

Sławomir Andrzej TORBUS

UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNO – PRZYRODNICZY IM. J. I. J. ŚNIADECKICH W BYDGOSZCZY,
WYDZIAŁ TELEKOMUNIKACJI I ELEKTROTECHNIKI
Al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-787 Bydgoszcz

Zastosowanie światłowodów telekomunikacyjnych G.652, G.653 i G.655 w polarymetrycznych czujnikach natężenia prądu

Mgr inż. Sławomir Andrzej TORBUS

Asystent na Wydziale Telekomunikacji i Elektrotechniki UTP w Bydgoszczy. W pracy naukowej zajmuje się zastosowaniami optoelektroniki światłowodowej w metrologii elektrycznej, a w szczególności zagadnieniami modelowania matematycznego interferometrycznych czujników natężenia prądu i światłowodowych przekładników prądowych realizowanych w oparciu o światłowody telekomunikacyjne różnych typów. Jest członkiem Komitetu Głównego Olimpiady Wiedzy Elektrycznej i Elektronicznej EUROELEKTRA.



e-mail: slator@utp.edu.pl

Streszczenie

W artykule pokazano, że preferowane jest stosowanie światłowodów telekomunikacyjnych standardów G.652, G.653 i G.655 do wykonania cewki pomiarowej polarymetrycznego czujnika natężenia prądu, zamiast światłowodu wielomodowego. Przedstawiono wyniki symulacji dla cewek o różnej liczbie zwojów i różnych wartości natężenia prądu dla światłowodów jednomodowych i wielomodowych. Zaprezentowano również analizę dokładności pomiaru natężenia prądu za pomocą czujnika polarymetrycznego, w którym cewka pomiarowa wykonana jest ze światłowodu telekomunikacyjnego. W oparciu o symulację komputerową określono, że ułożenie przewodów linii wysokiego napięcia 110 kV nie wpływa na dokładność pomiaru rozpatrywanym czujnikiem natężenia prądu.

Słowa kluczowe: stała Verdet, zjawisko magnetoptyczne Faradaya, polarymetryczny czujnik natężenia prądu, światłowodowy przekładnik prądowy, światłowod jednomodowy, światłowod wielomodowy, linia wysokiego napięcia.

Using G.652, G.653 and G.655 telecommunication optical fibers for a polarimetric current sensor

Abstract

This paper describes benefits of using G.652, G.653 and G.655 telecommunication optical fibres for a measurement coil of the polarimetric current sensor. There are given the simulation results for coils of different number of turns and made of various optical fibres – a single-mode and multi-mode fibre. There is presented analysis of the accuracy of current measurement by means of the polarimetric sensor, in which the measurement coil is made of telecommunication optical fibers. Using the classical theory of measurement errors, it is shown that polarimetric current sensors with the measurement coil made of telecommunication optical fiber are characterised by a very high accuracy. Based on computer simulations, it was proved that the 110 kV high voltage cable laying does not affect the presented current sensor accuracy. In the presented polarimetric sensor model it was shown that the distance from the center of the high-voltage power line cable to the optical fiber should be at least 55 mm in order to prevent the impact of macrobendings. This feature will make it possible to use this sensor in remote measurement systems.

Keywords: Verdet constant, magneto-optical phenomenon, polarimetric current sensor, optical fiber current transformer, single-mode optical fiber, multi-mode optical fiber, high-voltage line.

1. Wstęp

Obecnie obserwuje się bardzo dynamiczny rozwój procesów zachodzących w sieciach elektroenergetycznych, a mianowicie pojawianie się różnorodnych źródeł energii elektrycznej, pojawianie się nowych uwarunkowań prawnych. Wszystko to powoduje, że przed wytwórcami energii pojawiają się coraz to wyższe wy-

maganie, ponieważ zmiana ulega dotychczasowa filozofia zabezpieczeń, gdyż obok zabezpieczania całych obiektów pojawia się konieczność zabezpieczania całych obszarów energetycznych, a co za tym idzie poszczególnych linii przesyłowych.

Pojawienie się nowej normy IEC 61850 [1] wymusza, że komunikacja w elektroenergetycznej automatyce zabezpieczeniowej oraz w systemach sterowania i nadzoru stacji będzie odbywała się przy wykorzystaniu zgodnych z nią protokołów komunikacyjnych. Aby było to możliwe, również przekładniki prądowe muszą być wyposażone w porty pozwalające na komunikację cyfrową z elementami układu EAZ (Elektroenergetycznej Automatyki Zabezpieczeniowej) i układu SSiN (Systemu Sterowania i Nadzoru).

Konieczne jest więc stwarzania nowatorskich rozwiązań układów zabezpieczeń, które będą się charakteryzowały dużą szybkością i precyzją działania, łatwością realizacji oraz możliwością rozmieszczenia tych układów w poszczególnych segmentach sieci elektroenergetycznej, a nawet na poszczególnych liniach. Sprzyja temu rozwój techniki światłowodowej, a w szczególności światłowodowych czujników i przetworników pomiarowych. Istnieje kilka rozwiązań takich czujników [2, 3], które mają różne konstrukcje.

W artykule omówiono wykorzystanie telekomunikacyjnych włókien światłowodowych standardów G.652, G.653 i G.655 w polarymetrycznych czujnikach pola magnetycznego [1, 2]. Porównano czujniki z cewką pomiarową zrealizowaną w oparciu o światłowod telekomunikacyjny – jednomodowy z czujnikami, których cewka wykonana jest ze światłowodu wielomodowego. Scharakteryzowano również dokładność pomiaru natężenia prądu za pomocą rozpatrywanego czujnika.

