

Monika WIŚNIEWSKA

UNIwersytet Zielonogórski,
ul. Licealna 9, 65-417 Zielona Góra

Autorski system wspomagający proces dekompozycji sieci Petriego na podsieci typu automatowego

Mgr inż. Monika WIŚNIEWSKA

Ukończyła studia na Wydziale Elektrycznym Uniwersytetu Zielonogórskiego, o specjalności Inżynieria Komputerowa. Obroniła pracę magisterską w 2003 r. W roku 2001 odbyła przemysłową praktykę studencką w firmie Aldec Inc. w Stanach Zjednoczonych. Od 2004 r. jest słuchaczem studiów doktoranckich, specjalność informatyka. Jej zainteresowania naukowe to dekompozycja systemów dyskretnych z wykorzystaniem hipergrafów.



e-mail: M.Wisniewska@weit.uz.zgora.pl

Streszczenie

W referacie przedstawiono autorski system komputerowy wspomagający proces dekompozycji sieci Petriego na podsieci typu automatowego. System sterujący zostaje opisany za pomocą sieci Petriego, na podstawie której określany jest graf lub hipergraf współbieżności. Macierz incydencji hipergrafu współbieżności stanowi dane wejściowe systemu *Hippo*. Aplikacja oferuje przeprowadzenie dekompozycji z zastosowaniem operacji bazujących na teorii hipergrafów różnymi metodami i umożliwia wybór najlepszej z nich.

Słowa kluczowe: hipergraf, transversala dokładna, system Hippo wspomagający proces dekompozycji sieci Petriego.

CAD system for automatic decomposition of Petri Nets

Abstract

The dedicated CAD system *Hippo* for automatic decomposition of Petri Nets into concurrent automata is presented. At the beginning the reachability graph is calculated for the Petri Net which may be easily represented by a concurrency graph or a hypergraph. Such structures are input for main decomposition process. There are several methods for decomposition of Petri Nets. The most popular one is based on the colouring of the concurrency graph, however recently, a few new algorithms based on hypergraph theory have appeared. Contrary to a concurrency graph, application of a concurrency hypergraph to the decomposition of Petri Net enables using new and fast methods. The solution can be found by colouring of a concurrency hypergraph, calculating its complement or finding exact transversals. Especially, the last method is most interesting, because it allows reducing the computational complexity to a polynomial. In the paper the decomposition process is presented in detail. There are several ways of decomposition presented (based on colouring graphs/hypergraphs), calculating hypergraph complement or finding its exact transversals. Each of the presented method was implemented in *Hippo*. The decomposition process is automated. As the input of the *Hippo* system, a description of a concurrency graph or hypergraph is required. Based on this structure and a selected decomposition method, *Hippo* finds and prints results. The obtained results are presented in graphical and text form.

Keywords: hypergraph, hypergraph transversal, CAD system Hippo for automatic decomposition of Petri Nets based on hypergraphs.

1. Wprowadzenie

Podczas projektowania systemu dyskretnego może zaistnieć sytuacja, gdy rozmiar układu wykracza poza ramy narzucone rozmiarami prototypowanego układu. Dokonuje się wtedy jego podziału na szereg współpracujących ze sobą podukładów. Dekompozycja układu ułatwia proces projektowania, a jego efekty mogą być wykorzystane do efektywnego kodowania lokalnych stanów wewnętrznych układu sterującego. Najczęściej stosowaną metodą syntezy układu cyfrowego jest dekompozycja automatu współbieżnego na sekwencyjne automaty składowe. System sterujący

jest opisywany z wykorzystaniem sieci Petriego [1, 2, 3]. Na tej podstawie określony zostaje graf osiągalności, uzyskując w ten sposób zbiory miejsc oznakowanych w tym samym stanie. Następnie tworzony jest graf lub hipergraf współbieżności. Najistotniejszym elementem procesu dekompozycji jest określenie zbiorów miejsc sieci Petriego, które nie są współbieżne i muszą zostać wykonane sekwencyjnie. Znalezienie optymalnego rozwiązania jest problemem NP-trudnym, dlatego też powstało bardzo wiele algorytmów poszukujących rozwiązań przybliżonych (przede wszystkim algorytmy oparte o kolorowanie grafów/hipergrafów, metody wyznaczające transversale dopełnienia hipergrafu, a także rozwiązania bazujące na transversalach dokładnych hipergrafu).

