

Monika WIŚNIEWSKA, Marian ADAMSKI, Remigiusz WIŚNIEWSKI

UNIWERSYTET ZIELONOGÓRSKI,
ul. Licealna 9, 65-417 Zielona Góra

Dekompozycja sterowników współbieżnych z zastosowaniem transwersal dokładnych hipergrafu

Mgr inż. Monika WIŚNIEWSKA

Ukończyła studia na Wydziale Elektrycznym Uniwersytetu Zielonogórskiego, o specjalności Inżynieria Komputerowa. Obroniła pracę magisterską w 2003 r. W roku 2001 odbyła przemysłową praktykę studencką w firmie Aldec Inc. w Stanach Zjednoczonych. Od 2004 r. jest słuchaczem studiów doktoranckich, specjalność informatyka. Jej zainteresowania naukowe to dekompozycja systemów dyskretnych z wykorzystaniem hipergrafów.



e-mail: M.Wisniewska@weit.uz.zgora.pl

Prof. dr hab. inż. Marian ADAMSKI

Profesor zwyczajny, dyrektor Instytutu Informatyki i Elektroniki Uniwersytetu Zielonogórskiego. Zainteresowania badawcze obejmują projektowanie systemów cyfrowych realizowanych w postaci mikrosystemów cyfrowych oraz formalnych metod programowania sterowników logicznych. Członek IEEE, IEE, ACM, PTI oraz PTETiS.



e-mail: M.Adamski@iie.uz.zgora.pl

Streszczenie

W artykule zaprezentowany został nowatorski sposób dekompozycji cyfrowych sterowników współbieżnych opisanych z wykorzystaniem sieci Petriego na podsieci typu automatowego. W proponowanym rozwiązaniu relacje pomiędzy miejscami sieci Petriego określone za pomocą hipergrafu współbieżności. W odróżnieniu od dotychczas stosowanych rozwiązań, w artykule zaproponowano autorską koncepcję wyznaczania zbiorów niewspółbieżnych, która bazuje na obliczeniu transwersal dokładnych w hipergrafie współbieżności.

Słowa kluczowe: hipergraf, transwersala dokładna, sieć Petriego, dekompozycja sieci Petriego na podsieci współbieżne typu automatowego.

Exact transversals in decomposition of Petri Nets into concurrent subnets

Abstract

In the paper a new decomposition method of a control system into concurrent automata is presented. The control unit is described as a Petri Net which is further decomposed into concurrent subnets. The main idea of the proposed method is application of exact transversals to the decomposition algorithm. Contrary to the traditional solutions, the authors propose the application of a concurrency hypergraph instead of a standard concurrency graph. The concurrent subnets are found by calculation of exact transversals in the hypergraph. The selection of concurrent automata is also performed with application of exact transversals. Such a solution allows achieving the optimal results (the fewest number of concurrent automata). The proposed concurrency hypergraph has some unique properties. First of all, it is defined to be an exact hypergraph. Therefore, each exact transversal in such a hypergraph refers to the concurrent automata. Moreover, all minimal transversals of the hypergraph are also exact transversals. Finally, computation and selection of all exact transversals can be performed in polynomial-time, and this is the most important advantage of the proposed method. The traditional solutions are based on the coloring of a concurrency graph, thus the complexity is NP-complete. All steps that are required in order to perform the decomposition of a controller described by a Petri Net are shown. The proposed method is compared with the traditional solution. Finally, the preliminary results of experiments are presented and discussed.

Keywords: hypergraph, exact transversal, Petri Net, decomposition of a Petri Net into concurrent subnets automata.

