m}^2$, a sztywność podpory środkowej zmieniano w granicach $10^4 \div 10^6 \text{ N/m}$. Wprowadzono niewyważenie wału w postaci mimośrodu 1 mm, na odcinku od 1/4 do 1/3 długości wału - przyjęto taki rozkład niewyważenia , aby mogły pojawić się trzy pierwsze rezonanse wału.

Na dalszych rysunkach, przedstawiających wał na podporach, niewyważony odcinek został wyróżniony kolorem szarym. W symulacjach prędkość obrotowa wału Ω , rosła od 0 do 1200 rad/s ze stałym przyspieszeniem $\varepsilon = 10 \text{ rad/s}^2$. Wprowadzono bezwymiarową prędkość obrotową wału $\beta = \Omega/\Omega_0$, odnosząc jego prędkość obrotową Ω do odniesieniowej częstości kołowej drgań wału Ω_0 , opisanej w p. 2. W związku z tym, w symulacjach, bezwymiarowa prędkość obrotowa wału rosła od 0 do 16. Symulacje powtórzono, wyposażając wał w tłumik tarciowy, usytuowany w jednej czwartej długości wału (w połowie elementu niewyważonego - Rys. 5), o następujących parametrach: $F_r = 32 \text{ N}$, S = 0,002 m, $H_S = 0,0002 \text{ m}$.

Dobrano tłumik o szczelinie wystarczająco dużej⁴ żeby wał mógł z niego "wyjść" i o sile oporu wystarczająco dużej by miało to wpływ na amplitudę drgań w trzech pierwszych rezonansach wału.



⁴ Ustalono wcześniej na drodze symulacji (potwierdzono to również eksperymentalnie), że zbyt mała szczelina *s* w tłumiku opisanego typu powoduje, że wał po przejściu rezonansu nie opuszcza tłumika przechodząc do wirowania swobodnego, co zwiększa jego drgania.

Wyniki symulacji, w postaci wypadkowego ugięcia wału *U* (inaczej amplituda drgań) w płaszczyźnie działania tłumika, a więc w 1/4 długości wału (Rys. 5), dla trzech sztywności środkowej podpory ($k_p = 10^4$, 10^5 , 10^6 N/m), przedstawiono na Rys. 6...11.

W celu uwypuklenia wpływu zastosowanego tłumika tarciowego na zachowanie się wału, wyniki symulacji przedstawione na Rys. 6...11, prezentowane są na przemian dla wału bez tłumika (rysunki górne) i dla wału z tłumikiem (rysunki dolne), czyli usytuowane są względem siebie tak, jak odpowiadające im powyższe rysunki modeli wałów. Przedstawione przebiegi omawiane są na bieżąco – po każdej parze.





Jak widać na powyższej parze rysunków wał zachowuje się jak belka jednoprzęsłowa, ale z wyraźnie przesuniętym w prawo pierwszym rezonansem. Tłumik praktycznie "zniwelował" drgania wału w pierwszym i drugim rezonansie i nieznacznie osłabił drgania wału w rezonansie trzecim (energia wału była już zbyt duża), gładko "wychodząc" z tłumika po każdym z rezonansów.



S = 0,002 m, $H_s = 0,0002 \text{ m}$; $\beta = 0 \rightarrow 16$

Na Rys. 8 są widoczne dwa pierwsze rezonanse wału, zachowującego się trochę jak belka jednoprzęsłowa (świadczy o tym położenie trzeciego rezonansu), a trochę jak dwuprzęsłowa

(pierwszy rezonans). Pierwsze dwa rezonase leżą tak blisko siebie, że praktycznie "zlały się" w jeden silny rezonans, natomiast przebieg na rysunku dolnym pokazuje, że tłumik łatwo sobie z tym "dubeltowym" rezonansem poradził.

Przy tej sztywności podpory środkowej, dorównującej sztywnością podporom zewnętrznym, wał zachowuje się jak belka dwuprzęsłowa (por. Tab. 1). Tłumik znacznie osłabił pierwszy rezonans i nieco zmniejszył amplitudę drgań w rezonansie drugim, przy czym wał łatwo opuścił tłumik po przejściu obu rezonansów.