2. Fizyczne podstawy działania czujnika polarymetrycznego

Zasada działania czujnika opiera się na analizie właściwości fali świetlnej, która propaguje przez element wykonawczy – światłowod i ulega zmianom pod wpływem działania zewnętrznego pola magnetycznego, którego źródłem jest przewodnik z prądem – linia energetyczna.

Jeżeli rozpatrujemy światło pod kątem zjawiska polaryzacji, to możemy traktować je jako falę elektromagnetyczną – ciąg zmiennych pól elektrycznych i magnetycznych wzajemnie się wytwarzających i rozchodzących w przestrzeni. Wobec tego można zastosować opis w oparciu o wektor natężenia pola elektrycznego \vec{E} , wektor indukcji pola magnetycznego \vec{B} oraz wektor falowy \vec{k} określający kierunek rozchodzenia się fali. Tutaj:

$$k = \left| \vec{k} \right| = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}, \quad (1)$$

gdzie: λ – długość fali [nm]. Dodatkowo wektory \vec{E} , \vec{B} , \vec{k} są do siebie wzajemnie ortogonalne, a zatem fala elektromagnetyczna jest falą poprzeczną, opisaną równaniem [4]:

$$E(x,t) = E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \delta), \quad (2)$$

gdzie: E_0 – amplituda fali, ω – pulsacja (prędkość kątowna), δ – faza początkowa.

Światło może być spolaryzowane liniowo, kołowo lub eliptycznie. W naszych rozważaniach skupimy się na polaryzacji liniowej, ponieważ taka właśnie stosowana będzie w proponowanych czujnikach. **Polaryzacja liniowa** ma miejsce, gdy drgania wektora natężenia pola elektrycznego zachodzą tylko w jednej płaszczyźnie, która nie zmienia w czasie swej orientacji w przestrzeni. Aby uzyskać liniową polaryzację światła stosuje się: polaryzatory dwójłomne, polaryzatory odbiciowe albo polaroidy (błony polaryzujące). Polaryzacja wprowadzonego do włókna światłowodowego – elementu czynnego czujnika – światła ulega zmianie pod wpływem poniżej przedstawionych czynników.

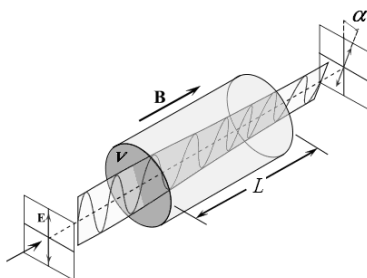
▪ **Zewnętrzne pole magnetyczne**, którego źródłem jest płynący w przewodniku prąd. Ciała, które nie są aktywne optycznie, gdy nie działa na nie zewnętrzne pole magnetyczne, stają się aktywne w momencie jego wystąpienia – następuje skrócenie płaszczyzny polaryzacji o pewien kąt, tzn. że występuje w nich **zjawisko magnetoptyczne Faradaya** (rys. 1). Zjawisko można opisać następującym wzorem [5]:

$$\alpha = V \cdot L \cdot B, \quad (3)$$

gdzie: α – kąt skrócenia płaszczyzny polaryzacji [rad],

V – stała Verdet (współczynnik proporcjonalności) $\left[\frac{\text{rad}}{\text{T} \cdot \text{m}} \right]$,

L – droga, na której światło oddziaływa z polem magnetycznym [m], B – indukcja pola magnetycznego [T]. Występująca we wzorze (3) stała Verdet jest wielkością empiryczną. Charakteryzuje materiał ośrodka jako współczynnik proporcjonalności pomiędzy wymuszeniem magnetycznym i reakcją szkła. Rozpatrując typowe szkła tlenkowe – diamagnetyki można stwierdzić, że w ich przypadku stała Verdet jest dodatnia i niewielka [5]. Dodatkowo dla diamagnetyków bardzo silnie zależy ona od długości fali świetlnej, a słabo od temperatury [2, 5].



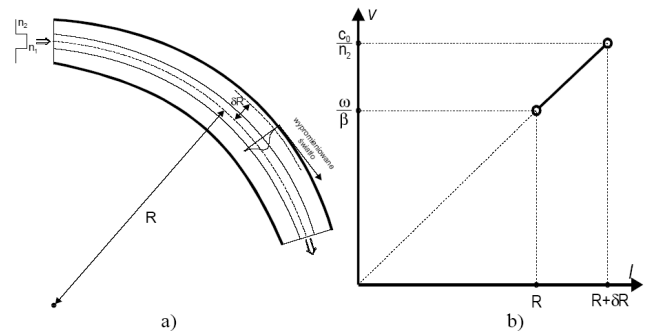
Rys. 1. Wpływ zewnętrznego pola magnetycznego na zmianę polaryzacji światła [6]
Fig. 1. Influence of external magnetic field on change of light polarization [6]

▪ **Makrozgięć**, które mogą powstać, jeżeli promień cewki pomiarowej z włókna światłowodowego będzie zbyt mały. **Makrozgięciem** nazywamy krzywiznę włókna o promieniu rzędu kilku centymetrów [7] w przypadku światłowodów telekomunikacyjnych opisanych w zaleceniach ITU – T G.652, G.653 i G.655 [8, 9, 10], natomiast dla nowej generacji światłowodów telekomunikacyjnych opisanych w zaleceniu ITU – T G.657 [11] jest krzywizna rzędu kilku milimetrów. Jeżeli światłowod zgięto i promień krzywizny wynosił R (rys. 2a) to pole, które było symetryczne na odcinku prostoliniowym, przesuwa się na zewnątrz osi światłowodowej. Energia modu, która porusza się w płaszczyźnie musi mieć prędkość większą ze względu na konieczność przebycia dłuższej drogi. Jeżeli jednak ta część energii znajdzie się zbyt daleko od osi światłowodowej, to zostanie wypromieniowana, gdyż nie może osiągnąć prędkości większej niż