Dr inż. Remigiusz WIŚNIEWSKI

Absolwent Uniwersytetu Zielonogórskiego, pracę doktorską obronił w 2008 roku. W latach 2000-2001 dwukrotnie odbył przemysłową praktykę studencką w firmie Aldec Inc. w Stanach Zjednoczonych. Aktualnie pracuje jako adiunkt w Uniwersytecie Zielonogórskim. Zainteresowania badawcze obejmują zagadnienia z zakresu kryptologii (zarówno sprzętowej, jak i programowej), oraz metodologii projektowania i implementacji systemów cyfrowych z wykorzystaniem struktur programalnych FPGA.



e-mail: R.Wisniewski@iie.uz.zgora.pl

1. Wprowadzenie

W artykule przedstawiono metodę dekompozycji równoległej dyskretnych systemów współbieżnych opisanych siecią Petriego, przeprowadzanej za pośrednictwem hipergrafów. Celem dekompozycji jest podział sterownika logicznego na współbieżne moduły, z których każdy może być optymalizowany i syntezyzowany z wykorzystaniem klasycznej teorii automatów cyfrowych [1, 2]. Sposób dekompozycji sieci Petriego z wykorzystaniem kolorowania grafu lub hipergrafu współbieżności jest już ogólnie znany [1, 2, 3]. Algorytmy przybliżone nie zawsze zwrócą najlepsze rozwiązanie, a zastosowanie metod dokładnych w przypadku kolorowania grafu lub hipergrafu współbieżności jest problemem NP-trudnym [4].

W referacie przedstawiono całkowicie nową metodę dekompozycji sterowników opisanych sieciami Petriego na automaty współbieżne. Algorytm bazuje na dwukrotnym zastosowaniu transwersal dokładnych [5, 6]. Dzięki takiemu podejściu, optymalne rozwiązanie zostaje znalezione w czasie wielomianowym, a nie wykładniczym, co ma miejsce w przypadku rozwiązań dotychczas znanych [6].

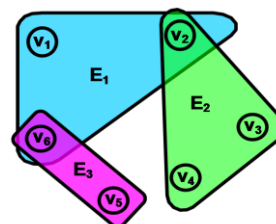
2. Podstawowe definicje

Pojęcie hipergrafu pojawiło się drugiej w połowie ubiegłego stulecia. W 1973 roku francuski matematyk Claude Berge opublikował monografię „Grafy i Hipergrafy”, w której sformalizował i ujednolicił podstawowe definicje dotyczące teorii hipergrafów [5].

Hipergraf jest rozszerzeniem pojęcia grafu. Jego krawędzie, zwane hiperkrawędziami [5,6], mogą być incydentne do dowolnej liczby wierzchołków. Formalnie, hipergraf H definiuje się dwójka:

$$H = (V, E) \quad (1)$$

gdzie: $V = \{v_1, \dots, v_n\}$, jest dowolnym, niepustym zbiorem wierzchołków; $E = \{E_1, \dots, E_m\}$, jest zbiorem krawędzi hipergrafu, czyli podzbiorem zbioru $P(V)$ wszystkich możliwych niepustych zbiorów, których elementy należą do V . Na rys. 1 przedstawiono przykładowy hipergraf H_1 .



Rys. 1. Hipergraf H_1
Fig. 1. Hypergraph H_1

Transwersalą (pokryciem wierzchołkowym) hipergrafu H jest zbiór $T \subset V$ zawierający wierzchołki incydentne do każdej krawędzi hipergrafu [5, 6]:

$$T \cap e_i \neq \emptyset \quad (i = 1, \dots, m) \quad (2)$$

Transwersalą dokładną hipergrafu H jest zbiór $D \subset V$ wierzchołków hipergrafu, przy czym każda krawędź hipergrafu musi być incydentna z dokładnie jednym wierzchołkiem, wchodzącym w skład transwersali dokładnej [6].

