

**Ryszard RYBSKI, Kamil KONTORSKI**

UNIWERSYTET ZIELONOGÓRSKI, INSTYTUT METROLOGII ELEKTRYCZNEJ,  
ul. Podgórna 50, 65-246 Zielona Góra

## Ocena wpływu impedancji pasożytniczych na dokładność cyfrowego niezrównoważonego komparatora impedancji

Dr hab. inż. Ryszard RYBSKI

Profesor nadzwyczajny na Wydziale Elektrotechniki, Informatyki i Telekomunikacji Uniwersytetu Zielonogórskiego. Dyrektor Instytutu Metrologii Elektrycznej. Autor ponad 60 publikacji naukowych, w tym 2 monografii. Główny obszar badawczy obejmuje zagadnienia związane z dokładnymi pomiarami wielkości elektrycznych, w szczególności z pomiarami impedancji.



e-mail: r.rybski@ime.uz.zgora.pl

Mgr inż. Kamil KONTORSKI

Tytuł zawodowy mgr inż. elektrotechniki o specjalności cyfrowe systemy pomiarowe uzyskał w 2010 roku na Wydziale Elektrotechniki, Informatyki i Telekomunikacji Uniwersytetu Zielonogórskiego. Od 2010 r. jest doktorantem na Uniwersytecie Zielonogórskim. Obszar zainteresowań obejmuje zagadnienia związane z dokładnymi pomiarami wielkości elektrycznych oraz cyfrowym przetwarzaniem sygnałów.



e-mail: k.kontorski@weit.uz.zgora.pl

### Streszczenie

W pracy przedstawiono cyfrowy niezrównoważony komparator przeznaczony do porównań impedancji o dowolnym charakterze, w którym stosunek odpowiednich składowych impedancji wyznaczany jest na podstawie pomiaru stosunku spadków napięcia na porównywanych elementach impedancyjnych oraz napięcia niezrównoważenia układu. Przedstawiono wyniki analiz wpływu niepewności pomiaru napięcia niezrównoważenia na niepewność porównania impedancji dla porównań C-C i R-C. Podano wyniki badań wpływu impedancji pasożytniczych na błąd pomiaru składowych ortogonalnych napięcia niezrównoważenia oraz wpływ tego błędu na dokładność komparacji w układzie niezrównoważonym.

**Słowa kluczowe:** komparator impedancji, impedancje pasożytnicze, niepewność komparacji.

### Evaluation of influence of stray impedances on digital unbalanced impedance comparator accuracy

#### Abstract

The paper presents an unbalanced digital comparator designed to compare an impedance of any kind. In the comparator the ratio of impedance components is determined by measuring the ratio of voltage drops across the compared impedance elements and the unbalance voltage of the circuit. Conditions of comparison of elements C-C and R-C (Eqs. (7), (8)) are given. The impedances of these elements are described by equation (6). The complex uncertainty of comparison (Eqs. (9), (10)) was calculated, and influence of the measurement uncertainty of the unbalance voltage orthogonal components on that voltage value was examined. Based on the proposed comparator equivalent circuit (Fig. 4), there was determined equation (13) for calculating the influence of stray impedances on the comparison result. Calculation results of the comparison impedance error C-C (Fig. 5) and R-C (Fig. 7) caused by the influence of stray impedances shown in Fig. 4 are presented in Section 4. Influence of the balance detector input resistance on the comparison error, when taking into account values of the input impedance of typical commercial data acquisition cards, was also examined. It was pointed out, that stray impedances cause systematic errors which should be taken into account when determining the final comparison result. However, the uncertainty of determining these errors should be included in a budget of the comparison uncertainty.