$\frac{c}{n_2}$, gdzie: c – prędkość rozchodzenia się światła w próżni,

n_2 – współczynnik załamania w płaszczyźnie światłowodowej. Wynika stąd strata mocy optycznej, której przyczyną jest makrozgięcie. W konsekwencji może powodować to spadek mocy propa-

gowanego sygnału świetlnego, co uniemożliwi pomiar. Krytyczną odległość od osi światłowodowej δR , za którą światło nie może się znaleźć, można wyznaczyć korzystając z rys. 2b. Wg CCITT (ITU – T) światłowod telekomunikacyjny nie powinien wykazywać zauważalnych strat wynikających z makrozgięć, jeśli $R > 37,5$ mm.



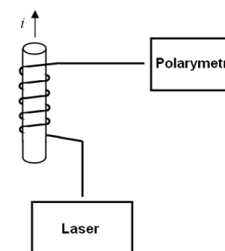
Rys. 2. a) Rozkład modu podstawowego w światłowodzie zgiętym o promieniu R ,
b) Zależność prędkości światła od odległości od środka krzywizny [7]

Fig. 2. a) Distribution of the fundamental mode in a bent fiber of radius R ,
b) Dependence of the light speed on the distance from the curvature center [7]

Można określić zależność pomiędzy natężeniem płynącego w przewodniku prądu, a zmianą kąta polaryzacji dla pojedynczego zwoju światłowodowej długości $l = 2 \cdot \pi \cdot R$, gdzie: R – odległość zwoju światłowodowej od środka przewodnika z prądem (promień gięcia światłowodowej). W tym celu należy skorzystać z prawa Ampère'a w postaci całkowitej:

$$I = \oint_{l=2\pi R} H dl = H \cdot l = H \cdot 2 \cdot \pi \cdot R, \quad (4)$$

gdzie: I – natężenie prądu [A], H – natężenie pola magnetycznego $\left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$.



Rys. 3. Schemat blokowy światłowodowego czujnika polarymetrycznego
Fig. 3. Block diagram of fibre-optic polarimetric sensor

Dla ośrodka dielektrycznego, jakim jest światłowod telekomunikacyjny można określić zależność pomiędzy indukcją i natężeniem pola magnetycznego jako:

$$B = \mu_0 \cdot H, \quad (5)$$

gdzie: $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right]$ – przenikalność magnetyczna próżni.

Korzystając ze wzorów (4) i (5) otrzymuje się następującą zależność:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot R}, \quad (6)$$

Z podstawienia wzoru (6) do wzoru (3) wynika, że dla czujnika, w którym zastosowano światłowod o długości

$L = N \cdot l = N \cdot 2 \cdot \pi \cdot R$, zmianę kąta polaryzacji światła można opisać następującą zależnością:

$$\alpha = V \cdot \mu_0 \cdot I \cdot N, \quad (7)$$

3. Technika doboru jednomodowego włókna światłowodowego do czujnika polarymetrycznego

Fizyczny falowód optyczny (falowód włóknisty, światłowód), którego model wykorzystywany do matematycznej analizy transmisji fali świetlnej, jest złożony z dwóch warstw krzemionki – SiO₂, które charakteryzują się różnymi współczynnikami załamania. Wewnętrzna, centralnie położona warstwa szkła znana jest rdzeniem i pokryta jest ściśle przylegającą warstwą szkła zwaną płaszczem. Rdzeń charakteryzuje się wyższym współczynnikiem załamania – n_1 niż warstwa otaczająca – płaszcz o współczynniku załamania – n_2 , aby na zasadzie całkowitego wewnętrznego odbicia można realizować w nim transmisję.

Do budowy cewek pomiarowych polarymetrycznych czujników natężenia prądu wykorzystuje się włókna światłowodowe, które w zależności od liczby przenoszonych modów (promieni świetlnych) można podzielić na dwie grupy:

- **światłowody włókniste wielomodowe:** mają znormalizowane średnice rdzenia i płaszczka: 50/125 μm albo 62,5/125 μm;
- **światłowody włókniste jednomodowe:** mają znormalizowane średnice rdzenia i płaszczka, które w zależności od klasy światłowodu wynoszą odpowiednio: 5 ÷ 11 μm/125 μm, w typowym standardowym światłowodzie telekomunikacyjnym średnica rdzenia wynosi 8 ÷ 9 μm, jest to światłowód standardowy o profilu skokowym typu G.652 [8]. Światłowody typu G.653 i G.655 mają rdzenie o średnicach 5 ÷ 7 μm [9, 10].

Model matematyczny doboru włókna światłowodowego do polarymetrycznego czujnika natężenia prądu jest identyczny dla włókien jednomodowych i wielomodowych. W tym miejscu skupiam się jedynie na telekomunikacyjnych światłowodach jednomodowych i światłowodach jednomodowych o większym stężeniu molowym domieszki GeO₂, ponieważ dysponuję współczynnikami koniecznymi do rozwiązania równania Sellmeiera, aby określić ich stałą Verdet. Dane dotyczące włókien światłowodowych zamieszczone są w literaturze [2]. Zostaną one wykorzystane, aby wskazać, że czujniki polarymetryczne uzyskują większą czułość, jeśli ich cewka pomiarowa jest zrealizowana w oparciu o światłowód telekomunikacyjny.

