

**Łukasz OSKWAREK**POLITECHNIKA WARSZAWSKA, INSTYTUT ELEKTROTECHNIKI TEORETYCZNEJ I SYSTEMÓW INFORMACYJNO-POMIAROWYCH  
ul. Koszykowa 75, 00-661 Warszawa**Przykłady zastosowań metod planowania i oceny eksperymentu w tomografii impedancyjnej i mikroskopii elektronowej**

Dr inż. Łukasz OSKWAREK

Absolwent Wydziału Elektrycznego Politechniki Śląskiej (1998). Stopień doktora nauk technicznych uzyskał w 2003 roku w Instytucie Elektrotechniki Teoretycznej i Systemów Informacyjno-Pomiarowych na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej, gdzie obecnie pracuje na stanowisku adiunkta. Zainteresowania naukowe: wielopunktowe i wieloparametrowe systemy pomiarowe, badania strukturalne (tomografia, mikroskopia), ocena dokładności pomiarów.



e-mail: oskwarek@iem.pw.edu.pl

**Streszczenie**

Przedmiotem artykułu są wybrane zagadnienia z teorii eksperymentu, takie jak: testowanie hipotez statystycznych, ocena istotności wpływu czynników oraz ocena postaci równania regresji. Wiedza z tego zakresu została wykorzystana do oceny wyników pomiarów wykonanych na potrzeby impedancyjnej tomografii komputerowej (ocena krzywych poprawek, ocena wpływu czynników związanych z układem pomiarowym) oraz skaningowej mikroskopii elektronowej (ocena równania opisującego zniekształcenia obrazów pod wpływem zewnętrznego pola zakłócającego).

**Słowa kluczowe:** planowanie i ocena eksperymentu, hipotezy statystyczne, istotność wpływu czynnika, równanie regresji.

**Selected applications of experiment planning and evaluation in the area of impedance tomography and electron microscopy****Abstract**

In the paper selected problems of the theory of experiment like: statistical hypotheses testing, assessment of the significance of impact factors and evaluation of a regression equation [1, 2, 3, 4, 5, 6] are presented. Knowledge of this area may be useful for engineers when assessing the method of measurement and operation of a developed system. From the analysis performed for impedance tomography [7, 8, 9], using planning and evaluation of experiment methods, one can draw the following conclusions:

- although it is necessary to introduce corrections to the raw measurements, their values can be approximated by a linear regression curve,
- it is possible to follow the same correction curves (Fig.1) and the associated uncertainty for measurement results obtained by excitation of different pairs of electrodes,
- most of parameters relating to the measurement system, in the examined range of variation, had no significant effect on the obtained results – thanks to that, conclusions presented in the paper are more universal.

In turn, the calculations performed for microscopic research [10, 11] showed that the derived forms of the regression equation (Fig. 2) describe correctly the empirical data, and the reproducibility of performed experiments was satisfactory. This improves reliability of the results concerning evaluation of the impact of the external magnetic field on the distortion level of observed images.

**Keywords:** experiment planning and evaluation, statistical hypotheses, significance of the impact factor, regression equation.

**1. Wprowadzenie; cel wykonanych analiz**

Jednym z zasadniczych etapów realizacji każdego eksperymentu ilościowego [1, 2, 3] jest analiza danych przeprowadzana z wykorzystaniem metod takich jak: testowanie hipotez statystycznych, ocena istotności wpływu czynników, ocena postaci równania regresji i innych [4, 5, 6]. Czynności te wzbogacają tradycyjną analizę metrologiczną wyników opartą na ocenie ich błędów i niepewności, prowadząc tym samym do uzyskania wielu praktycznych wniosków dotyczących nie tylko zastosowanych metod

i narzędzi pomiarowych, lecz także sposobu wykonywania obliczeń oraz opracowywania wyników.

Zagadnienia z tego zakresu, odniesione do czynników związanych z układem pomiarowym (nie zaś z parametrami eksploatacyjnymi i procesowymi obiektów, zjawisk czy urządzeń), zostały wykorzystane do oceny danych eksperymentalnych uzyskanych w badaniach z obszaru impedancyjnej tomografii komputerowej [7, 8, 9] oraz skaningowej mikroskopii elektronowej [10, 11]. Należy przy tym zaznaczyć, iż w pracach badawczych wykonywanych na potrzeby obu technik obrazowania uwaga badaczy koncentruje się przede wszystkim na doskonaleniu metod pomiarowych oraz algorytmów przetwarzania danych [7, 8, 10] – generalnie brak w nich nawiązania do prezentowanych w artykule zagadnień z pogranicza teorii pomiaru oraz teorii eksperymentu.