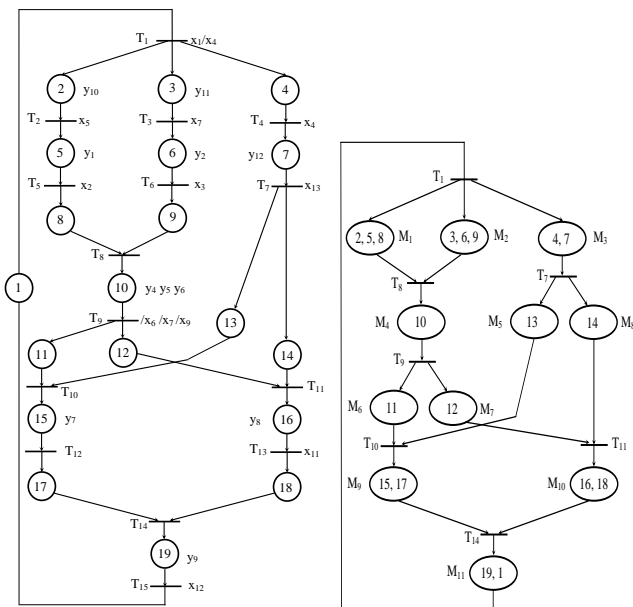
Najmniejszą transwersalą dokładną δ hipergrafu H jest transwersala dokładna, zawierająca najmniejszą liczbę elementów spośród wszystkich transwersali dokładnych hipergrafu H .

Przykładowo, w hipergrafie H_1 wyróżnić można pięć transwersal dokładnych: $D_1 = \{v_1, v_3, v_5\}$, $D_2 = \{v_1, v_4, v_5\}$, $D_3 = \{v_2, v_5\}$, $D_4 = \{v_3, v_6\}$, $D_5 = \{v_4, v_6\}$, przy czym trzy ostatnie rozwiązania są równocześnie najmniejszymi transwersalami dokładnymi.

Znalezienie wszystkich transwersal hipergrafu jest problemem NP-trudnym [6]. Z kolei określenie wszystkich transwersal dokładnych wiąże się ze złożonością co najwyżej wielomianową, co udowodniono w [6] oraz [7]. W niniejszym referacie proponujemy innowacyjne zastosowanie algorytmu DLX (Dancing Links), opisanego przez Donalda E. Knutha w [7]. Zaadoptowanie powyższej metody umożliwia rozwiązanie problemu pokrycia dokładnego poprzez zastosowanie listy czterokierunkowej, w której połączenia pomiędzy poszczególnymi elementami listy są dynamicznie usuwane oraz przywracane (stąd nazwa „tańczące linki”). Takie podejście pozwala znacznie zredukować czas niezbędny do uzyskania wszystkich szukanych zbiorów dokładnych pokryć [7].

Sieć Petriego to dwudzielny graf skierowany, o dwóch rodzajach wierzchołków: miejscach i tranzycjach, które są połączone skierowanymi łukami. Taki sposób reprezentacji w wygodny sposób pozwala opisywać zjawiska zachodzące współbieżnie. Miejsca przedstawiane są jako okręgi, tranzycje jako pogrubiony odcinek lub prostokąt, natomiast łuki jako krawędzie zakończone strzałkami.

W celu uproszczenia analizy sieci Petriego, bardzo często tworzona jest makrosieć. Jest to skondensowana wersja danej sieci Petriego [1,2], zachowująca jej podstawową strukturę i właściwości. Celem tej operacji jest usunięcie z sieci fragmentów o charakterze sekwencyjnym, które podczas procesu analizy nie wpłyną na jej ostateczny wynik, a ich obecność jedynie zwiększa czas całego procesu dekompozycji. Przykładowa sieć Petriego PN_1 obrazująca sterownik do produkcji napojów, oraz odpowiadająca jej makrosieć MN_1 zostały przedstawione na rys. 2.