Jeżeli na podstawie pomiaru za pomocą polarymetru określimy kąt polaryzacji α , to w oparciu o równość (7) możemy określić natężenie płynącego prądu:

$$I = \frac{\alpha}{\mu_0 \cdot V \cdot N}, \quad (8)$$

Na obliczoną wartość natężenia prądu I (8) ma wpływ stała Verdet V , która jest parametrem charakterystycznym światłowodu zastosowanego w czujniku, a opisuje ją równość Becquerela [5]:

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m_e} \cdot \frac{\lambda}{c} \cdot \left| \frac{\partial n}{\partial \lambda} \right|, \quad (9)$$

gdzie: $\frac{e}{m_e}$ – ładunek właściwy elektronu ($1,75881962 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$),

λ – długość fali [μm], c – prędkość światła w próżni

($c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$), $\left| \frac{\partial n}{\partial \lambda} \right|$ – wartość bezwzględna zmiany współczyn-

nika załamania względem długości fali $\left[\frac{1}{\mu m} \right]$.

We wzorze (9) najbardziej interesującym z punktu widzenia typu włókna światłowodowego czynnikiem jest $\left| \frac{\partial n}{\partial \lambda} \right|$, ponieważ

określa zmiany współczynnika załamania w rdzeniu. Owe zmiany można wyznaczyć korzystając z równania Sellmeiera [12]:

$$n^2 = 1 + \sum_{i=1}^3 \frac{a_i \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - b_i^2} = 1 + \frac{a_1 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - b_1^2} + \frac{a_2 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - b_2^2} + \frac{a_3 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - b_3^2}, \quad (10)$$

gdzie: a_i , b_i – stałe [μm], które dla konkretnego rodzaju szkła określa się doświadczalnie. W przypadku domieszkowania GeO₂ procent stężenia molowego domieszki powoduje zwiększenie współczynnika załamania w stosunku do współczynnika załamania czystego szkła, dlatego domieszkuje się nim rdzeń. Wartości współczynników a_i i b_i występujących we wzorze (10) dla czystej krzemionki SiO₂ oraz dla krzemionki domieszkowanej, w zależności od stężenia molowego, GeO₂ przedstawiono w tab. 1 [12].

Tab. 1. Współczynniki a_i i b_i występujące we wzorze (10) [12]

Tab. 1. Indexes a_i and b_i used in formula (10) [12]

| Współczynniki | SiO ₂ | GeO ₂ | | | |
|---------------|------------------|------------------|-----------|-----------|----------|
| | | 3,1 M% | 5,8 M% | 7,9 M% | 13,5 M% |
| a_1 | 0,6961663 | 0,7028554 | 0,7088876 | 0,7136824 | 0,711040 |
| a_2 | 0,4079426 | 0,4146307 | 0,4206803 | 0,4254807 | 0,451885 |
| a_3 | 0,8974994 | 0,8974540 | 0,8956551 | 0,8964226 | 0,704048 |
| b_1 | 0,0684043 | 0,0727723 | 0,0609053 | 0,0617167 | 0,064270 |
| b_2 | 0,1162414 | 0,1143085 | 0,1254514 | 0,1270814 | 0,129408 |
| b_3 | 9,8961610 | 9,8961610 | 9,8961620 | 9,8961610 | 9,425478 |

Aby wykorzystać współczynniki zamieszczone w tabelicy 1 należy wyznaczyć w oparciu o równanie (10) pochodną współczynnika załamania n względem długości fali. W tym celu należy równanie (10) przekształcić do postaci:

$$n = \sqrt{1 + \frac{a_1 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - b_1^2} + \frac{a_2 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - b_2^2} + \frac{a_3 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - b_3^2}}. \quad (11)$$

Aby wyznaczyć pochodną wyrażenia (11) względem długości fali należy przyjąć następujące podstawienia, które ułatwią przeprowadzenie obliczeń:

$$P_1 = \frac{a_1 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - b_1^2}, \quad P_2 = \frac{a_2 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - b_2^2}, \quad P_3 = \frac{a_3 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - b_3^2}, \quad (12)$$

Korzystając z definicji pochodnej oraz podstawień (12) uzyskamy następującą postać interesującej nas pochodnej:

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{1 + P_1 + P_2 + P_3}} \cdot \left(\frac{dP_1}{d\lambda} + \frac{dP_2}{d\lambda} + \frac{dP_3}{d\lambda} \right) \quad (13)$$

We wzorze (13) pojawiają się pochodne poszczególnych składników równania Sellmeiera (10), które mają następującą postać:

$$\frac{dP_1}{d\lambda} = -2 \cdot \frac{a_1 \cdot b_1^2 \cdot \lambda}{(\lambda^2 - b_1^2)^2}, \quad \frac{dP_2}{d\lambda} = -2 \cdot \frac{a_2 \cdot b_2^2 \cdot \lambda}{(\lambda^2 - b_2^2)^2}, \quad \frac{dP_3}{d\lambda} = -2 \cdot \frac{a_3 \cdot b_3^2 \cdot \lambda}{(\lambda^2 - b_3^2)^2}, \quad (14)$$

Podstawiając do wzoru (13) wartości ze wzorów (12) i (14) uzyskamy wartość interesującej nas pochodnej, która po zastosowaniu uogólnienia sumy mnogościowej przyjmuje postać:

$$\frac{dn}{d\lambda} = - \frac{\sum_{i=1}^3 a_i \cdot b_i^2 \cdot \lambda}{\sqrt{1 + \sum_{i=1}^3 a_i \cdot \lambda^2 - b_i^2}} \quad (15)$$

Po otrzymaniu pochodnej współczynnika załamania względem długości fali (15) można przystąpić do określenia jej wartości dla konkretnej długości fali λ , korzystając z danych zamieszczonych w tab. 1.

