

Grzegorz HOŁOWIŃSKI, Krzysztof MAŁECKI

AKADEMIA MORSKA W SZCZECINIE, ZACHODNIOPOMORSKI UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNY W SZCZECINIE
ul. Wały Chrobrego 1/2, 70-500 Szczecin

Grafowy automat komórkowy o zmiennych sąsiedztwach relacyjnych komórek – założenia dla implementacji w FPGA

Dr inż. Grzegorz HOŁOWIŃSKI

Adiunkt na Wydziale Inżynieryjno-Ekonomicznym Transportu Akademii Morskiej w Szczecinie. Zainteresowania naukowe związane z modelowaniem ruchu (np. drogowego, morskiego) oraz automatycznej komunikacji pomiędzy obiektami biorącymi udział w procesach transportowych. W szczególności ontologie komunikacji, automatyczne negocjacje w transporcie, modelowanie procesów z zastosowaniem automatów komórkowych. Ponadto aktywny uczestnik projektów informatycznych (cert. PRINCE II, serum master).



e-mail: g.holowinski@am.szczecin.pl

Dr inż. Krzysztof MAŁECKI

Adiunkt na Wydziale Informatyki Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie. Zainteresowania naukowe dotyczą analizy możliwości stosowania technologii informatycznych w różnych dziedzinach życia, telematyki, modelowania systemów złożonych, w tym systemów transportowych. Do osiągnięcia tego celu autor wykorzystuje różne metody, spośród których znaczną grupę stanowią automaty komórkowe.



e-mail: kmalecki@wi.zut.edu.pl

Streszczenie

Artykuł prezentuje nowy automat komórkowy r-sdgCA, który pozwala na modelowanie procesów zachodzących w układach o zmiennej w czasie liczbie obiektów i relacjach pomiędzy nimi. To nowe podejście pozwala na modelowanie zjawisk zachodzących w sieciach komputerowych, modelach ruchu pojazdów i interakcjach między nimi, serwisach społecznościowych, itp. Artykuł przedstawia definicję r-sdgCA i nową, charakterystyczną dla niego własność - dynamiczne sąsiedztwo relacyjne oraz omawia założenia do implementacji r-sdgCA w FPGA.

Słowa kluczowe: automaty komórkowe, niehomogeniczny automat komórkowy, dynamiczne sąsiedztwo relacyjne, modelowanie systemów złożonych.

Graph Cellular Automaton with Dynamic Relation Based Neighborhoods of Cells – Introduction for FPGA Implementation

Abstract

Applications of cellular automata (CA) to modelling allow recognizing of complex systems with simple mechanisms [1, 2]. Use of regular, constant in time, grid of cells is the limitations of CA. It causes the set of neighbours is constant. There were provided results of researches that somehow allow omitting this limitation – for example structurally dynamic CA [3,4], CA with irregular neighbourhood or graph related neighbourhood [5, 6, 7]. In this paper there is proposed a new cellular automaton called r-sdgCA. Its unique feature is a reconfigurable structure of active cells in the grid and dynamic relation-based neighbourhoods of cells. The reconfigurable G graph - that can reconfigure its sets of vertices and directed weighted edges - is used to define the dynamic relation based neighbourhoods of cells in r-sdgCA and corresponding dynamic structure of active and inactive cells in the grid. Figure 2 shows example of objects and corresponding relations mapping to cells of r-sdgCA. The second part of paper focuses on possible areas of implementation of this new automaton and some basic assumptions about implementation of r-sdgCA in FPGA. Functional steps of process modelling using r-sdgCA and general scheme of r-sdgCA is shown at Fig. 3. The proposed r-sdgCA can be used to modelling processes in systems of dynamic number of objects (and relations among them). This new approach help understanding of wide range of processes that work both in real life and artificial systems.

Keywords: cellular automaton, cellular automata, dynamic relationship, modeling of complex systems.

1. Wstęp

Układ jest zbiorem obiektów lub inaczej mówiąc elementów wpływających na siebie nawzajem, dla którego istnieje możliwość zbudowania modelu matematycznego. Składa się ze zbioru sparametryzowanych obiektów oraz struktury określającej sposób łączenia i relacje pomiędzy nimi.