Prowadzone do tej pory prace w zakresie analizy metrologicznej wyników pomiarów i obliczeń wykonanych na potrzeby impedancyjnej tomografii komputerowej koncentrowały się na ocenie konfiguracji i parametrów dedykowanego systemu badawczego, przede wszystkim w oparciu o kryterium dokładnościowe [9]. Dokonując, w kolejnym etapie badań, testowania hipotez statystycznych (dla wartości oczekiwanej i wariancji), odnoszących się zarówno do pojedynczego wyniku pomiaru jak i krzywej regresji, możliwe staje się uzyskanie odpowiedzi na pytanie o konieczność wprowadzania poprawek do wyników oraz o ich wartość (postać), a także o konieczność uwzględniania wpływu wybranych czynników na otrzymywane wyniki oraz na poziom błędów.

Przechodząc do oceny wyników badań z zakresu mikroskopii elektronowej należy zaznaczyć, iż choć postać równań regresji opisujących odchylenie wiązki elektronów pod wpływem zewnętrznego pola zakłócającego była wyznaczana drogą doświadczalną [11], to już ocena stopnia dopasowania tych krzywych do danych empirycznych była dokonywana (mówiąc potocznie) „na oko”. Celem przedstawionych w artykule obliczeń było uzyskanie miarodajnych informacji na temat adekwatności wyznaczonych równań, istotności występujących w nich współczynników oraz stabilności warunków wykonywania doświadczeń.

**2. Wykorzystanie testowania hipotez statystycznych do oceny wyników badań tomograficznych**

Hipotezami statystycznymi zwykło nazywać się robocze przypuszczenia dotyczące parametrów lub rodzaju badanej populacji, formułowane na podstawie konkretnych przesłanek (dane empiryczne, zależności analityczne) lub też intuicji [4, 5, 6]. Przykładowo, w obszarze metrologii, testowanie hipotezy nt. istotności różnicy między wynikiem danego pomiaru a wartością oczekiwaną może być przydatne w celu podjęcia decyzji odnośnie wprowadzania poprawki do wyniku.

**Przykład 1.** W systemie tomografii impedancyjnej [9], w wyniku pomiaru napięcia multimetrem na przykładowej elektrodzie, uzyskano następujące wartości  $U_{pi}$ : 1,2695 V; 1,2687 V; 1,2704 V; 1,2699 V; 1,2681 V. Należy określić, czy różnica między wynikiem pomiaru a wartością symulowaną  $U_{sym} = 1,2516$  V jest istotna na poziomie  $\alpha = 0,01$ , a tym samym czy wprowadzenie poprawek do wyników jest konieczne.

Stawiamy hipotezę o braku istotnej różnicy między wynikiem pomiaru i symulacji. Obliczamy wartość średnią wyniku ( $\bar{U}_p = 1,26932$  V) i odchylenie standardowe ( $\sigma(\bar{U}_p) = 0,428$  mV), a na ich podstawie wartość współczynnika  $t(0,01;4)$  statystyki t-Studenta (dla poziomu istotności  $\alpha = 0,01$  oraz liczby stopni swobody  $f = n - 1 = 4$ ):

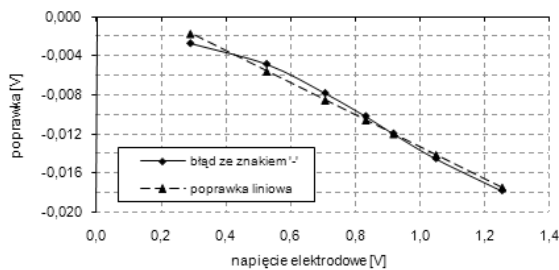
$$t_{(0,01;4)} = \frac{|\bar{U}_p - U_{sym}|}{\sigma(\bar{U}_p)} = 42,93 \quad (1)$$

$$t_{(0,01;6)} = \frac{|\bar{r}_{p,1-9} - \bar{r}_{p,2-10}|}{\sqrt{\frac{\sigma(\bar{r}_{p,1-9})^2 + \sigma(\bar{r}_{p,2-10})^2}{n-1}}} = 0,06966 \quad (2)$$

Wyznaczoną wartość porównujemy z tablicową wartością krytyczną  $t_{kr}(0,01;4) = 4,604$ . Ponieważ  $t > t_{kr}$ , wnioskujemy stąd o odrzuceniu stawianej hipotezy zerowej, a co za tym idzie o konieczności wprowadzenia korekty do uzyskanego wyniku.

