

**Dominik RZEPKA, Łukasz KRZAK, Cezary WOREK**

AGH AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA,  
al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

## Metoda doboru sekwencji preambuły dla efektywnej implementacji algorytmu synchronizacji

**Mgr inż. Dominik RZEPKA**

Ukończył studia na AGH na kierunku Elektronika, a obecnie jest uczestnikiem studiów doktoranckich w Katedrze Elektroniki AGH, współpracując z Zespołem Bezprzewodowych Sieci Sensorowych. Jego zainteresowania obejmują radiowe techniki transmisji danych, przetwarzanie sygnałów cyfrowych i sprzętową implementację algorytmów.



e-mail: drzepka@agh.edu.pl

**Mgr inż. Łukasz KRZAK**

Absolwent kierunku Elektronika na AGH a obecnie asystent w Katedrze Elektroniki na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki. W swojej pracy zajmuje się bezprzewodowymi sieciami sensorowymi i przemysłowymi systemami radiokomunikacyjnymi. Jego zainteresowania obejmują również tworzenie oprogramowania dla systemów wbudowanych.



e-mail: lkrzak@agh.edu.pl

### Streszczenie

W artykule zaprezentowano wybrany aspekt konstrukcji cyfrowego systemu radiokomunikacyjnego, w którym synchronizacja symbolowa jest przeprowadzana na podstawie sygnału binarnego z odbiornika w paśmie podstawowym. Dobór sekwencji synchronizującej decyduje o skuteczności algorytmu odtwarzania zegara transmisyjnego, ale dzięki zastosowaniu korelatora różnicowego umożliwia również minimalizację ilości obliczeń. W artykule wyprowadzono kryteria doboru sekwencji oraz zaproponowano model probabilistyczny, umożliwiający określenie prawdopodobieństwa błędnej synchronizacji i dopasowanie parametrów algorytmu synchronizacji.

**Słowa kluczowe:** ciągi binarne, preambuła, odtwarzanie zegara, transmisja radiowa.

### Preamble sequences for efficient implementation of synchronization algorithm

#### Abstract

Synchronization of a receiver is one of the key aspects of digital data transmission. In this paper there is presented how to select a preamble sequence which allows minimizing probability of the synchronization error and reducing the number of computations in the differential correlator algorithm [2]. The synchronization algorithm input is assumed to be the baseband output of a radio receiver with binary values. An expression for distribution of the distorted input signal (7) correlation values, and a criterion (9) describing the optimum autocorrelation function of the preamble sequence are derived for assumption of non-coherent demodulation. It can be noted that reduction in computations is connected with maximization of the autocorrelation value  $R_{aa}(1) = R_{aa}(-1)$  (8). Using the exhaustive search algorithm [3], a few sequences with high  $R_{aa}(1)$  and low sidelobes are found and compared to MPSL sequences (Tab. 1, Fig. 3). 30% reduction in computations is achieved, while probability of the synchronization error (11) is only slightly worse in a typical system operation region.

**Keywords:** binary sequences, preamble, clock recovery, radio transmission.

## 1. Wstęp

Dynamiczny rozwój telekomunikacji bezprzewodowej pociągnął za sobą rozwój w dziedzinie scalonych monolitycznych

**Dr inż. Cezary WOREK**

Pracuje na stanowisku adiunkta w Katedrze Elektroniki AGH. Jego badania skupiają się m.in. na zagadnieniach kompatybilności elektromagnetycznej, budowy zasilaczy impulsowych z rezonansową końcówką mocy, układów zasilania i systemów radiowych przeznaczonych do pracy w przestrzeniach zagrożonych wybuchem. Jest współautorem ponad 40 publikacji w czasopiśmie i materiałach konferencyjnych, oraz kilkunastu patentów.