Zastosowanie automatów komórkowych (ang. *cellular automata*, CA) w modelowaniu złożonych układów pozwala na ich poznanie przy użyciu prostych mechanizmów. Wolfram w [1, 2] twierdzi, że nawet bardzo proste CA mogą wykazywać bardzo złożone zachowania.

Ograniczeniem klasycznych CA jest ich silne powiązanie z regularną, niezmienną w czasie siatką, co powoduje, że liczba sąsiadów komórki jest zawsze stała i regularna. Jest to zaletą jeśli modelowana jest przestrzeń d -wymiarowa (np. powierzchnia lub objętość), w której zachodzą zjawiska. Z drugiej strony ogranicza to możliwość zastosowania modelowania w przypadku układów o zmiennych w czasie sąsiedztwach i relacjach pomiędzy obiektami.

Częściowym rozwiązaniem tego problemu jest zastosowanie automatów o zmiennej strukturze [3, 4], nieregularnych sąsiedztwach lub sąsiedztwach odpowiadających relacjom [5, 6, 7].

Proponowany w niniejszej pracy automat r-sdgCA stanowi nowe podejście łączące dynamikę sąsiedztw i ich relacji, ze zmienną strukturą i liczbą aktywnych komórek.

2. Graf o zmiennej konfiguracji w czasie

Rozpatrzmy skierowany graf ważony $G = (V, E, K, \alpha)$, opisany za pomocą zbioru węzłów V (zwanymi dalej wierzchołkami), krawędzi E i funkcji wag krawędzi α . Krawędzi grafu G są zdefiniowane jako kwadrat kartezyjski $E \subseteq V \times V$, przy czym $v_j v_i \neq v_i v_j$ (graf skierowany). Funkcja α określa wagi krawędzi grafu G (zwana dalej będzie funkcją wagi) $\alpha : E \rightarrow K$ gdzie $K \in \mathbf{N}$ lub w bardziej ogólnym ujęciu $K \in \mathbf{R}$.

Sąsiedztwem wierzchołka $v_i \in V(G)$ nazywamy zbiór wierzchołków $N(v_i)$ połączonych z wierzchołkiem v_i za pomocą krawędzi należących do zbioru E grafu G . Sąsiedztwo $N(v_i)$ w przypadku grafu skierowanego składa się z sumy zbiorów sąsiedztw powiązanych krawędziami wychodzącymi N_{out} i wchodzącymi N_{in} do wierzchołka v_i :

$$N(v_i) = N_{in}(v_i) \cup N_{out}(v_i),$$

gdzie

$$N_{in}(v_i) = \{v_j | v_j v_i \in E(G)\},$$

$$N_{out}(v_i) = \{v_j | v_i v_j \in E(G)\}.$$

Wagi krawędzi grafu dla sąsiedztw można opisać jako:

$$K_{in}(v_i) = \{k_{ij} | k_{ij} \in K \wedge v_j v_i \in E(G)\},$$

$$K_{out}(v_i) = \{k_{ji} | k_{ji} \in K \wedge v_i v_j \in E(G)\}.$$

Zdefiniujemy przekształcenie zmieniające konfigurację grafu w czasie $F_{rcG}: G^t \rightarrow G^{t+1}$ jako:

$$F_{rcG}(G^t, V_{del}, E_{del}, V_{add}, E_{add}) = F_{E_{add}}(F_{V_{add}}(F_{E_{del}}(F_{V_{del}}(G^t))),$$

zatem

$$G^{t+1} = F_{rcG}(G^t, V_{del}, E_{del}, V_{add}, E_{add}) = F_{E_{add}}(F_{V_{add}}(F_{E_{del}}(F_{V_{del}}(G^t))).$$

Gdzie: V_{del} jest zbiorem wierzchołków usuwanych z grafu, V_{add} jest zbiorem dodawanych do grafu wierzchołków, a E_{del} i E_{add} są zbiorami krawędzi odpowiednio usuwanych i dodawanych do grafu G . Jeżeli $(V_{del} = \emptyset) \wedge (E_{del} = \emptyset) \wedge (V_{add} = \emptyset) \wedge (E_{add} = \emptyset)$ to $G^{t+1} = G^t$. Jeżeli dla każdego t i $t+1$ zachodzi równanie $G^{t+1} = G^t$ to znaczy, że graf nie rekonfiguruje się w czasie $t \rightarrow t+1$.