**Keywords:** impedance comparator, stray impedances, comparison uncertainty.

## 1. Wstęp

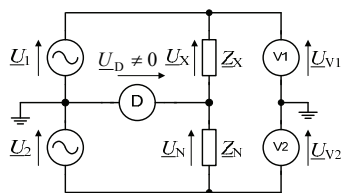
Porównania wzorców R, C, L wykonywane są z reguły za pomocą komparatorów zrównoważonych. Układy zrównoważone, w porównaniu z układami niezrównoważonymi, zapewniają mniejszą niepewność komparacji. Jednym z możliwych i rozwijanych w ostatnich latach rozwiązań komparatorów impedancji są układy z cyfrowymi źródłami napięć sinusoidalnych (cyfrowe

komparatory impedancji), w których stan równowagi jest osiągnięty poprzez precyzyjną regulację amplitudy i fazy generowanych metodami cyfrowymi napięć sinusoidalnych. Stosunek porównywanych impedancji wyznaczany jest na podstawie wartości nastaw amplitudy i fazy źródeł cyfrowych w stanie równowagi lub z wyniku pomiaru stosunku napięć wyjściowych źródeł za pomocą dodatkowego układu pomiarowego. Zrównoważone komparatory cyfrowe wymagają w procesie równoważenia regulacji amplitudy i fazy z dużą rozdzielczością, a konieczność wielokrotnego fazozułego pomiaru bardzo małych wartości napięcia niezrównoważenia dodatkowo prowadzi do wydłużenia czasu pomiaru. Wyeliminowanie wymienionych niedogodności jest możliwe w układzie niezrównoważonym. W cyfrowym komparatorze niezrównoważonym stosunek porównywanych impedancji wyznacza się mierząc stosunek napięć wyjściowych źródeł napięcia oraz napięcie niezrównoważenia w stanie bliskim równowagi. Nie ma wówczas potrzeby stosowania źródeł o precyzyjnej regulacji amplitudy i fazy napięć wyjściowych. Upraszcza to istotnie konstrukcję komparatora, co powoduje, że możliwa jest jego budowa np. z zastosowaniem komercyjnej karty akwizycji sygnałów pomiarowych, zarówno do generacji jak i pomiaru odpowiednich napięć.

W układach niezrównoważonych istotnym źródłem niepewności porównania jest dokładność pomiaru napięcia niezrównoważenia [1, 2, 3]. Dokładność pomiaru napięcia niezrównoważenia zależy nie tylko od zastosowanej metody pomiaru i jej praktycznej realizacji, ale również od występujących w układzie impedancji pasożytniczych, w tym zwłaszcza impedancji doziemnych porównywanych elementów impedancyjnych oraz impedancji wejściowej wskaźnika zera. W pracy analizuje się wpływ dokładności pomiaru napięcia niezrównoważenia, w tym zwłaszcza błędów pomiaru spowodowanych przez impedancje pasożytnicze, na niepewność komparacji za pomocą cyfrowego niezrównoważonego komparatora impedancji.

## 2. Układ cyfrowego niezrównoważonego komparatora impedancji

W niezrównoważonym cyfrowym komparatorze impedancji (rys. 1), za pomocą którego porównywane są elementy o impedancjach  $Z_X$  i  $Z_N$ , stan bliski równowagi osiągnięty jest poprzez regulację amplitudy i fazy napięć  $U_1$  i  $U_2$ , generowanych przez cyfrowe źródła napięć sinusoidalnych. W układzie mierzone jest napięcie niezrównoważenia  $U_D$  za pomocą wskaźnika zera D oraz stosunek napięć  $U_1/U_2$  za pomocą woltomierzy V1, V2 (lub odpowiedniego układu umożliwiającego pomiar zespolonego stosunku napięć).



Rys. 1. Schemat ideowy cyfrowego niezrównoważonego komparatora impedancji  
Fig. 1. Schematic diagram of the digital unbalanced impedance comparator

Stosunek porównywanych impedancji  $K_Z = Z_X/Z_N$  można przedstawić w postaci zależności

$$\underline{K}_Z = \frac{\underline{K}_U - \underline{U}_{D,r}}{1 + \underline{U}_{D,r}}, \quad (1)$$

gdzie:  $\underline{K}_U$  – stosunek napięć wyjściowych źródeł napięcia sinusoidalnego dany zależnością

$$\underline{K}_U = \frac{U_1}{U_2}, \quad (2)$$

$\underline{U}_{D,r}$  – względne napięcie niezrównoważenia

$$\underline{U}_{D,r} = \frac{U_D}{U_2}. \quad (3)$$

Wynik pomiaru zespolonego stosunku napięć wyjściowych źródeł  $\underline{K}_U$  oraz napięcia niezrównoważenia  $\underline{U}_{D,r}$  wygodnie jest przedstawić w postaci:

$$\underline{K}_U = \frac{U_1}{U_2} = \frac{U_{V1}}{U_{V2}} = A + jB, \quad (4)$$

$$\underline{U}_{D,r} = U_{DS,r} + jU_{DQ,r}. \quad (5)$$

Przyjmując, że porównywane elementy R, C (w pracy analizowane są porównania C-C i R-C) określone są przez parametry w szeregowym schemacie zastępczym, a ich impedancje dane są zależnościami:

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}(1 + jD), \quad \underline{Z}_R = R(1 + j\omega\tau), \quad (6)$$

w których C i D oznaczają odpowiednio pojemność i współczynnik strat dielektrycznych kondensatora, natomiast R i  $\tau$  – odpowiednio rezystancję AC i stałą czasową rezystora, można z (1) wyznaczyć stosunki porównywanych składowych.

$$\frac{C_N}{C_X} = k_C = \frac{A(1 + U_{DS,r}) - U_{DS,r}(1 + U_{DS,r}) + U_{DQ,r}(B - U_{DQ,r})}{(1 + U_{DS,r})^2 + U_{DQ,r}^2} + D_N \frac{B(1 + U_{DS,r}) - U_{DQ,r}(1 + A)}{(1 + U_{DS,r})^2 + U_{DQ,r}^2} \quad (7)$$

$$\omega R_X C_N = k_{RC} = \frac{B(1 + U_{DS,r}) - U_{DQ,r}(1 + A)}{(1 + U_{DS,r})^2 + U_{DQ,r}^2} + D_N \frac{A(1 + U_{DS,r}) - U_{DS,r}(1 + U_{DS,r}) + U_{DQ,r}(B - U_{DQ,r})}{(1 + U_{DS,r})^2 + U_{DQ,r}^2}. \quad (8)$$

Analizując zależności (7), (8) łatwo można zauważyć, że dla odpowiednio małej wartości współczynnika strat dielektrycznych  $D_N$  kondensatora wzorcowego, drugie człony po prawej stronie

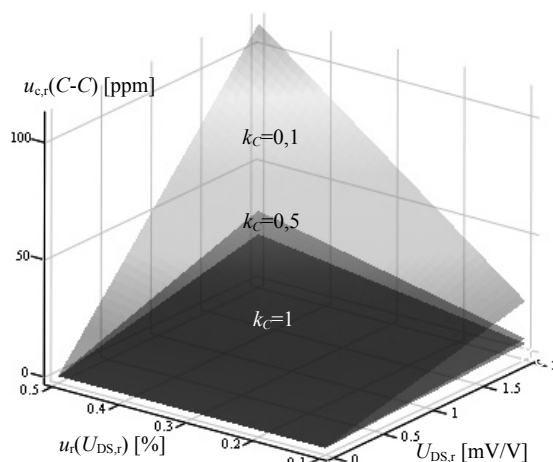
wymienionych zależności mają bardzo mały wpływ na wynik komparacji.

### 3. Niepewność komparacji

Głównymi składnikami niepewności porównania w układzie komparatora niezrównoważonego są niepewność wyznaczenia składowych A i B zespolonego stosunku napięć  $\underline{K}_U$  oraz niepewność pomiaru składowych napięcia niezrównoważenia  $\underline{U}_D$ . Złożona względna niepewność standardowa porównania pojemności jest dana zależnością [3]:

$$u_{c,r}(C-C) \approx \sqrt{[u_r(A)]^2 + \left[-\left(1 + \frac{1}{A}\right)U_{DS,r}u_r(U_{DS,r})\right]^2}. \quad (9)$$

W dalszej części pracy pomija się w analizie niepewności wpływ niepewności wyznaczenia składowej rzeczywistej stosunku napięć  $u_r(A)$ , ponieważ przedmiotem rozważań w niniejszej pracy, jak to już zaznaczono na wstępie, jest badanie wpływu dokładności pomiaru napięcia niezrównoważenia, w tym zwłaszcza błędów jego pomiaru spowodowanych przez impedancje pasożytnicze, na niepewność komparacji impedancji. Wartość drugiego składnika niepewności w zależności (9) zależy od niepewności pomiaru składowej synfazowej napięcia niezrównoważenia  $u_r(U_{DS,r})$ , stopnia niezrównoważenia układu wyrażonego przez wartość względną jego składowej synfazowej  $U_{DS,r}$  oraz od wartości stosunku porównywanych pojemności  $k_C$  (w stanie bliskim równowagi  $A \approx k_C$ ). Przykładowe wyniki obliczeń niepewności komparacji C-C, dla trzech wartości stosunku  $k_C$ , przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Wpływ niepewności pomiaru napięcia niezrównoważenia na niepewność komparacji C-C w zależności od wartości napięcia niezrównoważenia dla trzech wartości stosunku porównywanych pojemności  $k_C$