Rys. 2. Sieć Petriego PN_1 oraz odpowiadająca jej makrosieć MN_1
Fig. 2. Petri Net PN_1 and its macronet MN_1

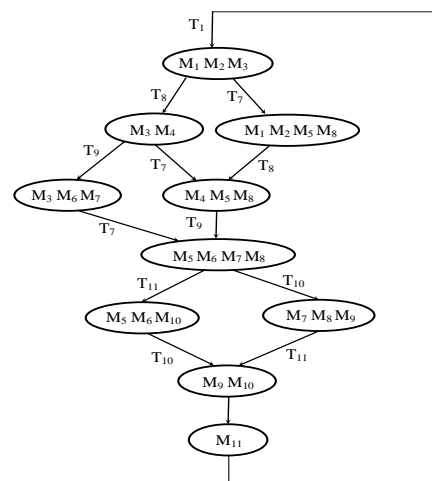
3. Idea proponowanej metody

Poniżej zamieszczono poszczególne kroki, jakie należy wykonać w celu dekompozycji. Szczegółowy opis wraz z przykładem pokazano w kolejnym rozdziale. Proponowana metoda dekompozycji sieci Petriego może zostać podzielona na następujące etapy:

1. **Wyznaczenie grafu znakowań dla sieci Petriego (lub odpowiadającej jej makrosieci).** Struktura ta jest wyznaczana na podstawie pierwotnej sieci Petriego lub jej skondensowanej wersji, czyli makrosieci. Proces utworzenia grafu znakowań sprowadza się do analizy zmian oznakowania sieci w momencie odpalania gotowych tranzycji. Wartości te zostają opisane w postaci grafu, którego wierzchołki odpowiadają zbiorowi miejsc oznakowanych w danym stanie, natomiast krawędzie określają odpalane tranzycje [1, 2].
2. **Określenie hipergrafu współbieżności na podstawie grafu znakowań.** Hipergraf współbieżności reprezentuje rzeczywistą współbieżność pomiędzy miejscami sieci Petriego. Wierzchołki hipergrafu współbieżności odpowiadają miejscom sieci Petriego, natomiast hiperkrawędzie określają relacje pomiędzy tymi miejscami [3].
3. **Wyznaczenie wszystkich transwersal dokładnych w hipergrafie współbieżności. Określone transwersale dokładne wyznaczają wszystkie możliwe zbiory makromiejsc niewspółbieżnych (sekwencyjnych).** Każdy taki zbiór to pojedynczy automat sekwencyjny [2, 3].
4. **Określenie hipergrafu selekcji.** Wierzchołki hipergrafu selekcji odpowiadają makromiejscom sieci, natomiast krawędzie – transwersalom dokładnym.
5. **Określenie dualnego hipergrafu selekcji.** Wierzchołki hipergrafu dualnego odpowiadają krawędziom, natomiast jego krawędzie – wierzchołkom pierwotnego hipergrafu selekcji.
6. **Redukcja dominujących krawędzi w dualnym hipergrafie selekcji.** Dominujące krawędzie można zaniedbać, ponieważ każde pokrycie zbioru zdominowanego jest pokryciem pełnego zbioru.
7. **Wyznaczenie najmniejszej transwersali dokładnej w zredukowanym dualnym hipergrafie selekcji.** Najmniejsza transwersala dokładna wskaże optymalne rozwiązanie – zbiory makromiejsc współbieżnych (czyli szukanych zdekomponowanych automatów sekwencyjnych).

4. Przykład dekompozycji sieci Petriego

Pierwszym krokiem, wykonywanym podczas badania współbieżności oraz powiązanych z nią właściwości sieci Petriego (żywność, bezpieczeństwo), jest określenie grafu znakowań. Na rys. 3 przedstawiono graf znakowań dla makrosieci MN_1 (z rys. 2).



Rys. 3. Graf znakowań dla makrosieci MN_1
Fig. 3. Reachability graph for macronet MN_1

W następnym etapie określany zostaje hipergraf współbieżności dla danego grafu znakowań. Wierzchołki w hipergrafie współbieżności są połączone krawędzią wtedy i tylko wtedy, gdy są one oznakowane w tym samym stanie grafu znakowań. Na rys. 4 przedstawiono macierz incydencji hipergrafu H_{MNI} współbieżności dla makrosieci MN_I .