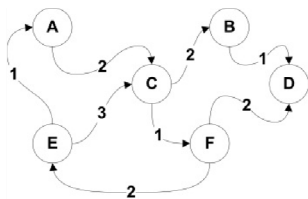
Podczas zmiany konfiguracji grafu tworzony jest de facto nowy graf, który może różnić się od poprzednika liczbą węzłów, krawędziami i ich wagami. Tak zdefiniowana rekonfiguracja grafu stanowi podstawę dla sąsiedztw w prezentowanym dalej nowym automacie komórkowym.

2.1. Grafowy automat komórkowy o dynamicznej strukturze i sąsiedztwach relacyjnych (r sdgCA)

Zdefiniujemy grafowy automat komórkowy o dynamicznej strukturze komórek o relacyjnych sąsiedztwach (ang. *relations-based structurally dynamic graph cellular automaton*) jako:

$$r\text{-sdgCA} = (S, d, Q, G, F_{sdgCA}, R_{rc}, F_{rcG}),$$

gdzie: d - oznacza wymiar w przestrzeni d -wymiarowej ($d \geq 1$) oznaczającej siatkę komórek, Q - stan aktywności automatu zależny od zbioru stanów aktywności q_i pojedynczych komórek automatu, S - stan automatu zależny od zbioru stanów s_i pojedynczych komórek automatu, G - graf skierowany ważony $G = (V, E, K, \alpha)$ zdefiniowany dokładnie powyżej, $F_{r\text{-sdgCA}}$ - jest regułą określającą stan komórki v automatu w chwili $t+1$ w zależności od stanu tej komórki i otoczenia wpływającego na nią $N_{in}(v_i)$ w chwili t , R_{rc} - jest globalną regułą określającą warunki aktywowania lub dezaktywowania komórek $r\text{-sdgCA}$, oraz zasady rekonfiguracji grafu (określa zbiory dodawanych i usuwanych przez F_{rcG} wierzchołków i krawędzi grafu G), R_{rc} - jest zależna od stanu automatu S^t oraz stanów wszystkich komórek, F_{rcG} - funkcja rekonfiguracji grafu i aktywowania/dezaktywowania komórek na podstawie warunków wyznaczonych przez R_{rc} .



Rys. 1. Przykład grafu opisującego sąsiedztwo relacyjne obiektów w modelowanym układzie. Wierzchołkom grafu odpowiadają komórki w CA

Fig. 1. An example of graph that describes relation based neighbourhood among objects. Vertices of the graph correspond to cells in CA

Automat jest opisany ważonym grafem skierowanym G i zbiorem stanów automatu S^t (w czasie t) co oznacza, że każdy wierzchołek grafu $v_i \in V(G)$ odpowiada jednej komórce automatu. Każdemu wierzchołkowi grafu odpowiada jedna i tylko jedna komórka $r\text{-sdgCA}$. Sąsiedztwo komórek niniejszego automatu komórkowego jest zdefiniowane przez zbiór krawędzi grafu $E(G)$, w ten sposób, że dla każdego $v_i \in E(G)$ istnieje sąsiedztwo $N(v_i) = N_{in}(v_i) \cup N_{out}(v_i)$ opisane krawędziami wychodzącymi

z i wchodzącymi do tego wierzchołka. Przykład grafu G przedstawia rys. 1.

Reguła lokalna $F_{r\text{-sdgCA}}$ zależy od stanu komórki v_i korespondującej z wierzchołkiem grafu i stanów komórek sąsiednich powiązanych z nią sąsiedztwem $N_{in}(v_i)$. Wpływ tych sąsiedztw jest zależny od wag $K_{in}(v_i)$ krawędzi grafu dla indywidualnego sąsiedztwa w ramach $N_{in}(v_i)$.