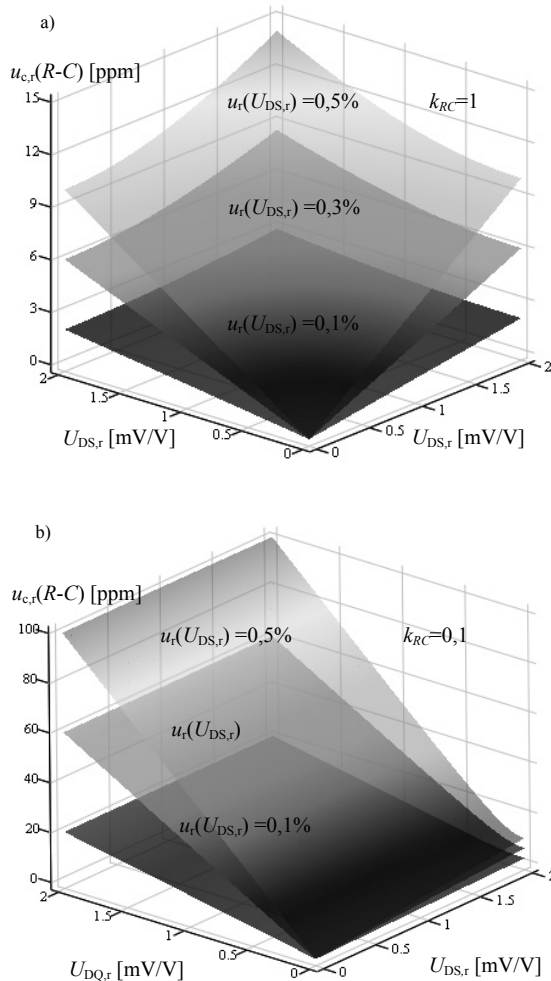
Fig. 2. Influence of the unbalance voltage measurement uncertainty on the C-C comparison uncertainty as a function of the unbalance voltage value for three values of the ratio of compared capacitances  $k_C$

Złożona względna niepewność standardowa porównania R-C jest dana zależnością [3]:

$$u_{c,r}(R-C) \approx \sqrt{[u_r(B)]^2 + [-U_{DS,r}u_r(U_{DS,r})]^2 + \left[-\frac{1}{B}U_{DQ,r}u_r(U_{DQ,r})\right]^2}. \quad (10)$$

Analogicznie jak w przypadku komparacji C-C, dalej pomijamy jest składnik niepewności pomiaru składowej urojonej stosunku napięć  $u_r(B)$ . Wartości pozostałych dwóch składników we wzorze (10) zależą od niepewności pomiaru składowych napięcia niezrównoważenia  $u_r(U_{DS,r})$ ,  $u_r(U_{DQ,r})$ , stopnia niezrównoważenia układu (wartości  $U_{DS,r}$ ,  $U_{DQ,r}$ ) oraz od wartości rezystancji i po-

jemności porównywanych elementów (w stanie bliskim równowagi  $B \approx k_{RC} = \omega R_X C_N$ ). Przykładowe wyniki obliczeń niepewności komparacji R-C spowodowane niepewnościami pomiaru składowych napięcia niezrównoważenia przedstawiono na rys. 3. W obliczeniach przyjęto, że niepewność pomiaru składowych napięcia niezrównoważenia zmienia się w przedziale  $0,1\% \div 0,5\%$ , ponieważ wartości z tego przedziału są typowe dla fazoczułych pomiarów małych napięć. Przyjęty zakres zmian wartości składowych względnego napięcia niezrównoważenia obejmuje wartości od zera (stan równowagi) do  $2 \text{ mV/V}$ .