W artykule zaprezentowano autorski program *Hippo* wspomagający proces dekompozycji sieci Petriego z wykorzystaniem hipergrafów. Narzędzie składa się ze zbioru bibliotek, w których zaimplementowano najważniejsze operacje z zakresu teorii grafów oraz hipergrafów. Celem opracowanego programu była automatyzacja procesów zachodzących podczas dekompozycji sterowników opisanych siecią Petriego na automaty współbieżne.

2. Motywacja realizacji systemu Hippo

Pomimo bardzo szczegółowej analizy i wnikliwych internetowych poszukiwań, nie natrafiono na istniejący już system wspomagający proces dekompozycji sterowników logicznych opisanych sieciami Petriego z wykorzystaniem teorii hipergrafów. Wprawdzie pojawiają się gotowe aplikacje (zazwyczaj komercyjne) wspomagające proces operacji grafowych, jednakże nie natrafiono na programy operujące na teorii hipergrafów. Dlatego też zdecydowano się na autorską realizację systemu, który w zamierzeniu miał służyć weryfikacji i automatyzacji metod dekompozycji systemów dyskretnych, zaproponowanych przez Autorkę w publikacjach [4, 5, 6, 7, 8, 9]. Ostateczny projekt został znacznie rozbudowany, dodano w nim szereg dodatkowych algorytmów i metod (np. konwersje pomiędzy różnymi formatami, reprezentacja graficzna, możliwość eksportu grafiki wektorowej, itd.). W tym przypadku motywacją było praktyczne wykorzystanie systemu w Instytucie Informatyki i Elektroniki Uniwersytetu Zielonogórskiego (zarówno w dydaktyce, jak i w badaniach naukowych). Program znalazł swoje zastosowanie podczas realizacji projektu pokazywanego podczas Festiwalu Nauki 2010, a także podczas Dnia Województwa Lubuskiego.

3. Dane wejściowe systemu Hippo

System *Hippo* operuje na strukturach macierzowych. Standardowym wejściem jest opis grafu nieskierowanego lub hipergrafu przedstawiony w formie tekstowej. Dane wejściowe mogą zostać przekazane poprzez plik tekstowy lub bezpośrednio w środowisku graficznym. Struktura danych wejściowych jest bardzo zbliżona do macierzy incydencji grafu/hipergrafu i ma następującą postać:

- Pierwszy wiersz definiuje liczbę wierzchołków.
- Drugi wiersz zawiera liczbę krawędzi grafu/hipergrafu.
- Kolejne wiersze zawierają wartości macierzy incydencji. Wartość 1 oznacza, że krawędź reprezentowana przez j -tą kolumnę zawiera wierzchołek, reprezentowany przez i -ty wiersz. Analogicznie, wartość 0 jest rozumiana jako brak przynależności wierzchołka do danej krawędzi.

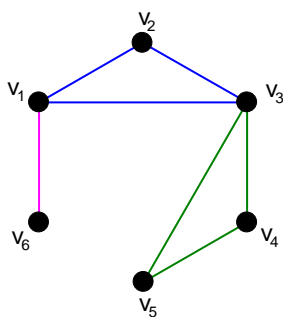
Rysunek 1 przedstawia dane wejściowe przykładowego hipergrafu H_1 o $m=6$ wierzchołkach ($V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$) oraz $n=3$ hiperkrawędziach ($E = \{E_1, E_2, E_3\}$). W rozpatrywanym przykładzie

poszczególne krawędzie zawierają następujące wierzchołki:
 $E_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$, $E_2 = \{v_3, v_4, v_5\}$, $E_3 = \{v_1, v_6\}$.

```
6
3
111000
001110
100001
```

Rys. 1. Dane wejściowe dla hipotetycznego hipergrafu H_1
 Fig. 1. Input data for hypothetical hypergraph H_1

Graficzną reprezentację hipergrafu H_1 pokazano na rys. 2. Poszczególne kolory odzwierciedlają strukturę hipergrafu (pojedynczej hiperkrawędzi odpowiada jeden kolor).