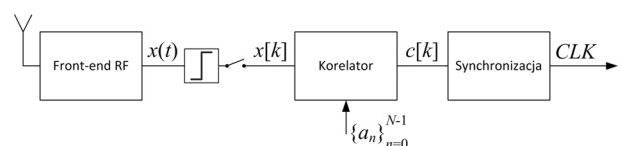


e-mail: worek@agh.edu.pl

układów radiowych. Szczególnie w aplikacjach sieci sensorowych wzrasta zapotrzebowanie na niewielkie, energooszczędne układy radiowe o dobrych parametrach użytkowych [1]. Dużą część przetwarzania sygnału jest w nich wykonywana cyfrowo i coraz większego znaczenia nabiera efektywna implementacja algorytmów DSP. Należy do nich między innymi synchronizacja zegara symbolowego - nieodzowna część procedury odbioru danych w systemach radiotelekomunikacyjnych. Jedną ze standardowych metod przeprowadzania detekcji i synchronizacji jest wykorzystywanie sekwencji preambuły dodawanej w tym celu do ramki transmisyjnej. Odbiornik poszukuje wtedy w odebranym sygnale wzorca preambuły i na podstawie momentu jego wykrycia synchronizuje zegar służący do odtwarzania danych. Dobierając odpowiednio sekwencję preambuły można zwiększyć precyzję synchronizacji, a w przypadku zastosowania proponowanej architektury korelatora różnicowego [2] – również zmniejszyć nakład obliczeniowy potrzebny do wykonania synchronizacji.

## 2. Algorytm synchronizacji i korelacji różnicowej

Na rys. 1. przedstawiono przykładowy blokowy schemat odbiornika radiowego z modułem synchronizującym. Sygnał analogowy  $x(t)$  w paśmie podstawowym jest przetwarzany na dyskretną reprezentację cyfrową  $x[k]$ . Jednym ze sposobów obniżania poboru energii w algorytmach DSP realizowanych sprzętowo jest ograniczenie ilości bitów wykorzystywanych do reprezentacji próbek sygnału. Dla procedury synchronizacji znacznie bardziej istotna jest rozdzielczość czasowa niż amplitudowa, dlatego też uzasadnione jest analizowanie sygnału  $x(t)$  w reprezentacji dwupoziomowej  $\{-1,1\}$  przy jednoczesnym wysokim, 8 lub 16-krotnym nadpróbkowaniu w stosunku do przepływności bitowej danych. Biorąc to pod uwagę opłacalna jest realizacja implementacji algorytmu korelatora według idei przedstawionej w [2].



Rys. 1. Schemat blokowy odbiornika z synchronizacją symbolową  
Fig. 1. Block diagram of a receiver with clock synchronization

Wartość korelacji na wyjściu  $c[k]$  opisuje zależność.

$$c[k] = \sum_{n=0}^{N-1} a_n x[n+k], \quad x[n] = \begin{cases} a_n^*, & n \in [0, N-1] \\ w_n, & n \notin [0, N-1] \end{cases} \quad (1)$$

gdzie  $a_n^*$  jest wartością  $a_n$  sekwencji preambuły  $\{a_n\}_{n=0}^{N-1}$  zniekształconą przez szum, natomiast  $w_n$  to próbka odpowiadająca szumowi w kanale. Rozpisując (1) otrzymujemy

$$c[k] = a_0x[k] + a_1x[k+1] + \dots + a_{N-1}x[k+N-1] \quad (2a)$$

$$c[k+1] = a_0x[k+1] + a_1x[k+2] + \dots + a_{N-1}x[k+N] \quad (2b)$$

Odejmując od siebie dwie kolejne próbki na wyjściu  $c[k]$  korelatora otrzymujemy:

$$d[k] = c[k] - c[k-1] = a_0x[k] + \sum_{n=1}^{N-1} (a_n - a_{n-1})x[n+k] - a_{N-1}x[k+N] \quad (3)$$