Testowanie hipotez może odnosić się nie tylko do wartości oczekiwanej, lecz także do wariancji. Może dotyczyć wartości średniej z kilku pomiarów, jak również krzywej regresji [4, 5, 6]. Z uwagi na konieczność wprowadzenia korekt do surowych wyników pomiarów, kolejny zaprezentowany przykład nawiązuje do oceny krzywej poprawki liniowej.

**Przykład 2.** Wyznaczona metodą eksperymentalną, dla wyników uzyskanych przy pobudzeniu elektrod 1-9, krzywa poprawki (rys. 1) ma postać:  $p_l = -0,0164 \cdot U_p + 0,0030$  [9]. Wartości mierzonych napięć elektrodowych, poprawek empirycznych oraz poprawek wyznaczonych zgodnie z krzywą regresji liniowej zostały zestawione w tabeli 1. Należy ocenić, czy wyznaczona krzywa poprawki (oraz związana z nią niepewność) może być zastosowana także dla wyników uzyskanych przy pobudzeniu elektrod 2-10 (przy założeniu poziomu istotności  $\alpha = 0,01$ ).



Rys. 1. Krzywa poprawki liniowej dla mierzonego napięcia  
Fig. 1. Linear correction curve for the measured voltage

Tab. 1. Wartości mierzonych napięć, poprawek rzeczywistych oraz poprawek aproksymowanych krzywą regresji liniowej  
Tab. 1. Values of the measured voltages, real corrections and corrections approximated by the linear regression curve

zasilanie elektrod 1-9			zasilanie elektrod 2-10		
$U_p$ [V]	$p = -\delta_p$ [V]	$p = aU + b$ [V]	$U_p$ [V]	$p = -\delta_p$ [V]	$p = aU + b$ [V]
1,2516	-0,0176	-0,0178	1,1419	-0,0155	-0,0160
1,0478	-0,0145	-0,0141	0,9717	-0,0134	-0,0131
0,9167	-0,0121	-0,0118	0,8727	-0,0121	-0,0115
0,8313	-0,0107	-0,0102	0,7458	-0,0096	-0,0094
0,7061	-0,0075	-0,0080	0,5953	-0,0063	-0,0068
0,5258	-0,0030	-0,0047	0,4372	-0,0040	-0,0042
0,2906	-0,0016	-0,0005	0,2883	-0,0017	-0,0016

W opisywanym doświadczeniu testowaniu podlegają różnice  $r_p = p - p_l$  między wartościami z kolumn II i V oraz, odpowiednio, z kolumn: III i VI, które wynoszą (w [mV]):

- {0,2; -0,4; -0,3; -0,5; 0,5; 1,7; -1,1} – przy zasilaniu el. 1-9;
- {0,5; -0,3; -0,6; -0,2; 0,5; 0,2; -0,1} – przy zasilaniu el. 2-10.

Na początku testowana jest hipoteza o jednakowej wartości średniej obu zbiorów. W omawianym przykładzie wynoszą one:  $\bar{r}_{p,1-9} = 0,01429$  mV,  $\bar{r}_{p,2-10} = -0,01429$  mV. Z kolei wartości odchyleń standardowych dla próby są równe:  $\sigma(r_{p,1-9}) = 0,9026$  mV,  $\sigma(r_{p,2-10}) = 0,4413$  mV. W celu oceny różnicy między dwiema średnimi obliczmy wartość statystyki testowej (dla poziomu istotności  $\alpha = 0,01$  oraz liczby stopni swobody  $f = n - 1 = 6$ ):

Obliczoną wartość rzeczywistą współczynnika  $t$  porównujemy z odczytaną z tablic wartością krytyczną:  $t_{kr}(0,01;6) = 3,707$ . Ponieważ  $t < t_{kr}$ , brak jest zatem podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, co w praktyce oznacza możliwość przyjęcia poprawki o tej samej krzywej regresji dla wyników uzyskanych przy pobudzeniu różnych par elektrod.