$M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7, M_8, M_9, M_{10}, M_{11}$	E ₁	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	E ₂	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	E ₃	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	E ₄	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
	E ₅	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	E ₆	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
	E ₇	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
	E ₈	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
	E ₉	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	E ₁₀	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

Rys. 4. Macierz incydencji hipergrafu H_{MNI}
Fig. 4. Incidence matrix of hypergraph H_{MNI}

Kolejny krok proponowanej metody to wyznaczenie wszystkich transwersal dokładnych w hipergrafie współbieżności. W hipergrafie H_{MNI} występuje sześć transwersal dokładnych:

$$\begin{aligned} D_1 &= \{M_1, M_4, M_6, M_9, M_{11}\}, \\ D_2 &= \{M_2, M_4, M_6, M_9, M_{11}\}, \\ D_3 &= \{M_1, M_4, M_7, M_{10}, M_{11}\}, \\ D_4 &= \{M_2, M_4, M_7, M_{10}, M_{11}\}, \\ D_5 &= \{M_3, M_5, M_9, M_{11}\}, \\ D_6 &= \{M_3, M_8, M_{10}, M_{11}\}. \end{aligned}$$

Spośród wszystkich wyznaczonych transwersal dokładnych do dalszej analizy wyselekcjonowane powinno zostać rozwiązanie optymalne, zawierające najmniejszą liczbę automatów sekwencyjnych. W tym celu tworzony jest hipergraf selekcji. W tak skonstruowanym hipergrafie należy znaleźć najmniejsze pokrycie krawędziowe, co jest jednak problemem NP-trudnym. W niniejszym referacie proponujemy nowatorskie rozwiązanie, w którym selekcja transwersal dokładnych będzie przebiegać dwuetapowo. Najpierw należy określić hipergraf dualny do hipergrafu selekcji. W praktyce sprowadza się to do określenia macierzy transponowanej dla danego hipergrafu selekcji. Na rysunku 5a pokazano macierz incydencji hipergrafu dualnego selekcji H^{*}_{SI} dla wszystkich transwersal dokładnych znalezionych w hipergrafie H_{PMI} . W rozpatrywanej macierzy wierzchołki ilustrują pojedynczą transwersalę dokładną, natomiast krawędź obrazuje makromiejsca sieci MN_I , wchodzące w skład danej transwersali dokładnej.

a)	$\begin{matrix} D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6 \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \\ M_5 \\ M_6 \\ M_7 \\ M_8 \\ M_9 \\ M_{10} \\ M_{11} \end{matrix}$	b)	$\begin{matrix} D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6 \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ M_1 \\ M_2 \\ M_5 \\ M_6 \\ M_7 \\ M_8 \end{matrix}$
----	--	----	--

Rys. 5. a) macierz hipergrafu H^{*}_{SI} , b) zredukowana macierz hipergrafu H^{*}_{SI}
Fig. 5. a) incidence matrix of H^{*}_{SI} , b) reduced incidence matrix of H^{*}_{SI}

W tak utworzonej macierzy należy usunąć dominujące wiersze (odpowiadające krawędziom dualnego hipergrafu selekcji), czyli takie, których elementy (wartości) są większe lub równe odpowiednim elementom dowolnego innego wiersza. W przypadku hipergrafu H^{*}_{SI} usunięty zostanie przykładowo wiersz M_3 , ponieważ jest zdominowany przez wiersz M_5 . Analogicznie, procesowi redukcji poddane zostaną kolejne wiersze, a ostateczna (zredukowana) macierz zawierać będzie 6 wierszy (rys. 5b).