Tab. 2. Wartości pochodnej współczynnika załamania względem długości fali
Tab. 2. Values of the refractive index derivative in relation to the wavelength

| λ | $\frac{dn}{d\lambda}$ przy domieszkowaniu krzemu GeO ₂ $\left[\frac{1}{\mu\text{m}} \right]$ | | | |
|--------------------------------|--|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| | 3,1 M% | 5,8 M% | 7,9 M% | 13,5 M% |
| 1,31 μm II okno | $-1,1402 \cdot 10^{-2}$ | $-1,1394 \cdot 10^{-2}$ | $-1,1481 \cdot 10^{-2}$ | $-1,0586 \cdot 10^{-2}$ |
| 1,55 μm III okno | $-1,2012 \cdot 10^{-2}$ | $-1,1981 \cdot 10^{-2}$ | $-1,2026 \cdot 10^{-2}$ | $-1,0800 \cdot 10^{-2}$ |

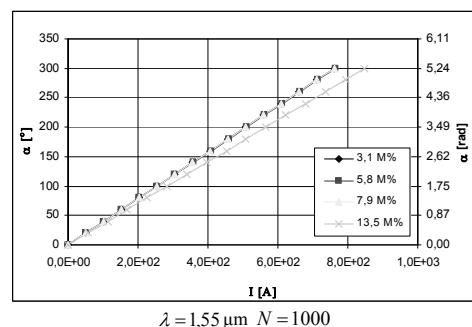
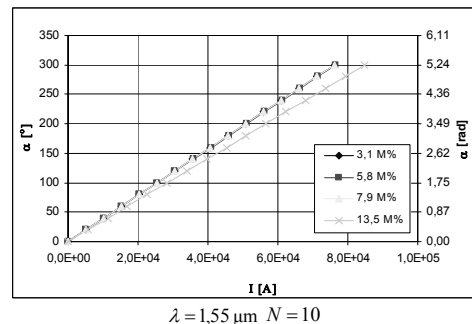
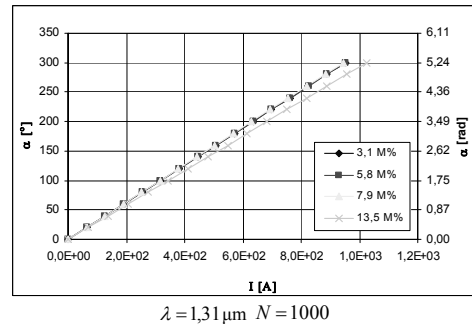
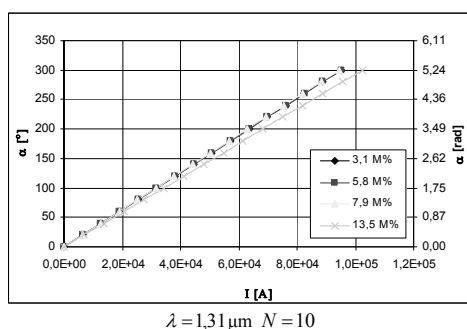
Korzystając ze wzoru (9) oraz wyników obliczeń zamieszczonych w tab. 2 można określić stałą Verdetą w zależności od długości fali oraz stężenia molowego domieszki GeO₂ w rdzeniu światłowodu jednomodowego. Uzyskane wyniki obliczeń dla standardowych długości fal stosowanych do transmisji w jednomodowych światłowodach telekomunikacyjnych przedstawiono w tabelicy 3.

Tab. 3. Wartości stałej Verdetą w zależności od długości fali oraz stężenia molowego domieszki GeO₂

Tab. 3. Values of the Verdet constant depending on the wavelength and the molar concentration of the GeO₂ dope

| λ | V przy domieszkowaniu krzemu GeO ₂ $\left[\frac{\text{rad}}{\text{T} \cdot \text{m}} \right]$ | | | |
|--------------------------------|---|--------|--------|---------|
| | 3,1 M% | 5,8 M% | 7,9 M% | 13,5 M% |
| 1,31 μm II okno | 4,3784 | 4,3755 | 4,4090 | 4,0649 |
| 1,55 μm III okno | 5,4579 | 5,4437 | 5,4642 | 4,9073 |

Dysponując parametrami cewki nawiniętej ze światłowodu jednomodowego (czujnika) – liczbą zwojów N , stałą Verdetą światłowodu V oraz znając z pomiarów kąt polaryzacji α można w oparciu o wzór (8) określić natężenie prądu płynącego w badanym przewodzie linii elektroenergetycznej. Wpływ wspomnianych parametrów czujnika określono w oparciu o symulacje, których wyniki przedstawiono na wykresach $\alpha = f(I)$.



Rys. 4. Charakterystyki $\alpha = f(I)$ w zależności od zastosowanego domieszkowania rdzenia GeO₂, długości fali pomiarowej λ oraz ilości zwojów cewki światłowodowej N

Fig. 4. Characteristics $\alpha = f(I)$ depending on the molar concentration of GeO₂ dope, the wavelength and number of turns of coil N

4. Zastosowanie metody różniczki zupełnej do szacowania błędu bezwzględnego pomiaru

Wartość określanego natężenia prądu I opisana wzorem (8) jest funkcją trzech zmiennych $I = f(\alpha, V, N)$. Aby móc skorzystać z metody różniczki zupełnej należy określić pochodne cząstkowe funkcji trzech zmiennych opisanej wzorem (8). Ich opis matematyczny jest następujący:

$$\frac{\partial I}{\partial \alpha} = \frac{1}{\mu_0 \cdot V \cdot N}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial I}{\partial V} = \frac{-\alpha}{\mu_0 \cdot V^2 \cdot N}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial I}{\partial N} = \frac{-\alpha}{\mu_0 \cdot V \cdot N^2}. \quad (18)$$