Do przetestowania hipotezy o równości dwóch wariancji empirycznych dla rozpatrywanych zbiorów wykorzystujemy test Fishera-Snedecora [4,5,6]. Na podstawie obliczonych wartości wariancji wyznaczamy wartość statystyki:

$$F_{(0,01;6)} = \frac{\sigma(\bar{r}_{p,1-9})^2}{\sigma(\bar{r}_{p,2-10})^2} = 4,18 \quad (3)$$

Wyznaczoną wartość porównujemy z odczytaną z tablic rozkładu Fishera-Snedecora wartością krytyczną (dla liczby stopni swobody  $f_1 = f_2 = n - 1 = 6$ ):  $F_{kr}(0,01;6;6) = 8,466$ . Ponieważ  $F < F_{kr}$ , należy uznać, iż rozrzut wyników wokół krzywej poprawki dla obu zbiorów nie różni się istotnie między sobą, a co za tym idzie możemy przyjąć to samo oszacowanie niepewności poprawki dla wyników otrzymanych przy pobudzeniu par elektrod: 1-9 oraz 2-10.

Przeprowadzone kompleksowe obliczenia wykazały, iż zaprezentowane wnioski można rozszerzyć także na wyniki uzyskane przy pobudzeniu pozostałych par elektrod.

### 3. Ocena istotności wpływu wybranych czynników w badaniach tomograficznych

Głównym celem oceny istotności wpływu jest uzyskanie odpowiedzi na pytanie: które czynniki wejściowe i w jakim zakresie oddziałują na wyniki procesu w sposób istotny, a których wpływ można uznać za pomijalnie mały [4, 5]. Ocena ta może dotyczyć także czynników związanych z parametrami układu pomiarowego i może odnosić się do więcej niż jednego czynnika, co zostało zilustrowane przykładem odnoszącym się do parametrów systemu pomiarowego wykorzystywanego w badaniach tomograficznych.

**Przykład 3.** Pomiarów napięcia na wybranej elektrodzie (jak w przykładzie 1.) dokonano dla 3 różnych wartości częstotliwości próbkowania oraz 4 różnych wartości częstotliwości sygnału pobudzającego (tab. 2) [9]. Należy ocenić, czy wpływ wymienionych czynników jest istotny na poziomie  $\alpha = 0,01$ .

Tab. 2. Wartości mierzonych napięć na wybranej elektrodzie dla różnych częstotliwości próbkowania i pobudzenia  
Tab. 2. Values of the voltages measured at a selected electrode for different frequencies of sampling and excitation

	$f_{próbk}$	60 kHz	80 kHz	100 kHz	$\bar{U}_k$ [V]
$f_{pob}$	$U_{ki}$	$U_{k1}$ [V]	$U_{k2}$ [V]	$U_{k3}$ [V]	
0 kHz	$U_{11}$ [V]	1,2714	1,2702	1,2692	1,2703
5 kHz	$U_{12}$ [V]	1,2909	1,2826	1,2754	1,2830
10 kHz	$U_{13}$ [V]	1,3215	1,3068	1,2849	1,3044
15 kHz	$U_{14}$ [V]	1,3671	1,3312	1,2975	1,3286
$\bar{U}_l$ [V]		1,3127	1,2977	1,2793	$\bar{U} = 1,2966$ V
$p = 3, q = 4$					

Do rozwiązania niniejszego zadania wykorzystujemy program randomizowany blokowy [5, 6]. Stawiamy hipotezę o braku wpływu częstotliwości próbkowania  $f_{próbk}$  (czynnik I) oraz częstotliwości sygnału pobudzającego  $f_{pob}$  (czynnik II) na uzyskiwane wyniki. W kolejności wyznaczamy wartości średnich  $\bar{U}_k$  (dla wyników uzyskanych dla różnych  $f_{próbk}$  przy stałej  $f_{pob}$ ),  $\bar{U}_l$  (dla

wyników uzyskanych dla różnych  $f_{pob}$  przy stałej  $f_{próbk}$ ,  $\bar{U}$  (dla wszystkich wyników). Wartości te, wraz z liczebnościami:  $p$ ,  $q$ ,  $n_i$ , zostały zestawione w tabeli 2. Z kolei liczby stopni swobody wynoszą:  $f_m = (p-1) \cdot (q-1) = 6$  (dla mianownika),  $f_{I,I} = (p-1) = 2$  (dla licznika, od czynnika I),  $f_{I,II} = (q-1) = 3$  (dla licznika, od czynnika II).