Zatem:

$$F_{r\text{-sdgCA}}(i, N_{in}(v_i), K_{in}(v_i)): s_i^t \rightarrow s_i^{t+1}$$

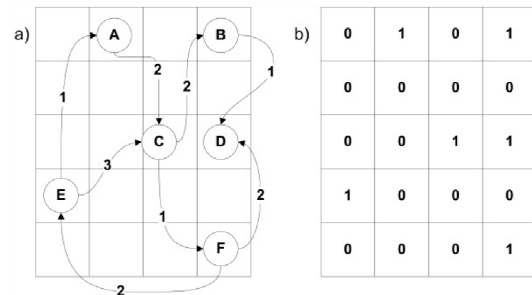
Proponowany algorytm w odróżnieniu od klasycznych CA wykorzystuje dynamicznie zmienne sąsiedztwo relacyjne.

2.2. Dynamiczne sąsiedztwo relacyjne w automacie komórkowym

Klasycznie rozumiane sąsiedztwo w automatach komórkowych to relacja pomiędzy komórkami znajdującymi się w bezpośrednim otoczeniu w przestrzeni d -wymiarowej (siatce komórek CA). Jest ono związane z regularnym ułożeniem komórki automatu w przestrzeni. W takich CA na stan komórki wpływają stany sąsiednich komórek w jej otoczeniu, np. sąsiedztwie von Neumanna lub Moore'a.

W przypadku $r\text{-sdgCA}$ wymiar d nie ma już takiego znaczenia jak w klasycznym CA, jednakże jest wciąż istotny dla implementacji modelu, np. w strukturach FPGA lub w postaci programu komputerowego. W proponowanym automacie sąsiedztwo takie nazywane jest sąsiedztwem fizycznym i określa strukturę regularnej siatki komórek wybranej na etapie implementacji. W przeciwieństwie do klasycznych CA tak zdefiniowane sąsiedztwo nie ma wpływu na zmianę stanu danej komórki. W proponowanym automacie komórkowym stan komórki również jest wyznaczany na podstawie jej stanu oraz stanów i relacji sąsiednich komórek, jednakże w tym przypadku sąsiedztwo to jest zdefiniowane za pomocą grafu G . Ma ono charakter logiczny, relacje należą do zbioru relacji (odpowiadających wagom krawędzi grafu) a nie jest zależne od położenia komórek w siatce komórek. Ze względu na swój charakter to logiczne powiązanie nazwane zostało *sąsiedztwem relacyjnym*.

Na przykład relacje obiektów układu modelowanego z zastosowaniem $r\text{-sdgCA}$ i opisanych grafem G z rys. 1 odpowiada 6 komórkom (A,B,...,F) tego automatu. Mogą to być dowolne komórki z d -wymiarowej siatki komórek (np. z 2-wymiarowej siatki automatu przedstawionego na rys. 2a). W tym przypadku mamy do czynienia z 3 rodzajami relacji określonymi wagami ze zbioru $K \in \{1,2,3\}$.



Rys. 2. Odzworowanie obiektów i relacji pomiędzy nimi opisanych grafem G na $r\text{-sdgCA}$: (a) model sąsiedztw z grafu z rys. 1. i (b) odpowiadająca mu aktywność komórek CA (1-komórka aktywna, 0-nieaktywna)

Fig. 2. Objects and corresponding relations mapped to cells of $r\text{-sdgCA}$: (a) relation based neighbourhood graph and (b) corresponding activity matrix of CA cells (1-activated cell, 0-deactivated cell)

Zmienna liczba obiektów układu może zostać odzworowana w $r\text{-sdgCA}$ dzięki mechanizmowi aktywacji i dezaktywacji poszczególnych komórek. W przestrzeni d aktywne są tylko komórki odpowiadające wierzchołkom grafu G :

$$q_i = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli istnieje } v \approx q_i \\ 0 & \text{jeżeli nie istnieje } v \approx q_i \end{cases}$$

dla $v \in V(G)$, dla i -tej komórki automatu r-sdgCA. Rysunek 2a przedstawia aktywność automatu 2-wymiarowego o siatce 4×5 komórek, z których tylko 6 jest aktywnych (komórki o wartości 1).