$$d[k] + d[k-1] = c[k] - c[k-2]$$

Znając początkową zawartość rejestru przesuwne przechowywanego próbki sygnału  $x$  i odpowiadającą mu korelację, możliwe jest obliczenie za pomocą akumulacji  $d[k]$  wartości korelacji  $c[k]$  dla kolejnych próbek. Ponieważ współczynniki  $a_n \in \{-1, 1\}$  to ich różnica  $a_n - a_{n-1} \in \{-2, 0\}$ . Mnożenie przez czynniki dla których  $(a_n - a_{n-1}) = 0$  nie zmienia wyniku, a więc może być wyeliminowane. Ilość sumowań i mnożeń w korelatorze różnicowym będzie więc równa ilości podciągów  $K$  ciągu  $\{a_n\}_{n=0}^{N-1}$  składających się z takich samych elementów sąsiadujących ze sobą. Technika ta jest szczególnie efektywna w przypadku korelowania sygnału nadpróbkowanego, gdyż niezależnie od współczynnika nadpróbkowania ilość wykonywanych operacji pozostaje taka sama, a zwiększa się jedynie długość rejestru przesuwne.

W przypadku idealnym, gdy wpływ zniekształceń wprowadzanych przez kanał radiowy może być pominięty chwila synchronizacji odpowiada maksimum korelacji  $c[k]$ . Jest to jednak kryterium niepraktyczne, ponieważ analizując w czasie rzeczywistym wartość  $c[k]$  nie można znaleźć globalnego maksimum. Poza tym wartości maksimum  $c[k]$  są zaburzane przez zakłócenia w kanale. Praktycznym kryterium synchronizacji jest więc określenie chwil  $k_{\theta 1}, k_{\theta 2}$  w których  $c[k]$  przekracza pewną ustaloną wartość progową  $\theta$ , a następnie wyznaczenie momentu synchronizacji jako

$$k_0 = \frac{k_{\theta 1} + k_{\theta 2}}{2} \quad (4)$$

### 3. Rozkład prawdopodobieństwa wartości korelacji

Do określenia prawdopodobieństwa błędu synchronizacji konieczna jest znajomość progów  $\theta$  oraz wpływu bitowej stopy błędów na korelację  $c[k]$ . Zakładamy przy tym, że preambuła znajduje się na początku ramki transmisyjnej, a więc poprzedzając ją sygnał zależy wyłącznie od szumu. Dla uproszczenia rozważań przyjmujemy takie samo założenie dla sygnału następującego po preambule.

Próbki  $x[k]$  przyjmują wartości  $\{-1, 1\}$ , a więc zakłócenia można opisywać poprzez prawdopodobieństwo  $p$  zmiany wartości na przeciwną. Korelacja opisuje ilość zgodnych wartości w korelowanych wektorach. Aby podać rozkład jej wartości  $C_k$  uwzględniając prawdopodobieństwo przekłamania, należy wziąć pod uwagę trzy czynniki:

- wartości zgodne mogą zostać zmienione na niezgodne
- wartości niezgodne mogą zostać zmienione na zgodne
- wartości próbek szumu mogą być zgodne lub niezgodne z równym prawdopodobieństwem

Ilość bitów zgodnych w korelacji bez zakłóceń może być wyznaczona z funkcji autokorelacji, a ilość wartości zgodnych między wzorcem a zaszumioną sekwencją  $\{a_n\}_{n=0}^{N-1}$  można zamodelować jako liczbę sukcesów w ciągu prób Bernoulliego. W każdej z powyższych

sytuacji prawdopodobieństwo sukcesu jest jednak inne, a więc poszukiwany rozkład będzie sumą trzech rozkładów dwumianowych

$$C_k \sim B_{eq} + B_{neq} + B_{N_0}$$

$$B_{eq} \sim B\left(\frac{N-|k|+R_{aa}(k)}{2}, 1-p\right), B_{neq} \sim B\left(\frac{N-|k|-R_{aa}(k)}{2}, p\right) \quad (5a)$$

$$B_{N_0} \sim B(k, 0.5), \quad (5b)$$

gdzie funkcja autokorelacji sekwencji  $\{a_n\}_{n=0}^{N-1}$  jest zdefiniowana jako

$$R_{aa}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n x[n+k], \quad x[n] = \begin{cases} a_n, & n \in [0, N-1] \\ 0, & n \notin [0, N-1] \end{cases} \quad (6)$$

a funkcja gęstości prawdopodobieństwa  $C_k$  jest wynikiem splotu funkcji gęstości tych rozkładów [4]