Dysponując pochodnymi cząstkowymi należy określić założenia, które umożliwią prezentację wykorzystania metody różniczki zupełnej do określenia dokładności pomiaru natężenia prądu. Przyjęto następujące założenia:

- do pomiaru kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła wykorzystano polarymetr mogący określić ów kąt z dokładności do $0,01^\circ$ – z jednocentową niepewnością, tj. $1,75 \cdot 10^{-4}$ rad. W analizie przyjmuje się wartość kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła $\alpha = 30,00^\circ$, tj. $0,524$ rad;
- pomiar będzie wykonywane w tzw. II oknie transmisyjnym ($\lambda = 1,31 \mu\text{m}$) oraz w tzw. III oknie transmisyjnym ($\lambda = 1,55 \mu\text{m}$) dla światłowodów telekomunikacyjnych;
- światłowod ma domieszkowany rdzeń GeO_2 o jednym spośród czterech stężeń molowych: 3,1 M%, 5,8 M%, 7,9 M%, 13,5 M%, a stała Verdetta jest określana z dokładnością $0,0001 \left[\frac{\text{rad}}{\text{T} \cdot \text{m}} \right]$ dla

każdej domieszki – tablica 3;

- cewki światłowodowe mają z góry ustaloną liczbę zwojów, która może wynosić: 1, 10, 100 albo 1000.

Zgonie z powyższymi założeniami, korzystając ze wzoru (8), drogą symulacji uzyskano wyniki, które zostały zaprezentowane w [13]. Korzystając z metody różniczki zupełnej można określić błąd bezwzględny z jakim wyniki są obliczone. Analizując wzory

(16), (17) i (18) można zauważyć, że pochodna cząstkowa $\frac{\partial I}{\partial \alpha}$ zależy jedynie od stałej Verdetta i liczby zwojów, natomiast pochodne cząstkowe $\frac{\partial I}{\partial V}$ oraz $\frac{\partial I}{\partial N}$ zależą od stałej Verdetta, liczby

zwojów oraz kąta polaryzacji. Zgodnie z definicją metody różniczki zupełnej [14] można określić błąd bezwzględny pomiaru natężenia prądu za pomocą czujnika polarymetrycznego, w którym cewka pomiarowa została wykonana ze światłowodu telekomunikacyjnego różnych standardów ITU – T G.652 [8] koncentracja domieszki około 3,1 M% GeO_2 , G.653 [9] i G.655 [10] koncentracja domieszki około 5,8 M% GeO_2 oraz o wyższych koncentracjach domieszki GeO_2 (7,9 M% i 13,5 M%). Wspomniany wcześniej błąd bezwzględny będzie opisany następującą równością [14]:

$$\Delta I = \left| \frac{\partial I}{\partial \alpha} \right| \cdot \Delta \alpha + \left| \frac{\partial I}{\partial V} \right| \cdot \Delta V + \left| \frac{\partial I}{\partial N} \right| \cdot \Delta N \quad [A], \quad (19)$$

gdzie: $\Delta \alpha$ – dokładność pomiaru kąta zakrzywienia płaszczyzny polaryzacji za pomocą polarymetru ($1,75 \cdot 10^{-4}$ rad), ΔV – dokładność wyznaczenia stałej Verdetta ($0,0001 \left[\frac{\text{rad}}{\text{T} \cdot \text{m}} \right]$ – jedno-

promiowa niepewność), ΔN – dokładność określenia liczby zwojów cewki światłowodowej czujnika (dokładność do 1 zwoja). Stosując wzór (19) i podstawiając odpowiednie dane drogą symulacji uzyskano rezultaty zamieszczone w [13]. Wykorzystując wyniki obliczeń zamieszczone w [13] można przejść do określenia wpływu zmiennych funkcji natężenia prądu $I = f(\alpha, V, N)$ na błąd bezwzględny pomiaru. Uzyskane wyniki przedstawiono w postaci tabelarycznej – tab. 10.

Tab. 10. Stosunek błędu bezwzględnego natężenia prądu ΔI do wartości natężenia prądu dla $\lambda = 1,31 \mu\text{m}$ (II okno transmisyjne) i $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$ (III okno transmisyjne) [13]

Tab. 10. Ratio of the current ΔI absolute error to the current value for $\lambda = 1,31 \mu\text{m}$ (II transmission window) and $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$ (III transmission window) [13]

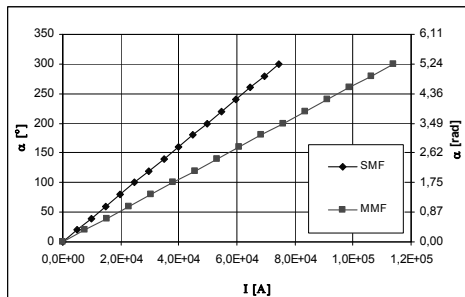
| stężenie molowe domieszki GeO_2 | procentowy stosunek błędu bezwzględnego natężenia prądu ΔI do wartości natężenia prądu w zależności od stężenia molowego GeO_2 oraz liczby zwojów | | | | | | | |
|--|--|----------------------------------|----|----------------------------------|-----|----------------------------------|------|----------------------------------|
| | N | $\frac{\Delta I}{I} \cdot 100\%$ | N | $\frac{\Delta I}{I} \cdot 100\%$ | N | $\frac{\Delta I}{I} \cdot 100\%$ | N | $\frac{\Delta I}{I} \cdot 100\%$ |
| 3,1 M% | 1 | 100,04% | 10 | 10,04% | 100 | 1,04% | 1000 | 0,14% |
| 5,8 M% | 1 | 100,04% | 10 | 10,04% | 100 | 1,04% | 1000 | 0,14% |
| 7,9 M% | 1 | 100,04% | 10 | 10,04% | 100 | 1,04% | 1000 | 0,14% |
| 13,5 M% | 1 | 100,04% | 10 | 10,04% | 100 | 1,04% | 1000 | 0,14% |