5. WPŁYW NIELINIOWEJ SZTYWNOŚCI ŚRODKOWEJ PODPORY NA DRGANIA WAŁU BEZ TŁU-MIKA I Z TŁUMIKIEM

Symulowano drgania wału bez tłumika (Rys. 4) oraz z tłumikiem (Rys. 5), o głównych parametrach opisanych w p. 2, przy czym wprowadzono nieliniową sztywność środkowej w postaci (gdzie U jest ugięciem podpory):

$$k_p = k_{p1} + k_{p2} \cdot U^2$$

Współczynnik k_{n2} w ogólnym przypadku może być zarówno dodatni (dosztywnienie podpory), jak i ujemny (zmiękczenie podpory), przy czym przy zmiękczaniu podpory za pomocą ujemnego członu nieliniowego, należy bardzo uważać, żeby przy większych przemieszczeniach nie wystąpiła ujemna sztywność podpory, co może pozbawić wyniki fizycznego sensu.

Ponieważ, jak wynika z rezultatów symulacji zaprezentowanych w p.4, ugięcia wału w punkcie pomiarowym były w rezonansach rzędu dziesiątków mm, a chciano, żeby wpływ członu nieliniowego był znaczny, przyjęto współczynnik k_{p2} o cztery rzędy wielkości większy od współczynnika k_{n1} , co gwarantowało, że części liniowa i nieliniowa sztywności podpory będą tego samego rzędu. Część liniową sztywności zmieniano w zakresie 10³...10⁵ N/m. Chodziło o to, żeby wał po dosztywnieniu środkowej podpory przez człon nieliniowy znalazł się w ciekawym obszarze przejściowym pomiędzy belką jedno i dwuprzęsłową, zasygnalizowanym w p.2. Z tego punktu widzenia dosztywnianie, za pomocą członu nieliniowego, podpory środkowej o $k_{p1} \ge 10^6$ N/m, nie wnosi już nic interesującego, gdyż wał będzie się zachowywał po prostu jak belka dwuprzęsłowa.

Obliczenia przeprowadzono dla następujących wariantów sztywności podpory środkowej:

a) $k_p = 10^3 + 10^7 \cdot U^2 \text{ N/m}$

b) $k_p^P = 10^4 + 10^8 \cdot U^2 \text{ N/m}$ c) $k_p = 10^5 + 10^9 \cdot U^2 \text{ N/m}$

Parametry tłumika i rozkład mimośrodu, były takie same jak w p. 4. Tak samo jak w p. 4 wprowadzono też tłumienie zewnętrzne $c_t = 0.5 \text{ Ns/m}^2$, a prędkość obrotowa wału rosła ze stałym przyśpieszeniem $\varepsilon = 10 \text{ rad/s}^2$.

Wyniki symulacji, w postaci przebiegu $U(\beta)$ w płaszczyźnie tłumika, a więc w 1/4 długości wału, dla trzech wymienionych wyżej (a, b, c) sztywności środkowej, nieliniowej podpory, przedstawiono na Rys. 12...17. Podobnie jak w p. 4, w celu lepszego pokazania wpływu zastosowanego tłumika tarciowego na zachowanie się wału, wyniki symulacji prezentowane są na przemian dla wału bez tłumika (rysunki górne) i dla wału z tłumikiem (rysunki dolne), czyli usytuowane są względem siebie tak, jak pokazane wcześniej rysunki modeli wałów (Rys. 4, 5). Po każdej parze rysunków zamieszczono krótkie omówienie prezentowanych wyników.





Wał zachowuje się jak belka jednoprzęsłowa. Jak widać na rysunku górnym wpływ nieliniowości podpory jest niewielki i widać go jedynie w trzecim rezonansie. Na rysunku dolnym widać z kolei, że użycie tłumika bardzo osłabiło drgania w pierwszych dwóch rezonansach i nieznacznie w trzecim.