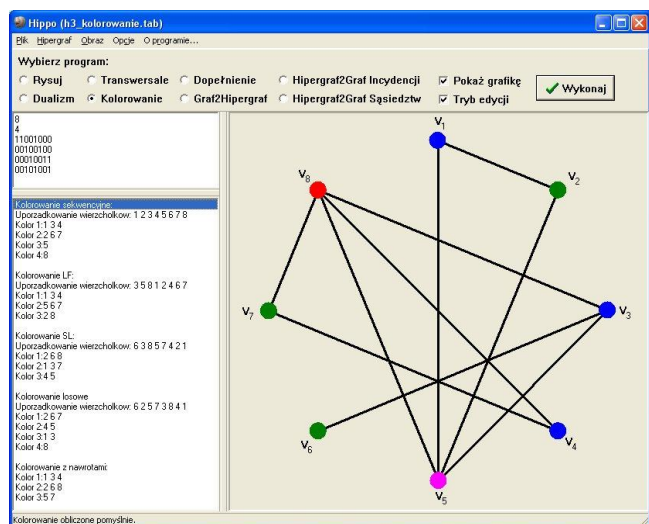


Rys. 2. Graficzna reprezentacja hipergrafu H_1 w systemie Hippo
 Fig. 2. Graphical representation of hypergraph H_1

Dodatkowo istnieje możliwość przedstawienia danych wejściowych jako macierz sąsiedztw (oczywiście ma to sens tylko w przypadku grafów). Należy jednak pamiętać, że ta reprezentacja może być stosowana jedynie w połączeniu z modułem Graf2Hipergraf, ponieważ pozostałe biblioteki są kompatybilne tylko z domyślnym formatem danych.

4. Dane wyjściowe systemu Hippo

W zależności od zastosowanej biblioteki, system może zwrócić dane w różnych formatach. W przypadku modułów Kolorowanie oraz Transwersale wynikiem będzie tekstowy opis uzyskanych rezultatów (rys. 3). Pozostałe moduły zwrócą wynik w postaci macierzy incydencji (lub sąsiedztw).



Rys. 3. Przykładowy wynik operacji kolorowania w systemie Hippo
 Fig. 3. Exemplary output data of the Hippo system

5. Struktura systemu Hippo

Program Hippo zawiera zbiór niezależnych modułów (bibliotek), przy czym każdy wykonywany jest jako niezależny proces. W skład systemu Hippo wchodzi następujące biblioteki:

- Dopełnienie.** W przypadku grafów wyznaczenie dopełnienia sprowadza się do prostej operacji na macierzy sąsiedztw (zamiana wartości pól macierzy), natomiast w przypadku hipergrafów określenie dopełnienia hipergrafu jest problemem NP-trudnym [10, 11]. Sama analiza powiązań poszczególnych wierzchołków jest relatywnie nieskomplikowana, jednakże określenie zależności pomiędzy wierzchołkami w nowoutworzonym hipergrafie stanowi już problem NP-trudny, gdyż sprowadza się do wyznaczenia klik w dopełnieniu [10]. Ta metoda została zaimplementowana w programie Hippo.
- Kolorowanie.** Zaimplementowano sześć metod kolorowania grafów i hipergrafów, z czego cztery opierają się o algorytm zachłanny: bez uporządkowania, z uporządkowaniem typu LF (Largest-First), z uporządkowaniem SL (Smallest-Last) oraz uporządkowaniem losowym. Istnieje także możliwość pokolorowania grafu lub hipergrafu z wykorzystaniem algorytmu z nawrotami [9, 12]. W tym przypadku program oblicza wszystkie możliwe kombinacje, wybierając rozwiązanie najkorzystniejsze (kosztem złożoności obliczeniowej, która w tym przypadku jest wykładnicza). Ostatnią metodą, jest wyznaczenie kolorowania na podstawie transwersal dokładnych hipergrafu. Ten proces składa się z dwóch etapów: określenia wszystkich transwersal dokładnych, a następnie ich selekcji. Jest to alternatywna metoda określania zbiorów niewspółbieżnych w procesie dekompozycji sterowników cyfrowych.
- Transwersale.** Zaimplementowano cztery metody wyznaczania transwersali (pokrycia, bazy wierzchołkowej hipergrafu): szybki algorytm redukcji, algorytm zachłanny, algorytm z nawrotami, algorytm hybrydowy (połączenie szybkiego algorytmu redukcji oraz metody zachłannej) [5, 6, 11]. Dodatkowo istnieje możliwość wyznaczenia wszystkich transwersal dokładnych w hipergrafie.
- Dualizm.** Operacja ta polega na wyznaczeniu macierzy transponowanej do macierzy incydencji hipergrafu [10].