5. Wnioski

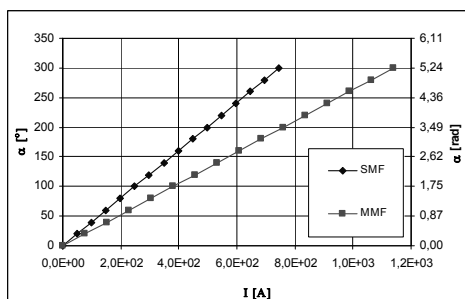
Podsumowując można określić następujące wnioski dotyczące zastosowania jednomodowych światłowodów telekomunikacyjnych do realizacji cewki pomiarowej polarymetrycznego czujnika natężenia prądu:

- w konstrukcji czujnika należy zadbać o to, aby wyeliminowane były makrozgięcia, które mogą znacząco ograniczać pomiary. Należy zatem przy budowie cewki pomiarowej czujnika stosować wspomniane wcześniej zalecenia dotyczące światłowodów telekomunikacyjnych. Można przyjmować długość jednego zwoju równą 23,6 cm dla światłowodów G.652, G.653 i G.655 oraz 7,5 cm dla światłowodu G.657, dzięki temu będzie wyeliminowany wpływ makrozgięć;
- jeżeli przez czułość czujnika rozumiemy jego zdolność do detekcji możliwie małych prądów przy ustalonych parametrach czujnika (liczbie zwojów, długości fali bądź kącie polaryzacji), to okazuje się, że domieszkowanie o małym stężeniu molowym GeO_2 nie wpływa na poprawę czułości, widać to na powyższych charakterystykach, które dla 3,1 M% – światłowod G.652, 5,8 M% – światłowod G.653 oraz 7,9 M% – światłowod G.655 pokrywają się, jednak przy domieszkowaniu 13,5 M% – światłowod jednomodowy o bardziej złożonym profilu współczynnika załamania w rdzeniu, czułość zmniejsza się, przy zadanej długości fali pomiarowej oraz liczbie zwojów. Oznacza to, że domieszkowanie o stężeniu molowym 13,5 M% powinno być stosowane jeżeli mierzone są większe prądy;
- wybór długości fali pomiarowej ma znaczący wpływ na czułość, ponieważ przy zadanym domieszkowaniu GeO_2 oraz określonej liczbie zwojów wraz ze wzrostem długości fali czułość rośnie. Oznacza to, że dłuższa fala pomiarowa (III okno) może być stosowana do pomiaru mniejszych prądów za pomocą konkretnego modelu czujnika. W tym przypadku do pomiaru większych prądów zaleca się stosować fale o długości z zakresu II okna transmisyjnego lub krótsze, lecz nie mniejszych od długości fali odcięcia;
- liczba zwojów tworzących cewkę wpływa na czułość. Proporcjonalnie do liczby zwojów (8) rośnie czułość czujnika, przy zadanym stężeniu molowym GeO_2 oraz długości fali pomiarowej. Oznacza to, że do pomiaru prądów małych powinny być stosowane czujniki o bardzo dużej liczbie zwojów;
- jeżeli zrealizujemy cewkę pomiarową za pomocą światłowodu wielomodowego – MMF o stałej Verdetta $V = 4,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{A}}$ $3,6624 \frac{\text{rad}}{\text{T} \cdot \text{m}}$, a pomiarowa fala świetlna będzie miała długość $\lambda = 0,63 \mu\text{m}$, to okaże się, że dla tej samej długości fali, ale z wykorzystaniem światłowodów telekomunikacyjnych – SMF uzyskamy większą czułość, co przedstawiono na rys. 5;
- stosunek $\frac{\Delta I}{I} \cdot 100\%$ nie zależy od długości fali oraz od stężenia molowego domieszki GeO_2 , ponieważ dla różnych stężeń molowych domieszki rdzenia światłowodu oraz różnych długości fali pomiarowej, a tej samej liczby zwojów wspomniany wcześniej stosunek jest stały;
- wraz ze wzrostem liczby zwojów cewki światłowodowej stosunek $\frac{\Delta I}{I} \cdot 100\%$ maleje, oznacza to, że rośnie dokładność pomiaru;
- błąd bezwzględny pomiaru ΔI zmniejsza się wraz ze wzrostem długości fali, przy tej samej liczbie zwojów cewki światłowodowej oraz przy tym samym stężeniu molowym domieszki GeO_2 ;
- dla stężeń molowych domieszki GeO_2 rzędu 3,1 M%, 5,8 M%, 7,9 M%, przy tej samej liczbie zwojów cewki światłowodowej, błąd bezwzględny pomiaru przyjmuje zbliżone wartości, jednak dla stężenia molowego 13,5 M% zwiększeniu ulega błąd bezwzględny pomiaru. Świadczy to o tym, że standardowe światłowodów telekomunikacyjne G.652 [8], G.653 [9] i G.655 [10] dobrze mogą wypełniać rolę elementu aktywnego w czujniku polarymetrycznego;