Rys. 3. Wpływ niepewności pomiaru napięcia niezrównoważenia na niepewność komparacji R-C w zależności od wartości napięcia niezrównoważenia dla dwóch wartości  $k_{RC} = \omega RC$ : a)  $k_{RC} = 1$ , b)  $k_{RC} = 0,1$

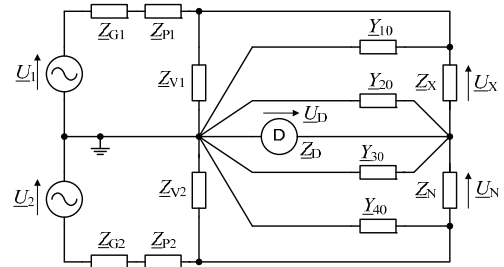
Fig. 3. Influence of the unbalance voltage measurement uncertainty on the C-C comparison uncertainty as a function of the unbalance voltage value for two values of  $k_{RC} = \omega RC$ : a)  $k_{RC} = 1$ , b)  $k_{RC} = 0,1$

Analizując wykresy przedstawione na rys. 2 i 3 można zauważyć, że, dla rozpatrywanych przypadków porównań impedancji, maksymalna wartość niepewności komparacji jest na poziomie  $0,01\%$ . Wartość ta jest osiągnięta, gdy stosunek wartości porównywanych elementów wynosi  $1:10$ . Jeśli przyjmując, że celem jest porównywanie impedancji w układzie cyfrowego komparatora niezrównoważonego z niepewnością rzędu  $0,001\%$ , wówczas składnik niepewności związany z pomiarem napięcia niezrównoważenia powinien zostać dokładnie przeanalizowany, a w konsekwencji - jego wartość odpowiednio zmniejszona.

#### 4. Błąd komparacji spowodowany wpływem impedancji pasozytniczych

Ważnym źródłem dodatkowych błędów pomiaru napięcia niezrównoważenia komparatora, i tym samym powodem obniżenia

dokładności porównania są impedancje pasozytnicze występujące w rzeczywistym układzie. Na rys. 4 przedstawiono schemat zastępczy układu z rys. 1 uzupełniony o najistotniejsze impedancje i admitancje pasozytnicze.



Rys. 4. Schemat zastępczy komparatora z uwzględnieniem impedancji i admitancji pasozytniczych

Fig. 4. Comparator equivalent circuit including stray impedances and admittances

Przyjęte na rys. 4 oznaczenia reprezentują następujące impedancje i admitancje pasozytnicze:  $Z_{G1}, Z_{G2}$  - impedancje wyjściowe źródeł napięcia,  $Z_{P1}, Z_{P2}$  - impedancje przewodów łączących,  $Z_{V1}, Z_{V2}$  - impedancje wejściowe woltomierzy,  $Y_{10}, Y_{20}, Y_{30}, Y_{40}$  - admitancje pasozytnicze porównywanych elementów,  $Z_D$  - impedancja wejściowa wskaźnika zera.

Wpływ impedancji wyjściowej źródeł napięcia oraz impedancji przewodów łączących może być pominięty, ponieważ woltomierze wykorzystywane do pomiaru stosunku spadków napięć na porównywanych elementach dołączone są bezpośrednio do odpowiednich końcówek tych elementów. W dalszej analizie pominięty zostanie również wpływ impedancji wejściowej woltomierzy oraz admitancji  $Y_{10}$  i  $Y_{40}$ , które dołączone są równolegle do bardzo małych zastępczych impedancji odpowiednio  $Z_{G1} + Z_{P1}$  oraz  $Z_{G2} + Z_{P2}$ . Przy przyjętych założeniach napięcie niezrównoważenia dane jest zależnością:

$$U_D = \frac{U_1 Z_N - U_2 Z_X}{(Z_X + Z_N)[1 + Z_{XN}(Y_0 + Y_D)]}, \quad (11)$$

gdzie:

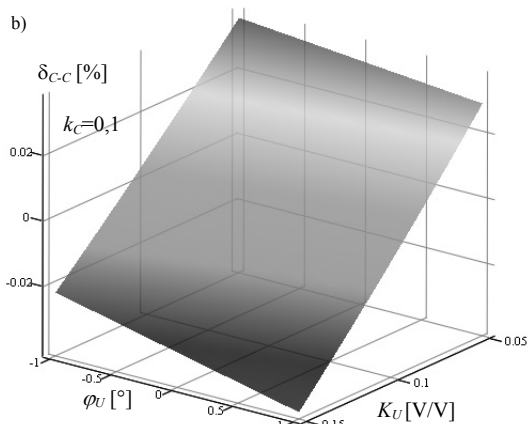
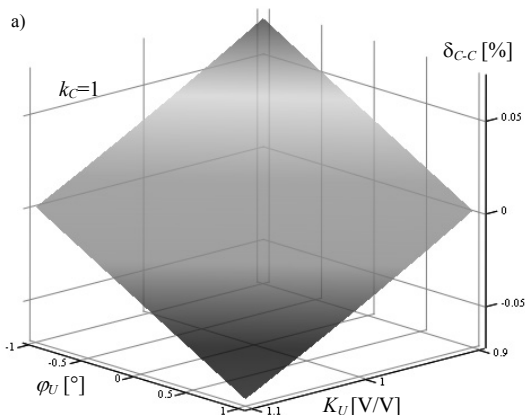
$$Y_0 = Y_{20} + Y_{30}, \quad Y_D = \frac{1}{Z_D}, \quad Z_{XN} = \frac{Z_X Z_N}{Z_X + Z_N}. \quad (12)$$

Uwzględniając przyjęte wcześniej w pracy oznaczenia, stosunek porównywanych impedancji będzie teraz dany zależnością:

$$\frac{K_{z,p}}{1 + U_{D,r}(1 + Z_N Y_Z)} = \frac{K_U - U_{D,r}}{1 + U_{D,r}(1 + Z_N Y_Z)}, \quad (13)$$

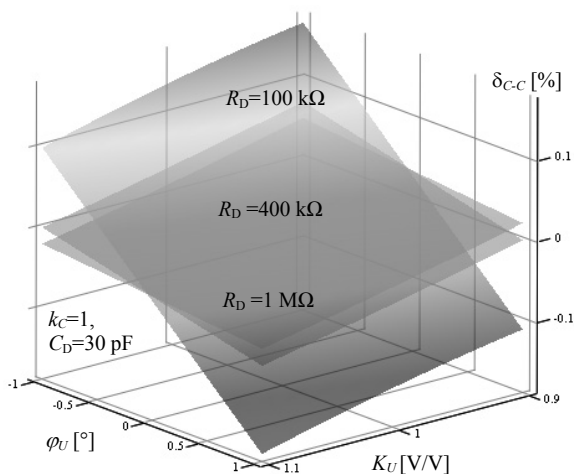
gdzie:  $Y_Z = Y_D + Y_0$ .

Wykorzystując zależności (13) i (1) można obliczyć błąd dodatkowy komparacji wywołany przez impedancje pasozytnicze. Na rys. 5 przedstawiono przykładowe wykresy względnego błędu komparacji C-C. Obliczenia wykonano przyjmując następujące wartości odpowiednich rezystancji i pojemności, typowe dla elementów fizycznego modelu komparatora wykorzystywanego przez autorów:  $C_N = 10 \text{ nF}$ ,  $C_{20} = C_{30} = 20 \text{ pF}$ ,  $R_D = 400 \text{ k}\Omega$ ,  $C_D = 30 \text{ pF}$  ( $R_D$  i  $C_D$  są składowymi impedancji wejściowej wskaźnika zera dla równoległego schematu zastępczego),  $f = 1000 \text{ Hz}$ . Zbadano również wpływ rezystancji wejściowej wskaźnika zera na błąd komparacji przyjmując wartości z zakresu odpowiadającego rezystancji wejściowej dostępnych na rynku kart akwizycji sygnałów pomiarowych (rys. 6).