Następnie obliczamy wartość współczynników empirycznych  $F$  statystyki Fishera-Snedecora dla obydwu czynników wejściowych (dla przyjętego poziomu istotności  $\alpha = 0,01$  oraz wyznaczonych liczb stopni swobody):

$$F_I = \frac{\left[ p \cdot \sum_{k=1}^q \bar{U}_k^2 - p \cdot q \cdot \bar{U}^2 \right] \cdot f_m}{\left[ \sum_{k=1}^q \sum_{l=1}^p U_{kl}^2 - q \cdot \sum_{k=1}^p \bar{U}_k^2 - p \cdot \sum_{l=1}^q \bar{U}_l^2 + p \cdot q \cdot \bar{U}^2 \right] \cdot f_{I,I}} = 22,5, \quad (4a)$$

$$F_{II} = \frac{\left[ q \cdot \sum_{l=1}^p \bar{U}_l^2 - p \cdot q \cdot \bar{U}^2 \right] \cdot f_m}{\left[ \sum_{k=1}^q \sum_{l=1}^p U_{kl}^2 - q \cdot \sum_{k=1}^p \bar{U}_k^2 - p \cdot \sum_{l=1}^q \bar{U}_l^2 + p \cdot q \cdot \bar{U}^2 \right] \cdot f_{I,II}} = 20. \quad (4b)$$

Obliczone wartości współczynników  $F$  porównujemy z tablicowymi wartościami krytycznymi, które wynoszą:  $F_{kr,I(0,01;2;6)} = 10,92$  (dla czynnika I),  $F_{kr,II(0,01;3;6)} = 9,78$  (dla czynnika II). Ponieważ:  $F_I < F_{kr,I}$  oraz  $F_{II} < F_{kr,II}$ , stwierdzamy, iż zarówno częstotliwość próbkowania jak i częstotliwość sygnału pobudzającego, w rozpatrywanych przedziałach zmienności, nie mają istotnego wpływu na wartość mierzonego napięcia.

Chociaż przedstawione rozważania zostały zilustrowane przykładowymi wynikami pomiarów, w celu uzyskania bardziej kompleksowych informacji, wykonane obliczenia zostały rozszerzone na wszystkie wielkości mierzone.

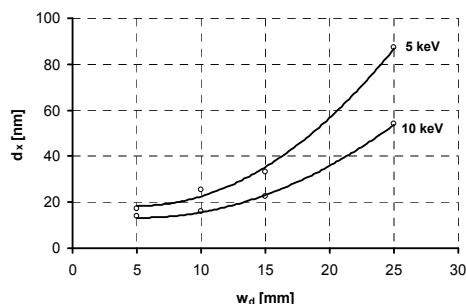
#### 4. Plan doświadczenia; ocena postaci równań regresji odnoszących się wyników badań mikroskopowych

Plany doświadczeń są wykorzystywane w sytuacjach, w których na podstawie zależności analitycznych lub też danych empirycznych rozstrzygnęliśmy o wpływie danej wielkości wejściowej na wyjście. Planowanie doświadczeń ma ścisły związek z poszukiwaniem zależności opisujących badany obiekt lub zjawisko [5, 6]. Zaprezentowany poniżej przykład praktyczny dotyczy analizy jakościowej równania regresji odnoszącego się do wyników obrazowania metodą skaningowej mikroskopii elektronicznej [10, 11].

**Przykład 4.** W celu określenia wpływu zewnętrznego pola zakłócającego na zniekształcenia obrazu wynikowego przeprowadzono serię pomiarów odchylenia wiązki  $d$  dla 5 różnych wartości dystansu roboczego  $w_d$  oraz 2 poziomów energii wiązki  $E$  (5 eV, 10 eV) [11]. Na podstawie wyników badań eksperymentalnych (tab. 3) należy określić zależność odchylenia wiązki w funkcji dystansu roboczego i energii elektronów  $d = f(w_d, E)$  oraz dokonać oceny adekwatności otrzymanego równania, istotności jego współczynników, a także powtarzalności warunków wykonywania pomiarów.