- wraz ze wzrostem długości fali pomiarowej, przy tej samej wartości stężenia molowego domieszki GeO_2 oraz liczbie zwojów cewki obserwujemy zmniejszenie się błędu bezwzględnego pomiaru;



$$\lambda = 0,63 \mu\text{m} \quad N = 10$$

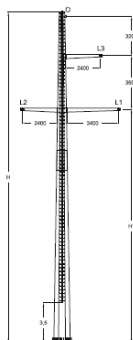


$$\lambda = 0,63 \mu\text{m} \quad N = 1000$$

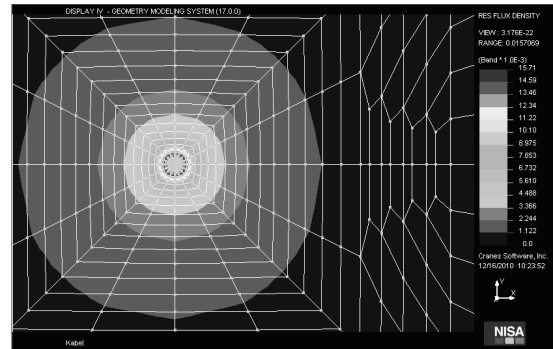
Rys. 5. Charakterystyki porównawcze $\alpha = f(I)$ w zależności od zastosowanego typu włókna światłowodowego oraz zmiennej ilości zwojów cewki światłowodowej N

Fig. 5. Characteristics $\alpha = f(I)$ depending on optical fibre used and the number of turns of coil N

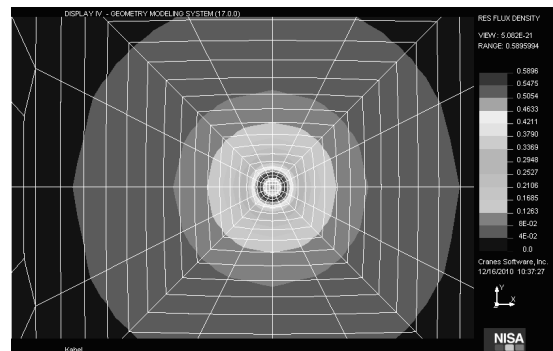
Warto zaznaczyć, że rozmieszczenie na słupie przewodów linii wysokiego napięcia nie wpływa na dokładność pomiaru, przedstawiają to wyniki symulacji przeprowadzone w środowisku EMRC NISA, które wykorzystuje metodę elementów skończonych (rys. 6). Dodatkowo za pomocą czujnika, w którym cewka pomiarowa wykonana jest z jednomodowego światłowodu telekomunikacyjnego, można mierzyć prądy stałe i przemiennie. Na rynku amerykańskim wiodącą firmą produkującą światłowodowe przekładniki prądowe jest NXT – Phase, która proponuje czujnik NXCT scharakteryzowany w [1]. Za jego pomocą można mierzyć prądy z zakresu od 100 mA (1500 zwojów) do 400 kA (1 zwoj). Zaproponowane w artykule rozwiązanie przy uwzględnieniu czułości dostępnych na rynku polarymetrów, które mogą wykryć minimalną zmianę kąta polaryzacji wynoszącą $0,01^\circ$, pozwala mierzyć prądy z zakresu od 20 mA (1500 zwojów) do 1142 kA (1 zwoj) dla II okna transmisyjnego oraz prądy z zakresu od 17 mA (1500 zwojów) do 916 kA (1 zwoj) dla III okna transmisyjnego.



Kształt słupa linii elektroenergetycznej wysokiego napięcia 110 kV [15]



Linia w stanie normalnej pracy – prąd znamionowy 800 A



Linia w stanie zwarcia – prąd znamionowy 30 kA

Rys. 6. Wyniki symulacji rozkładu modułu indukcji magnetycznej wokół pojedynczego przewodu linii elektroenergetycznej wysokiego napięcia 110 kV
Fig. 6. Simulation results of the magnetic induction module distribution around a 110 kV high voltage power line single conductor

6. Literatura

- Lizer M., Szwiecer W., Wróblewska S.: Elektroniczne przekładniki pomiarowe – założenia normy i przegląd rozwiązań technicznych. Automatyka elektroenergetyczna nr 1/2010.
- Kaczmarek Z.: Światłowodowe czujniki i przetworniki pomiarowe. Agenda Wydawnicza PAK, Warszawa 2006.
- Opilski A.: Czujniki światłowodowe. I Krajowa Szkoła Optoelektroniki, Unieście 1987.
- Shurcliff W., Billard S.: Światło spolaryzowane. PWN, Warszawa 1968.
- Romaniuk R.: Szkło nieliniowe dla fotoniki. Część 5. Szkła Verdeta – Faradaya. Elektronika nr 10/2008.
- http://pl.wikipedia.org/wiki/Zjawisko_Faradaya
- Ratuszek M.: Analiza pomiarów reflektometrycznych sieci światłowodowych dla poszerzonego zakresu długości fal pomiarowych $\lambda = 1310, 1410, 1450, 1550, 1625 \text{ nm}$. KST'2002 – Bydgoszcz.
- Zalecenie ITU – T G.652: Characteristics of a single – mode optical fibre and cable. 03/2003.
- Zalecenie ITU – T G.653: Characteristics of a dispersion – shifted single – mode optical fibre and cable. 12/2003.
- Zalecenie ITU – T G.655: Characteristics of a non – zero dispersion – shifted single – mode optical fibre and cable. 03/2003.
- Zalecenie ITU – T G.657: Characteristics of a non – zero dispersion – shifted single – mode optical fibre and cable. 02/2010.
- Majewski A.: Teoria i projektowanie światłowodów. WNT, Warszawa 1991.
- Torbus S. A., Ratuszek M.: Analiza dokładności pomiaru natężenia prądu za pomocą czujnika interferometrycznego. Przegląd Elektrotechniczny, Grudzień 2010.
- Chwaleba A., Poniński M., Siedlecki A.: Metrologia elektryczna. WNT, Warszawa 2000.
- Materiały firmy EUROPOLES – Słupy energetyczne.