Zmiany w konfiguracji grafu określane są przez regułę R_{rc} , która określa warunki rekonfiguracji grafu (określa zbiory dodawanych i usuwanych przez F_{rcG} wierzchołków i krawędzi grafu G , zmiany w wagach krawędzi). Reguła R_{rc} odpowiada także za aktywowanie lub dezaktywowanie komórek r-sdgCA.

Aktywność automatu Q zależy od zbioru stanów aktywności q_i pojedynczych komórek automatu. W r-sdgCA reguła F_{rcG} opisuje rekonfigurację struktury komórek i ich sąsiedztw. Początkowa konfiguracja struktury komórek automatu komórkowego może z czasem ulegać zmianie poprzez aktywowanie lub deaktywowanie komórek automatu komórkowego, co powoduje odpowiednie dodanie lub usunięcie powiązanych wierzchołków w grafie i utworzenie ważonych krawędzi.

3. Możliwe zastosowania grafowego automatu komórkowego o zmiennych sąsiedztwach relacyjnych

Automat r-sdgCA umożliwia modelowanie układów naturalnych (np. relacje społeczne, liczebność populacji na sąsiednich obszarach) i sztucznych np. obciążenie łączy w sieciach komputerowych, negocjacje pomiędzy automatami, modelowanie ruchu pojazdów.

Ogólnie mówiąc można go zastosować do modelowania układów składających się z elementów (obiektów) tego samego typu. W szczególności kilku klas obiektów – wymagałoby to jednak modyfikacji r-sdgCA do pracy z niejednorodnymi typami komórek lub wykorzystania jednego zbioru stanów jako sumy zbiorów stanów komórek różnych typów.

Zastosowanie r-sdgCA pozwala uwolnić się od ograniczenia klasycznych CA związanego z modelowaniem obiektów rozłożonych przestrzennie (mających stałą liczbę, ułożonych w regularnych sąsiedztwach, komórek sąsiadów, od których zależy stan aktualnie rozpatrywanej komórki). Proponowany automat umożliwia modelowanie w przestrzeni relacyjnej, logicznej – gdzie sąsiedztwo odpowiada relacjom w rozpatrywanym modelu.

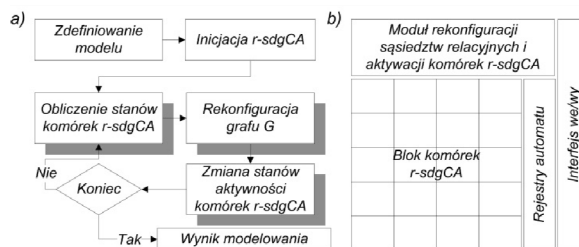
4. Założenia dla implementacji r-sdgCA w strukturze FPGA

Implementacja r-sdgCA w środowisku programowym czy sprzętowym niezależnie od modelowanego problemu sprowadza się do zapewnienia obsługi następujących etapów modelowania pracy r-sdgCA (rysunek 3a):

1. zdefiniowania modelu (określenie zbioru możliwych stanów komórek i stanu S automatu; określenie struktury i wymiaru d -wymiarowej siatki komórek; zdefiniowanie reguły lokalnej F_{sdgCA} dla danego modelu; zdefiniowanie reguły rekonfiguracji R_{rc} ; wyznaczenie warunku zakończenia procesu modelowania),
2. inicjalizacji modelu (zbudowania grafu G ; aktywowanie odpowiednich komórek r-sdgCA odpowiadających wierzchołkom G ; nadania stanów aktywnym komórkom),
3. właściwej pracy r-sdgCA (w cyklach: dyskretne, cykliczne zmiany stanów lokalnych komórek zgodnie z regułą lokalną F_{sdgCA} ; po każdym cyklu pracy wykonanie R_{rc} i na podstawie jej wyniku zmianę (lub nie) struktury grafu i rekonfigurację komórek poprzez wykonanie przekształcenia F_{rcG} ; zakończenie procesu modelowania lub kontynuowanie pracy automatu - zależy od warunku zakończenia pracy automatu).