Rys. 15. Przebieg U(β) w punkcie x = 0,25L ; k_p = 10⁴ + 10⁸U² N/m ; tłumik: Fr = 32 N, S =0,002 m, H_s =0,0002m ; β = 0 \rightarrow 16

W tym przypadku widać już duży wpływ nieliniowości podpory na drgania wału w okolicy pierwszego i trzeciego rezonansu (Rys. 14) – charakterystyczne jest nachylenie przebiegu amplitudy drgań wału w prawo. Widoczne jest silne zaburzenie drgań wału w trzecim rezonansie, wywołane nieliniowością sztywności podpory środkowej –wał zachowuje się częściowo jak belka jednoprzęsłowa, a częściowo jak dwuprzęsłowa. Tłumik, podobnie jak poprzednio, bardzo dobrze wytłumił pierwsze dwa rezonanse i prawie nie wpłynął na zachowanie się wału w trzecim rezonansie.



Rys. 17. Przebieg U(β) w punkcie x = 0,25L ; k_p = 10⁵ + 10⁹U² N/m ; tłumik: Fr = 32 N, S = 0,002 m , H_s =0,0002m ; β = 0 \rightarrow 16

Należy zwrócić uwagę na to, że dwa powyższe przebiegi mają inną skalę na osi rzędnych niż pozostałe. Wał zachowywał się raczej jak belka dwuprzęsłowa – nie było pierwszego rezonansu belki jednoprzęsłowej, a trzeci rezonans belki jednoprzęsłowej prawie zaniknął. Interesujące jest to, że po wytłumieniu, za pomocą tłumika, pierwszego rezonansu belki dwuprzęsłowej, drugi, bardzo silny gdy nie było tłumika, już nie wystąpił (Rys. 17).

PODSUMOWANIE

W przedstawionym opracowaniu zaprezentowano wyniki symulacji drgań wału "giętkiego" na trzech podporach z środkową podporą o liniowej i nieliniowej sztywności, z tłumikiem tarciowym i bez. Na niektórych przebiegach ugięć wału, można zaobserwować charakterystyczne pochylenie przebiegu w prawo (zwłaszcza na Rys. 14), wywołane nieliniowością sprężystą środkowej podpory, typowe w przypadku rosnącej prędkości obrotowej wału. Tłumik tarciowy o wybranych parametrach, bardzo dobrze tłumił drgania wału w zakresie dwóch pierwszych rezonansów. Trzeci rezonans był już zbyt silny dla tłumika o tych parametrach. Widać tu podstawowa wadę tłumika tarciowego z tarciem suchym, w porównaniu np. z tłumikiem cieczowym (tzw. wiskotycznym). Oczywiście można by zwiększyć siłę oporu tłumika tarciowego tak, aby wytłumił również trzeci rezonans, ale trzeba by zastosować albo tłumik bezszczelinowy, będący w ciągłym kontakcie z wałem, albo powiększyć znacznie szczelinę, żeby przy tej zwiększonej sile oporu tłumika wał mógł "wyjść" z tłumika po pierwszym i po drugim rezonansie. Podsumowując, można stwierdzić, że tłumik tarciowy o wybranych parametrach, okazał się skuteczny w ograniczonym zakresie prędkości obrotowych wału, jednak na podkreślenie zasługuje fakt, że jego wpływ na drgania wału okazał się jednoznacznie korzystny, niezależnie od tego czy sprężystość środkowej podpory wału była liniowa, czy nieliniowa.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Z. Dżygadło i inni Zespoły wirnikowe silników turbinowych, WKiŁ 1982.
- [2] Z. Dżygadło, W. Perkowski Nieliniowy model dynamiczny do analizy giętnych drgań nadkrytycznego wału napędu śmigła ogonowego śmigłowca, prace ILot. 160, 2000.
- [3] R. Gryboś Dynamika maszyn wirnikowych, PWN 1994.
- [4] W. Perkowski Analiza dynamiki wału pracującego w warunkach nadkrytycznych, do napędu śmigła ogonowego ultralekkiego śmigłowca, praca doktorska, WAT 2001.
- [5] J. Warchulski Analiza drgań podwójnego wirnika lotniczego silnika turbinowego, praca doktorska, WAT 1994.
- [6] L. Wrotny Dynamika układów mechanicznych, PW 1995.
- [7] O.C. Zienkiewicz Metoda elementów skończonych, Arkady 1972.