Poza wymienionymi modułami, Hippo posiada także opcje ułatwiające i usprawniające operacje na grafach i hipergrafach, np. konwersję pomiędzy formatami danych (macierz sąsiedztw – macierz incydencji grafu – macierz incydencji hipergrafu), możliwość wyznaczenia wszystkich klik w danym grafie. Podstawowym zadaniem opracowanych bibliotek była automatyzacja procesu dekompozycji systemów dyskretnych. Dlatego też zaimplementowano najważniejsze algorytmy z zakresu kolorowania oraz pokrycia grafów i hipergrafów (badania przydatności i skuteczności opracowanych metod dekompozycji systemów dyskretnych). W kolejnym rozdziale zaprezentowano praktyczny sposób wykorzystania algorytmów i metod zaimplementowanych w pakiecie Hippo na przykładzie dekompozycji sieci Petriego na współbieżne podsieci typu automatowego.

6. Zastosowanie systemu Hippo w dekompozycji sieci Petriego

System Hippo oferuje szeroki wachlarz algorytmów wspierających proces dekompozycji sieci Petriego na podsieci typu automatowego. Danymi wejściowymi systemu jest macierz grafu współbieżności lub odpowiadająca mu macierz hipergrafu współbieżności. W praktyce wartość hipergrafu współbieżności może zostać w bardzo łatwy sposób wyznaczona na podstawie grafu znakowań danej sieci Petriego (szczegółowy opis można znaleźć w [8]).

Na podstawie danych wejściowych, system *Hippo* umożliwia przeprowadzenie procesu dekompozycji z wykorzystaniem alternatywnych algorytmów:

1. *Kolorowanie grafu współbieżności (metoda klasyczna)*. W systemie *Hippo*, graf może zostać pokolorowany z wykorzystaniem jednego z pięciu algorytmów (kolorowanie bez uporządkowania, z uporządkowaniem SL, z uporządkowaniem LF, z uporządkowaniem losowym lub poprzez zastosowanie metody dokładnej – kolorowania z nawrotami).
2. *Kolorowanie hipergrafu współbieżności* (opisana m.in. w [13]). Podobnie jak w przypadku grafów, system *Hippo* umożliwia pokolorowanie hipergrafu z zastosowaniem pięciu różnych metod. Jak wykazały badania, kolorowanie hipergrafu współbieżności jest bardziej efektywne od kolorowania odpowiadającego mu grafu współbieżności, co wynika bezpośrednio ze złożoności obliczeniowej obu metod (szczegóły można znaleźć w [13]).
3. *Wyznaczenie transwersal w dopełnieniu hipergrafu współbieżności*. W tym przypadku proces dekompozycji przebiega w dwóch etapach. W pierwszym określone zostają wszystkie zbiory niezależne (czyli de facto wszystkie to miejsca niewspółbieżne sieci Petriego). Kolejny etap to selekcja zbiorów niezależnych poprzez zastosowanie pokrycia wierzchołkowego hipergrafu w systemie *Hippo* (wierzchołki reprezentują miejsca sieci Petriego, natomiast krawędzie określają zbiory niezależne). Szczegóły odnośnie teoretycznych podstaw opisywanej metody można znaleźć w [14].
4. *Wyznaczenie oraz selekcja transwersal dokładnych hipergrafu współbieżności*. Autorska metoda wyznaczania zbiorów niewspółbieżnych, składająca się z dwóch zasadniczych etapów. Pierwszy z nich to określenie transwersal dokładnych hipergrafu współbieżności. Warto w tym miejscu dodać, że w przypadku poprawnie skonstruowanej sieci Petriego wyznaczone transwersale dokładne wskażą wszystkie możliwe automaty sekwencyjne. Kolejny etap to selekcja wyznaczonych zbiorów, poprzez zastosowanie jednej z metod obliczających transwersale w nowoutworzonym hipergrafie (podobnie jak w przypadku metody opisanego w punkcie 3, wierzchołki hipergrafu stanowią miejsca sieci Petriego, natomiast jego krawędzie opisują zbiory miejsc niewspółbieżnych).

Niezależnie od wybranej metody, wynikiem operacji dekompozycji w systemie *Hippo* jest opis zbiorów miejsc niewspółbieżnych w formie tekstowej. Każdy taki zbiór stanowi pojedynczy automat sekwencyjny. Na tej podstawie pierwotna sieć Petriego zostaje podzielona na podsieci typu automatowego.

Opisane cztery możliwości automatycznej dekompozycji sieci Petriego w systemie *Hippo* pozwalają znacznie skrócić proces podziału sterowników na automaty współbieżne. System pozwala użytkownikowi przeprowadzić operację dekompozycji na kilka różnych sposobów i w efekcie wybrać rozwiązanie najkorzystniejsze (pod kątem czasu obliczeń, liczby uzyskanych automatów współbieżnych, sposobu podziału sieci Petriego, itd.).