Ostatni krok, to określenie najmniejszej transwersali dokładnej w zredukowanym dualnym hipergrafie selekcji. Ten etap jest wykonywany identycznie, jak proces wyznaczania transwersali

dokładnej macierzy współbieżności, przy czym do dalszych rozważań brane są tylko rozwiązania zawierające najmniejszą liczbę elementów. W hipergrafie H^{*}_{SI} wyróżnić można dwie najmniejsze transwersale dokładne: $\delta_1 = \{D_1, D_4, D_5, D_6\}$ oraz $\delta_2 = \{D_2, D_3, D_5, D_6\}$. Oba zbiory zawierają po cztery elementy, dlatego też nie ma znaczenia, który zostanie wybrany. W rozpatrywanym przykładzie do dalszej analizy wybrane zostanie pierwsze rozwiązanie. Zawiera ono wyselekcjonowane cztery transwersale dokładne, które określają zbiory makromiejsc współbieżnych (automatów sekwencyjnych). Pierwszy zbiór zawiera miejsca określone przez transwersalę D_1 i zawiera makromiejsca: M_1, M_4, M_6, M_9 , oraz M_{11} . Drugi automat współbieżny opisany jest przez transwersalę D_4 , przy czym usuwane są nadmiarowe miejsca (które już wystąpiły wcześniej w transwersali D_1), wobec czego zawiera on następujące elementy: M_2, M_7, M_{10} . Analogicznie, trzeci zbiór niezależny składa się z miejsc M_3 oraz M_5 , natomiast w skład zbioru czwartego wchodzi makromiejsce M_8 .

Powyższy przykład został zweryfikowany eksperymentalnie. Sterownik został zdekomponowany z wykorzystaniem metody klasycznej (kolorowanie z nawrotami) oraz proponowanej w referacie. Wyniki badań potwierdzają bardzo wysoką skuteczność metody. Czas niezbędny na znalezienie rozwiązania metodą klasyczną był prawie 100 razy dłuższy, niż w przypadku wykorzystania transwersal dokładnych, przy czym w oba algorytmy zwróciły identyczny wynik.

5. Podsumowanie

W referacie zaproponowano innowacyjny sposób dekompozycji sterowników opisanych sieciami Petriego na automaty współbieżne. Ideą metody jest dwukrotne zastosowanie transwersal dokładnych hipergrafu. Takie podejście pozwala zredukować złożoność obliczeniową do co najwyżej wielomianowej, przy zachowaniu optymalnego (dokładnego) rozwiązania.

Wstępne badania eksperymentalne potwierdzają bardzo wysoką skuteczność proponowanej metody. Przeprowadzono serię testów z wykorzystaniem niewielkich sieci Petriego opisujących rzeczywiste sterowniki (problem filozofów, system sterujący reaktorem). We wszystkich przypadkach proponowana metoda okazała się znacznie szybsza (nawet do 100 razy) od rozwiązań klasycznych.



Współautorka – Monika Wiśniewska – jest stypendystką w ramach Poddziałania 8.2.2 "Regionalne Strategie Innowacji", Działania 8.2 "Transfer wiedzy", Priorytetu VIII "Regionalne Kadry Gospodarki" Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki współfinansowanego ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego Unii Europejskiej i z budżetu państwa.

6. Literatura

- [1] David R., Alla H.: Petri Nets & Grafset. Tools for modelling discrete event systems, Prentice Hall, New York, 1992.
- [2] Adamski M., Karatkievich A., Węgrzyn M. (ed.): Design of Embedded Control Systems. NY, Springer Science, 2005.
- [3] Wiśniewska M., Wiśniewski R.: Zastosowanie kolorowania hipergrafów w procesie dekompozycji równoległej automatów współbieżnych, Metody Informatyki Stosowanej - 2010, nr 2, s. 151.
- [4] Kubale M., Obszarski P., Piwakowski K.: Kolorowanie hipergrafów. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, No. 143, pp. 83–90, 2006.
- [5] Berge C.: Graphs and Hypergraph. North-Hols.r Mathematical Library, Amsterdam 1976.
- [6] Eiter T., Gottlob G.: Hypergraph transversal computation and related problems in logic and AI. LNCS, pp. 549–564, Springer, 2002.
- [7] Knuth D.: Dancing Links, Stanford University, 2000, <http://www-cs-faculty.stanford.edu/~uno/papers/dancing-color.ps.gz>