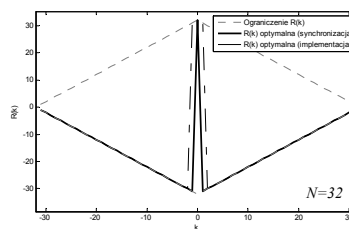
$$f_{C_k}(u, k) = f_{B_{eq}}(u) * f_{B_{neq}}(u) * f_{B_{N_0}}(u)$$

$$f_{B(n,p)}(u) = \binom{n}{u} p^u (1-p)^{n-u} \quad (7)$$

### 4. Optymalizacja sekwencji preambuły

Dla wartości  $k$  bliskich  $N$  wartość korelacji na wyjściu  $c[k]$  zależy głównie od losowych wartości szumu (duży wpływ czynnika  $B_{N_0}$ ), natomiast dla wartości  $k$  bliskich 0 korelacja jest silnie determinowana przez wartości  $R_{aa}(k)$ . Istotne jest więc takie dobranie progów  $\theta$  aby jego przecięcie z funkcją autokorelacji występowało dla  $k$  bliskiego 0, ponieważ zminimalizuje to wpływ szumu na dokładność synchronizacji. Jednak podwyższenie progów  $\theta$  niesie ryzyko, że zakłócona szumem korelacja w ogóle nie osiągnie wartości  $\theta$ . Korzystne jest więc zastosowanie sekwencji preambuły, która będzie się charakteryzować wąskim maksimum.

Błędna synchronizacja może wystąpić również wtedy, gdy przekroczenie progów  $\theta$  nastąpi dla wartości korelacji poza głównym maksimum, toteż wartości  $R_{aa}(k)$  dla  $k \neq 0$  powinny być jak najmniejsze (rys. 2). Należy zaznaczyć, że tak przyjęty postulat jest słuszny przy przetwarzaniu sygnału w paśmie podstawowym dla odbiorników z detekcją niekoherentną. W przypadku analizowania korelacji w odbiornikach koherentnych wartości  $R_{aa}(k)$  dla  $k \neq 0$  powinny być jak najbliższe wartości 0 [5].



Rys. 2. Optymalna autokorelacja sekwencji preambuły dla kryterium błędu synchronizacji oraz efektywności implementacji

Fig. 2. Optimum autocorrelation of preamble sequence with respect to synchronization error and implementation effectiveness

Drugim czynnikiem wpływającym na dobór sekwencji  $\{a_n\}_{n=0}^{N-1}$  jest wpływ jej struktury na efektywność implementacji korelatora, opisaną w punkcie 2. Okazuje się, że istnieje prosta zależność pomiędzy funkcją autokorelacji sekwencji binarnej a ilością jednorodnych podciągów  $K$  tej sekwencji. Jeżeli dwa sąsiadujące symbole preambuły  $\{a_n\}_{n=0}^{N-1}$  mają różne znaki to znaczy, że należą do dwóch różnych podciągów i jednocześnie ich iloczyn jest ujemny. Obliczając sumę iloczynów sąsiadujących symboli otrzymamy wartość  $N - 2K + 1$ . Zależność ta opisuje również wartość autokorelacji

$$R_{aa}(1) = R_{aa}(-1) = a_0 a_1 + a_1 a_2 + \dots + a_{N-2} a_{N-1} = N - 2K + 1 \quad (8)$$

Tak więc optymalną pod kątem implementacji korelatora funkcję autokorelacji opisuje wyrażenie

$$R_{aa}^{opt}(k) = \begin{cases} -N + |k|, & k \in \{-1, 0, 1\} \\ N - |k|, & k \in \{-1, 0, 1\} \end{cases} \quad (9)$$

## 5. Efektywność obliczeniowa i prawdopodobieństwo błędnej synchronizacji

Kształtowanie autokorelacji sekwencji binarnych jest przedmiotem badań od lat 50 XX wieku, jednak nie doczekało się dotąd zbyt wielu rozwiązań analitycznych. Istnieje kilka grup sekwencji które mogą być generowane w oparciu o stosunkowo proste operacje matematyczne, charakteryzujących się dobrymi własnościami autokorelacji dla detekcji koherentnej, ale nawet w tym obszarze, intensywnie badanym analitycznie, najlepsze wyniki osiąga się poprzez sukcesywne wyszukiwanie lub optymalizację numeryczną sekwencji [6].