Szczegółowe teoretyczne opisy metod oraz wyniki czasowe dekompozycji systemów dyskretnych (w tym także sieci Petriego) uzyskane z wykorzystaniem systemu *Hippo* można znaleźć w innych pracach Autorki [4, 13].

7. Podsumowanie

W artykule przedstawiono autorski system wspomagający proces dekompozycji sterowników opisanych sieciami Petriego na automaty współbieżne. Program *Hippo* oferuje możliwość przeprowadzenia podziału sieci Petriego na podstawie wejściowej macierzy grafu współbieżności lub odpowiadającej jej macierzy hipergrafu współbieżności. W zależności od potrzeb, istnieje

szeroki wybór algorytmów dekompozycji; proces podziału może zostać przeprowadzony z wykorzystaniem kolorowania grafu lub hipergrafu współbieżności (wykorzystana może zostać jedna z pięciu metod kolorowania), poprzez określenie transwersal w dopełnieniu hipergrafu współbieżności, lub poprzez selekcję transwersal dokładnych w hipergrafie współbieżności.



Autorka jest stypendystką w ramach Poddziałania 8.2.2 "Regionalne Strategie Innowacji", Działania 8.2 "Transfer wiedzy", Priorytetu VIII "Regionalne Kadry Gospodarki" Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki współfinansowanego ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego Unii Europejskiej i z budżetu państwa.

8. Literatura

- [1] Valette R.: Comparative Study of Switching Representation Tool with GRAFCET and Petri Nets. *Nouv. Autom.*, Vol. 23, nr 12, str. 337-382.
- [2] David R., Alla H.: *Petri Nets & Grafcet. Tools for modelling discrete event systems*, Prentice Hall, New York, 1992.
- [3] Blanchard M.: *Comprendre, maitriser et appliquer le GRAFCET*, Cepadues Editions, 1979.
- [4] Wiśniewska M., Wiśniewski R., Adamski M.: Zastosowanie transwersali hipergrafów w minimalizacji pojemności pamięci systemów dyskretnych. *Pomiary, Automatyka, Kontrola* - 2010, Vol. 56, nr 7, s. 777-779.
- [5] Wiśniewska M.: Redukcja rozmiaru mikroinstrukcji w projektowaniu sterowników mikroprogramowanych. *PAK*, Nr 8, s. 575-577, 2009.
- [6] Wiśniewska M., Wiśniewski R., Adamski M., Halang W.: Application of hypergraphs in microcode length reduction of microprogrammed controllers. *Second International Workshop on Nonlinear Dynamics and Synchronization - INDS '09*. Klagenfurt, Austria, ss. 106-109, 2009.
- [7] Wiśniewska M., Adamski M.: Dekompozycja systemów dyskretnych poprzez zastosowanie hierarchicznej redukcji krawędzi hipergrafów. *Pomiary, Automatyka, Kontrola* - 2008, Vol. 54, nr 8, s. 517-519.
- [8] Wiśniewska M., Adamski M.: Zastosowanie dualizmu hipergrafów w dekompozycji równoległej automatów współbieżnych. *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne* - 2008, nr 6, s. 731-733.
- [9] Wiśniewska M., Wiśniewski R., Adamski M.: Usage of hypergraph theory in decomposition of concurrent automata. *PAK*, nr 7, s. 66-68, 2007.
- [10] Berge C.: *Graphs and Hypergraph*. Amsterdam: North-Holland Mathematical Library, 1976.
- [11] Eiter T., Gottlob G.: Hypergraph transversal computation and related problems in logic and AI. *LNCS*, pp. 549-564, Springer, 2002.
- [12] Aho A. V., Hopcroft J. E., Ullman J. D.: *The Design and Analysis of Computer Algorithms*. Addison-Wesley, Reading, MA, 1974.
- [13] Wiśniewska M., Wiśniewski R.: Zastosowanie kolorowania hipergrafów w procesie dekompozycji równoległej automatów współbieżnych, *Metody Informatyki Stosowanej* - 2010, nr 2, s. 151.
- [14] Adamski M., Wiśniewska M.: Dekompozycja równoległa automatów współbieżnych z wykorzystaniem hipergrafów. *Pomiary Automatyka Kontrola* - 2006, nr 6, wyd. spec., s. 8-10.