W przypadku, gdy w doświadczeniu rozpatrywane są dwie wielkości wejściowe ( $w_d$  i  $E$ ), dla modeli drugiego stopnia, badania przeprowadza się wg planu PS/DK  $3^2$  (plan statyczny zdeterminowany kompletny 3-poziomowy) [5]. Ponieważ wyznaczana wartość indukcji pola  $B$  powiązana jest znaną zależnością analityczną z energią wiązki  $E$  (poprzez parametr  $a$  poszukiwanego równania regresji), przeprowadzone zadanie badawcze może zostać uproszczone do wyznaczenia charakterystyk zniekształceń tylko i wyłącznie w funkcji dystansu roboczego  $d = f(w_d)$ . Uwzględnienie dwóch różnych poziomów energii  $E$  (rys. 2) po-

zwiała na ocenę sposobu separacji wpływu pola magnetycznego na wiązkę w poszczególnych częściach mikroskopu [11].



Rys. 2. Zależność odchylenia wiązki  $d_x$  od dystansu roboczego  $w_d$  dla dwóch energii elektronów: 5 keV oraz 10 keV

Fig. 2. Dependence of beam deflection  $d_x$  of the working distance  $w_d$  for two electron energy: 5 keV and 10 keV

Tab. 3. Obserwowane odchylenia wiązki dla różnych wartości dystansu roboczego  
Tab. 3. Observed beam deflections for different values of the working distance

$E$ [eV]	$w_d$ [mm]	$d_{i1}$ [nm]	$d_{i2}$ [nm]	$d_{i3}$ [nm]	$\bar{d}_i$ [V]	$\sigma(d_i)$ [V]
5	5	17,9	18,3	18,2	18,13	0,208
	10	22,2	22,7	22,3	22,4	0,265
	15	34,5	34,6	35,1	34,37	0,321
	20	56,5	56,3	55,6	56,13	0,473
	25	86,9	87,8	87,2	87,3	0,458
10	5	13,9	14,4	14,2	14,17	0,252
	10	16,3	16,0	15,8	16,03	0,252
	15	21,9	22,5	22,1	22,17	0,306
	20	34,6	34,9	35,3	34,93	0,351
	25	54,4	54,1	54,6	54,03	0,404
$\bar{w}_d = 15$ mm; $\bar{d}_{5eV} = 43,80$ nm; $\bar{d}_{10eV} = 28,27$ nm						

Na podstawie wyników eksperymentów określone zostały, metodą najmniejszych kwadratów, wartości współczynników  $a$ ,  $b$  i  $c$ , a następnie postać równań regresji:

$$d_{5keV} = 0,1728 \times 10^{-3} w_d^2 - 1,77 \times 10^{-6} w_d + 22,99 \times 10^{-9} \text{ [m]}, \quad (5a)$$

$$d_{10keV} = 0,1144 \times 10^{-3} w_d^2 - 1,45 \times 10^{-6} w_d + 18,58 \times 10^{-9} \text{ [m]}. \quad (5b)$$

Docelowo, wartości współczynników  $a$  równań zostały wykorzystane do oszacowania poszukiwanej wartości indukcji pola magnetycznego wynoszącej około 80 nT [11].

**Ocena adekwatności równania.** W obliczeniach przyjęto następujące wartości liczebności:  $k = 2$  (liczba wyrazów równania regresji bez wyrazu wolnego),  $r = 3$  (liczba powtórzeń doświadczenia),  $N = 5$  (liczba doświadczeń),  $f_i = N - k - 1 = 2$  (liczba stopni swobody dla licznika),  $f_m = N - (r - 1) = 10$  (liczba stopni swobody dla mianownika). Na początku dokonujemy oszacowania wartości odchylenia  $\hat{d}_i$ , na podstawie równań regresji, dla 5 kolejnych wartości dystansu roboczego  $w_d$  – wynoszą one odpowiednio (w [nm]):  
- {18,46; 22,57; 35,32; 56,71; 86,74} – dla energii  $E = 5$  eV,  
- {14,19; 15,52; 22,57; 35,34; 53,83} – dla energii  $E = 10$  eV.