Rys. 5. Błąd względny porównania C-C spowodowany wpływem impedancji pasożytniczych: a)  $k_C=1$ , b)  $k_C=0,1$

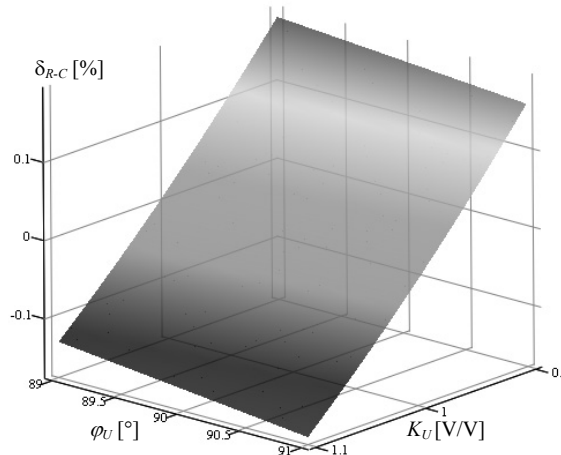
Fig. 5. Relative error of C-C comparison caused by influence of stray impedances: a)  $k_C=1$ , b)  $k_C=0,1$



Rys. 6. Wpływ rezystancji wejściowej wskaźnika zera na wartość błędu względnego porównania C-C spowodowanego wpływem impedancji pasożytniczych

Fig. 6. Influence of the balance detector input resistance on the C-C comparison relative error caused by stray impedances

Postępując podobnie jak w przypadku porównania C-C, wyznaczone zostały błędy porównania spowodowane przez impedancje pasożytnicze dla porównania R-C. Wykres względnego błędu porównania dla takiego przypadku przedstawiono na rys. 7.



Rys. 7. Błąd względny porównania R-C spowodowany wpływem impedancji pasożytniczych;  $R_X=10\text{ k}\Omega$ ,  $C_N=10\text{ nF}$ ,  $f=1592\text{ Hz}$

Fig. 7. Relative error of R-C comparison caused by influence of stray impedances:  $R_X=10\text{ k}\Omega$ ,  $C_N=10\text{ nF}$ ,  $f=1592\text{ Hz}$

Przedstawione na rys. 5 – 7 przebiegi błędów porównania są wybranymi przykładami z szeregu przeprowadzonych przez autorów obliczeń. Wskazują one, że błędy wynikające z wpływu impedancji pasożytniczych, dla rozpatrywanych w pracy wartości składowych tych impedancji i dla stanu komparatora bliskiego równowagi, są na poziomie 0,1%. Są to błędy systematyczne i w związku z tym, co jest regułą w przypadku pomiarów dokładnych, powinny być uwzględnione przy wyznaczaniu końcowej wartości wyniku porównania. Natomiast niepewność wyznaczenia analizowanego błędu porównania należy uwzględnić w budżecie niepewności. Uzupełniając ocenę przedstawionych wyników badań należy dodać, że w komparatorze będącym w stanie dalekim od równowagi błędy wynikające z wpływu impedancji pasożytniczych będą wielokrotnie większe.

## 5. Podsumowanie

W pracy przeanalizowano wpływ dokładności pomiaru napięcia niezrównoważenia na niepewność porównania C-C i R-C za pomocą cyfrowego niezrównoważonego komparatora impedancji. Wykazano, że istotną przyczyną niepewności są występujące w układzie impedancje pasożytnicze, w tym zwłaszcza impedancja wejściowa wskaźnika zera. Przedstawione wyniki badań umożliwią uwzględnienie wpływu impedancji pasożytniczych na drodze obliczeniowej podczas wyznaczania końcowego wyniku porównania. Taki sposób postępowania jest alternatywnym rozwiązaniem w porównaniu z sytuacją, w której stosuje się wskaźnik zera o impedancji wejściowej mającej pomijalny wpływ na wynik porównania [4].

## 6. Literatura

- [1] Muciek A.: A system for calibration of inductance standards based on simple unbalanced transformer bridge. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, nr 1, 1996.
- [2] Musioł K., Met A., Skubis T.: Automatic bridge for comparison of inductance standard. Measurement, nr 10, 2010.
- [3] Rybski R.: Komparacja impedancji w układach z cyfrowymi źródłami napięć sinusoidalnych. Oficyna Wydawnicza Uniwersytetu Zielonogórskiego, Zielona Góra 2007.
- [4] Kaczmarek J., Rybski R.: Mostek niezrównoważony do dokładnych pomiarów pojemności. Pomiary Automatyka Robotyka, nr 7-8, 2004.