Realizacja programowa lub sprzętowa (np. w strukturach FPGA) sprowadza się do zaimplementowania bloku komórek, modułu rekonfiguracji sąsiedztw relacyjnych, rejestrów/pamięci automatu (opisujących jego stan całkowity, służących do synchro-

nizacji pracy komórek, definiowania nowych połączeń, itp.) oraz modułu komunikacji z otoczeniem.



Rys. 3. Funkcjonalne etapy pracy r-sdgCA (a) i schemat ogólny funkcjonalnych modułów r-sdgCA do implementacji w FPGA.

Fig. 3. Functional steps of modelling processes using r-sdgCA (a) and general scheme of r-sdgCA modules for the implementation in FPGA

Szczególnie istotne znaczenie ma moduł rekonfiguracji sąsiedztw relacyjnych, który odpowiada za zmianę konfiguracji połączeń pomiędzy komórkami automatu na podstawie R_{rc} i F_{sdgCA} . To on odpowiada za warunkową rekonfigurację aktywnych komórek i ustalenie relacji sąsiedztwa między nimi.

5. Wnioski

W niniejszej pracy przedstawiono propozycję nowego automatu komórkowego o unikalnej cesze – zmiennej strukturze komórek powiązanej z relacyjnym sąsiedztwem. Automat r-sdgCA pozwala na modelowanie oderwane od wymiarów fizycznych – od powierzchni i objętości – a skupienie się na modelowanych obiektach i zmiennych relacjach zachodzących między nimi. Daje to duży zakres zastosowań – od modelowania zmian w strukturze i wartości działek budowlanych, po modelowanie ruchu pojazdów, statków, samolotów czy zdarzeń w sieciach (sieciach telekomunikacyjnych, serwisach społecznościowych, itp.).

Autorzy zaprezentowali zasadę działania i założenia dla implementacji r-sdgCA w strukturach FPGA.

Dalsze prace związane będą z badaniem r-sdgCA w zakresie pracy synchronicznej i asynchronicznej jego elementów oraz jej wpływu na wyniki modelowania i potencjalne zastosowania.

6. Literatura

- [1] Wolfram S.: A New Kind of Science. Wolfram Media, Champaign, 2002.
- [2] Culik K., Hurd L. P., Yu S.: Computation theoretic aspects of cellular automata. *Physica D*, 45, 1990, pp. 357–378.
- [3] Ilachinsky A., Halpern P.: Structurally Dynamic Cellular Automata. *Complex Systems*, 1, 1987, pp. 503–527.
- [4] Alonso-Sanz R.: A Structurally Dynamic Cellular Automaton with Memory in the Triangular Tessellation. *Complex Systems*, 17, 2007, pp. 1–15.
- [5] Cornforth D., Green D.G., Newth D., Kirley M.: Do Artificial Ants March in Step? Ordered Asynchronous Processes and Modularity. *Biological Systems*, In Standish, Bedau, Abbass, Proceedings of the Eighth International Conference on Artificial Life, Sydney, 2002, pp. 28–32.
- [6] Couclelis H.: From cellular automata to urban models: new principles for model development and implementation. *Environment and Planning B: Planning and Design* 24, 1997, pp. 165–174.
- [7] O'Sullivan D.: Graph-cellular automata: a generalised discrete urban and regional model. *Environment and Planning B: Planning and Design*, volume 28, 2001, pp. 687–705.
- [8] Takeyama M., Couclelis H.: Map dynamics: integrating cellular automata and GIS through Geo-Algebra. *International Journal of Geographical Information Science* 11, 1997, pp. 73–91.
- [9] Takeyama M.: Building spatial models within GIS through geo-algebra. *Transactions in GIS* 2, 1997, pp. 245–256.