W celu przeprowadzenia oceny adekwatności równań regresji (5a,b) należy obliczyć wartości wariancji: błędów pomiaru  $\sigma^2(d)$  oraz adekwatności  $\sigma_{ad}^2(d)$  [5]:

$$\sigma^2(d) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^5 \sigma^2(d)_i = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^5 \left( \frac{\sum_{u=1}^3 d_{ui} - d_i}{r-1} \right)^2 = \begin{cases} 0,345 \text{ (5eV)} \\ 0,313 \text{ (10eV)} \end{cases}, \quad (6)$$

$$\sigma_{ad}^2(d) = \frac{\sum_{i=1}^5 \hat{d}_i - \bar{d}_i}{N-k-1} = \begin{cases} 1,7036 \text{ (5eV)} \\ 1,4583 \text{ (10eV)} \end{cases} \quad (7)$$

a na ich podstawie wartość współczynnika testowego  $F$ :

$$F = \sigma_{ad}^2(d) = \frac{\sigma_{ad}^2(d)}{\sigma^2(d)} = \begin{cases} 6,06 \text{ (5eV)} \\ 4,63 \text{ (10eV)} \end{cases} \quad (8)$$

Wyznaczone wartości empiryczne współczynnika  $F$  porównujemy następnie z określoną na podstawie tablic rozkładu Fishera-Snedecora wartością krytyczną równą  $F_{kr(0,01;2;10)} = 7,56$ . Ponieważ w wykonanym doświadczeniu:  $F < F_{kr}$  (dla obu wartości energii  $E$ ), to wyznaczone równania regresji można uznać za adekwatne w badanym zakresie parametrów.

**Ocena istotności współczynników.** W tym celu należy wyznaczyć wartość współczynnika testowego  $t$  rozkładu Studenta dla każdego współczynnika równania regresji (oznaczonego umownie symbolem *wsp*) wg zależności [5]:

$$t_{wsp} = |wsp| \cdot \sqrt{\frac{N \cdot r}{\sigma^2(d)}} \quad (9)$$

Podstawiając do zależności (9) wyznaczoną wcześniej wariancję błędów pomiaru  $\sigma^2(d)$  oraz wartości współczynników:  $a$ ,  $b$  i  $c$ , uzyskuje się następujące wartości statystyki  $t$  (dla określonych współczynników):

- $t_a = 1,94 \cdot 10^6$  (dla  $E = 5$  eV),  $t_a = 1,42 \cdot 10^6$  (dla  $E = 10$  eV);
- $t_b = 19,9 \cdot 10^3$  (dla  $E = 5$  eV),  $t_b = 17,95 \cdot 10^3$  (dla  $E = 10$  eV);
- $t_c = 258$  (dla  $E = 5$  eV),  $t_c = 229$  (dla  $E = 10$  eV).

Wyznaczone wartości porównujemy z wartością krytyczną rozkładu (określoną dla liczby stopni swobody  $f = N \cdot (r-1) = 10$  oraz poziomu istotności  $\alpha = 0,01$ ) równą  $t_{kr(0,01;10)} = 3,196$ . We wszystkich przypadkach spełniona jest nierówność:  $t > t_{kr}$ , co oznacza, że wszystkie trzy współczynniki (obu równań) należy uznać za istotne.

**Ocena powtarzalności warunków doświadczeń.** Ocenę tą przeprowadza się poprzez weryfikację hipotezy o powtarzalności wariancji z wykorzystaniem kryterium Cochra. W tym celu, na podstawie oszacowanych wcześniej wartości wariancji: maksymalnej i sumarycznej (dane z tabeli 3), obliczana jest wartość empiryczna współczynnika testowego  $G$  [5]:

$$G = \frac{\sigma^2(d)_{i\max}}{\sum_{i=1}^5 \sigma^2(d)_i} = \begin{cases} 0,326 \text{ (5eV)} \\ 0,258 \text{ (10eV)} \end{cases} \quad (10)$$

Wartość ta porównywana jest następnie z odczytaną z tablic wartością krytyczną (określoną dla poziomu istotności  $\alpha = 0,01$  oraz liczb stopni swobody:  $f_1 = N = 5$ ,  $f_2 = r-1 = 2$ ) równą  $G_{kr(0,01;5;2)} = 0,6838$ . Ponieważ  $G < G_{kr}$ , to powtarzalność warunków doświadczeń (dla obu wartości energii  $E$ ) można uznać za zadowalającą.