Wyszukiwanie sekwencji zgodnych z kryterium (9) przeprowadzono przy użyciu zmodyfikowanego algorytmu opisanego w [3]. Przyjęto długość  $N=64$  oraz założenie maksymalnej autokorelacji dla  $k \notin \{-1, 0, 1\}$  na poziomie 4. Najwyższa wartość  $R_{aa}(1)$  dla znalezionych sekwencji wyniosła 23. Ze względu na długi czas obliczeń nie zostały sprawdzone wszystkie możliwe sekwencje, co daje nadzieję na poprawienie uzyskanego do tej pory wyniku. Dla znalezionych ciągów nakład obliczeniowy w algorytmie korelatora różnicowego może być zmniejszony o ok. 30% w stosunku do preambuły w postaci sekwencji MPSL [6].

Tab. 1. Ilość sumowań w algorytmie korelacji sekwencji o długości 64 dla współczynnika nadpróbkowania  $U$

Tab. 1. Summation count in the correlation algorithm for sequence of length 64

Korelator klasyczny	Korelator różnicowy (sekwencje MPSL)	Korelator różnicowy (znalezione sekwencje)
$64 \cdot U$	$\approx 30$	21

Jako kryterium wyboru najlepszych sekwencji wśród wszystkich posiadających  $R_{aa}(1) = 23$  przyjęto sumę wszystkich wartości korelacji, która zgodnie z kryterium (9) powinna być minimalna.

Tab. 2. Przykładowe sekwencje,  $N=64$ ,  $R_{aa}(1) = 23$

Tab. 2. Exemplary sequences with good autocorrelation properties,  $R_{aa}(1) = 23$

```
0000000000111111100111100111100111100001111110011001100101010000
000000000011111110000111111001110011001111001111001100101010000
```

Do określenia jakości sekwencji należy oszacować dla nich prawdopodobieństwo błędu synchronizacji  $P_{Serr}$ . Poprawna synchronizacja następuje gdy korelacja  $c[k]$  przekroczy próg  $\theta$  w obszarze maksimum korelacji, czyli dla  $k \in [-1, 1]$  i jednocześnie nie przekroczy go wcześniej. Daje to zbiór pięciu możliwych podzbiorów  $k$  dla których  $c[k] \geq \theta$  i moment synchronizacji może być uznany za poprawny:

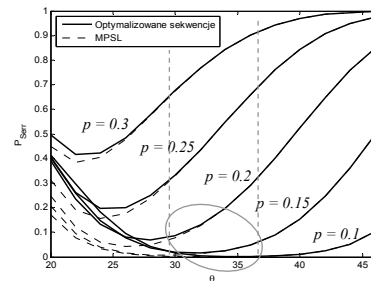
$$c[k] \geq \theta: k \in \{\{-1, 0, 1\}, \{-1, 0\}, \{0, 1\}, \{0\}, \{-1, 1\}\} \quad (10)$$

$\{-1, 1\}$  jest sytuacją prawdopodobną tylko gdy różnice między  $R_{aa}(1)$  a  $R_{aa}(0)$  są niewielkie (ze względu na wzajemną zależność tych wartości).  $\{-1, 0\}$  i  $\{0, 1\}$  występują tylko gdy  $c[-1] \geq \theta$  i  $c[1] < \theta$  lub  $c[-1] < \theta$  i  $c[1] \geq \theta$  i jednocześnie  $c[-1] \neq c[1]$  co zdarza się rzadko ze względu na fakt, że obie te wartości są obliczane na podstawie tych samych  $N - 2$  próbek (6). Przypadki te zostaną pominięte w wyznaczaniu prawdopodobieństwa  $P_{Serr}$ . Dla uproszczenia przyjęto, że dla różnych wartości  $k$  zmienne losowe  $C_k$  są niezależne, oraz że nadpróbkowanie nie zmienia prawdopo-

dobieństwa synchronizacji rozumianej jako określenie chwili wystąpienia maksimum korelacji z dokładnością do czasu trwania pojedynczego symbolu. Dla takich założeń prawdopodobieństwo błędu synchronizacji wyniesie

$$P_{Serr} = 1 - \sum_{u=\theta+1}^N f_{C_N}(u, N) \cdot \prod_{k=-N+1}^{-1} \sum_{u=0}^{\theta} f_{C_k}(u, k) - \prod_{k=-1}^{-1} \sum_{u=\theta+1}^N f_{C_k}(u, k) \cdot \prod_{k=-N+1}^{-2} \sum_{u=0}^{\theta} f_{C_k}(u, k) \quad (11)$$

Poprawność modelu (11) została potwierdzona symulacyjnie. Na rys. 3 przedstawiono prawdopodobieństwo błędu synchronizacji dla różnych wartości poziomu progowego  $\theta$  oraz różnych prawdopodobieństw  $p$  przekłamania wartości próbki dla pierwszej sekwencji z tab. 4 oraz najlepszej znalezionej sekwencji MPSL z [3]. Sekwencja MPSL wykazuje lepsze właściwości dla niskich  $\theta$  oraz dużych zakłóceń, jednak w praktyce obszar pracy systemu radiowego mieści się w przedziale średnich wartości  $\theta$  i umiarkowanego poziomu zakłóceń,  $p < 0.2$ . W tym zakresie znalezione sekwencje nie ustępują kodom MPSL, a pozwalają na mniejsze zużycie zasobów obliczeniowych.



Rys. 3. Prawdopodobieństwo błędnej synchronizacji w funkcji wartości progu  $\theta$  i prawdopodobieństwa przekłamania symbolu (zaznaczono typowy obszar pracy)

Fig. 3. Synchronization error probability as a function of threshold  $\theta$  and symbol error probability (typical operation region is marked)

## 6. Podsumowanie

Zaprezentowane kryteria doboru preambuły umożliwiają efektywną implementację sprzętową algorytmu synchronizacji symbolowej dla systemów radiowych z demodulacją niekoherentną, wykorzystujących proste cyfrowe przetwarzanie sygnału w paśmie podstawowym. Przedstawiony model analityczny daje możliwość szybkiej oceny jakości sekwencji preambuły, co może znaleźć zastosowanie w dalszych poszukiwaniach efektywnych ciągów synchronizacyjnych.

## 7. Literatura

- [1] Krzak Ł., Rzepka D.: Niskomocowa metoda przetwarzania danych w paśmie podstawowym dla bezprzewodowych sieci sensorowych z wykorzystaniem układów FPGA, *Elektronika*, 2008, vol. 49, nr 6, s. 45-47.
- [2] Lin W.C., Liu K.C., Wang C.K.: Differential matched filter architecture for spread spectrum communication systems, *Electronics Letters*, vol. 32, no. 17, pp. 1539-1540, 15 Aug 1996.
- [3] Coxson G., Russo J.: Efficient exhaustive search for optimal-peak-sidelobe binary codes, *Proceedings of the IEEE Radar Conference*, 2004, pp. 438-443, 26-29 April 2004.
- [4] Papoulis A.: *Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne*, WNT, Warszawa 1972.
- [5] Grayson M., Darnell M.: Optimum synchronization preamble design, *Electronics Letters*, vol.27, no.1, pp.36-38, 3 Jan. 1991.
- [6] Levanon N. and Mozeson E.: *Radar signals*, J. Wiley, 2004.

otrzymano / received: 13.05.2011

przyjęto do druku / accepted: 04.07.2011

artykuł recenzowany