## 5. Wnioski końcowe

Duża liczba danych pomiarowych, a także złożoność algorytmów rekonstrukcji obrazu oraz ich wrażliwość na wielkości wejściowe (mierzone) [9] wskazują na szczególną zasadność wykorzystania zaprezentowanych zagadnień do oceny metrologicznej wyników pomiarów wykonywanych w systemie tomografii impedancyjnej. Wyciągnięte na podstawie przeprowadzonych analiz wnioski wskazują bowiem, w jakim obszarze możliwa jest standaryzacja i usprawnienie procedur związanych zarówno ze sposobem przeprowadzania pomiarów jak również z późniejszą oceną otrzymanych wyników.

Wykonana w zakresie badań tomograficznych ocena danych pomiarowych, z wykorzystaniem metod planowania i oceny eksperymentów, wskazuje na następujące wnioski:

- choć w odniesieniu do wykorzystywanego obiektu badawczego [9] konieczne jest wprowadzenie poprawek do surowych wyników pomiarów, ich wartości mogą być aproksymowane krzywą regresji liniowej, i co najważniejsze, możliwe jest przyjęcie takiej samej krzywej poprawki liniowej oraz związanej z nią niepewności dla wyników pomiarów uzyskanych przy pobudzeniu różnych par elektrod,
- większość rozpatrywanych parametrów odnoszących się do układu pomiarowego oraz sposobu wykonywania pomiarów (także nie omawianych w artykule, jak np. rozdzielczość przetwornika A/C), w badanym przedziale zmienności, nie miała istotnego wpływu na uzyskiwane wyniki, a co za tym idzie także na poziom błędów – wnioski odnośnie krzywych poprawek zyskują przez to jeszcze bardziej na uniwersalności.

Z kolei wykonane na potrzeby badań mikroskopowych obliczenia wykazały, iż wyznaczona metodą najmniejszych kwadratów postać równania regresji, dla obu wartości energii wiązki, prawidłowo opisuje dane empiryczne. Co więcej, powtarzalność wykonanych doświadczeń okazała się zadowalająca. Zwiększa to wiarygodność otrzymanych wyników, a tym samym podkreśla prawdziwość wniosków dotyczących oceny wpływu pola magnetycznego o określonej wartości indukcji na wartość obserwowanych zniekształceń. Dodatkową korzyścią (wynikającą ze znajomości *a priori* pewnych zależności analitycznych [11]) okazała się możliwość potraktowania energii wiązki jako czynnika stabilizowanego, co dość znacznie upraszcza wykonane zadanie pomiarowo-badawcze.

## 6. Literatura

- [1] Jaworski J., Morawski R., Olędzki J.: Wstęp do metrologii i techniki eksperymentu. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne WNT, Warszawa 1992.
- [2] Barford N.C.: Experimental Measurements: Precision, Error and Truth. Wiley, New York 1985.
- [3] Oskwarek Ł.: Projektowanie i ocena systemu pomiarowego w kontekście techniki eksperymentu. Metrologia dziś i jutro, Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2010, 73-84.
- [4] Lehmann E.L., Romano J.P.: Testing Statistical Hypotheses. Springer, New York 2005.
- [5] Korzyński M.: Metodyka eksperymentu. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne WNT, Warszawa 2006.
- [6] Kosmol M.: Wybrane zagadnienia metodologii badań. Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice 2010.
- [7] Holder D.S.: Clinical and Physiological Applications of Electrical Impedance Tomography. UCL Press, London 1993.
- [8] Cherepenin V.A., Karpov A.Y., Korjensky A.V., Kornienko V.N., Kultiasov Y.S., Ochapkin M.B., Trochanova O.V., Meister J.D.: Three-Dimensional EIT Imaging of Breast Tissues: System Design and Clinical Testing. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 21 6/2002, p.662-667.
- [9] Oskwarek Ł.: Metodyka doboru parametrów i struktury wielopunktowego systemu pomiarowego do tomografii impedancyjnej. Rozprawa doktorska, Instytut ETiSIP, Politechnika Warszawska, Warszawa 2003; [streszczenie rozprawy: Przegląd Elektrotechniczny, 7-8/2004, s.743-747].
- [10] Goldstein J., Newbury D.E., Joy D.C., Lyman C.E., Echlin P., Lifshin E., Sawyer L., Michael J.R.: Scanning Electron Microscopy and X-ray Microanalysis. Springer, New York 2003.
- [11] Pluska M., Oskwarek Ł., Rak R. J., Czerwiński A.: Measurement of Magnetic Field Distorting the Electron Beam Direction in Scanning Electron Microscope. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol.58, 1/2009, n.1, p.173-179.