

Jerzy AUGUSTYN

POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA,
Al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce

Niepewność pomiaru impedancji metodą dopasowania do elipsy

Dr hab. inż. Jerzy AUGUSTYN

Ukończył studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej w 1978 r. Na tym samym Wydziale w roku 1988 uzyskał stopień doktora nauk technicznych, a w roku 2008 – doktora habilitowanego. Profesor w Katedrze Elektrotechniki i Systemów Pomiarowych Wydziału Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki Politechniki Świętokrzyskiej. Głównie zainteresowania naukowe: pomiary impedancji, algorytmy przetwarzania danych pomiarowych, propagacja niepewności w systemach pomiarowych.



e-mail: j.augustyn@tu.kielce.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono porównawczą ocenę niepewności pomiaru impedancji, wyznaczonej za pomocą algorytmu dopasowania do elipsy oraz algorytmu DFT z oknem Hanninga. Wykorzystując metodę Monte Carlo, przeanalizowano wpływ niekoherentnego próbkowania na rozkład prawdopodobieństwa błędów składowych impedancji w układzie współrzędnych biegunowych.

Słowa kluczowe: pomiary składowych impedancji, algorytmy pomiarowe, algorytm dopasowania do elipsy, analiza niepewności.

Uncertainty of impedance measurement using ellipse-fitting algorithm**Abstract**

In this paper there is presented comparative evaluation of the result uncertainty of impedance component measurement with use of the ellipse-fitting algorithm and DFT algorithm with Hanning's window under the non-coherent sampling conditions. Impedance components in both cases are determined on the grounds of pairs of signal samples collected simultaneously, in accordance with the model described by equation (1). After elimination of time, it can be presented as conic curve equation (2). Under asynchronous sampling conditions, the dependence between sampling period T_s and unknown signal period T can be described as (5), in which α is a window desynchronisation factor. Then, in order to decrease the influence of the spectral leakage effect, time window $w(n)$ should be used and the values of complex spectrum components should be determined from equation (7), while the unknown impedance components from equation (4). The ellipse-fitting algorithm determines the values of ellipse equation coefficients (8) with use of the least squares method, calculating the eigenvector \mathbf{a} corresponding to the least positive eigenvalue ($\min \lambda_i > 0$). On the basis of the known values of vector \mathbf{a} elements, the

impedance component values are calculated from equation (12). Characteristics of the compared algorithms have been examined with use of the Monte Carlo method, analysing the influence of non-coherent sampling on the probability distribution of the impedance component error, for two impedances Z_1 and Z_2 with different values of phase angle. The results of this experiment in the form of bivariate histograms of the resultant relative measurement error of impedance components $\delta|Z|$ and $\delta\varphi$ are presented in Figs. 2-4. The influence of the desynchronisation factor value on random characteristics of the impedance relative measurement error in the form of empirical distribution curves are shown in Figs. 5 and 6.

Keywords: impedance component measurement, measurement algorithms, ellipse fitting algorithm, and uncertainty analysis.

1. Wprowadzenie

Zastosowanie układów pomiarowych z przetwarzaniem analogowo-cyfrowym umożliwia wykorzystanie odpowiednich algorytmów cyfrowego przetwarzania spróbkowanych sygnałów pomiarowych do wyznaczenia wartości składowych impedancji [1-10]. Znanych jest wiele algorytmów przetwarzania stosowanych przy zasilaniu mierzonej impedancji sinusoidalnym napię-

ciem lub prądem. W celu wyznaczenia chwilowych wartości napięcia i prądu na mierzonej impedancji należy zastosować dwukanałowy system akwizycji danych z jednoczesnym próbkowaniem w obu kanałach. Algorytmy przetwarzania upraszczają się w warunkach próbkowania synchronicznego z częstotliwością generatora zasilającego badaną impedancję. Najczęściej stosuje się wtedy algorytmy wykorzystujące dyskretne przekształcenie Fouriera (DFT) lub metodę dopasowania do sinusoidy (SF) sygnałów napięcia i prądu związanych z badaną impedancją. W przypadku braku synchronizacji pomiędzy mierzonym sygnałem określonym a generatorem impulsów próbkujących, oba przedstawione algorytmy przetwarzania wprowadzają duże błędy pomiaru. W algorytmach opartych na dyskretnej realizacji przekształcenia Fouriera, w celu ograniczenia zjawiska przeciekania widma, stosowane są wtedy najczęściej nieprostokątne okna czasowe. Jak wykazano w [11] zastosowanie nieparametrycznych okien czasowych Hanninga oraz Bartletta w porównywalnym stopniu zmniejsza niepewność określenia błędów amplitud składowych widma sygnału. Algorytmy dopasowania do sinusoidy wymagają rozszerzenia o funkcję estymacji nieznannej częstotliwości dopasowywanych sygnałów. Ze względu na nieliniową zależność wartości chwilowych mierzonych sygnałów od częstotliwości, prowadzi to w rezultacie do algorytmów iteracyjnych [3, 8-9].

W modelach matematycznych wykorzystywanych we wszystkich tych algorytmach przetwarzania występuje czas t (chwila próbkowania n) jako parametr funkcji opisujących napięcie i prąd na mierzonej impedancji

$$u(t) = U_0 + U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad (1a)$$

$$i(t) = I_0 + I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad (1b)$$

gdzie: U_0, I_0 oznaczają składowe stałe przebiegów napięcia i prądu, U_m, I_m – wartości amplitud, a ψ_u, ψ_i – wartości ich faz początkowych.

Ponieważ układ równań (1) opisuje elipsę można, po wyeliminowaniu czasu, zapisać go w postaci równania krzywej stożkowej

$$\left(\frac{u - U_0}{U_m}\right)^2 + \left(\frac{i - I_0}{I_m}\right)^2 - 2\frac{(u - U_0)(i - I_0)}{U_m I_m} \cos \varphi - \sin^2 \varphi = 0, \quad (2)$$

gdzie: $\varphi = \psi_u - \psi_i$ oznacza kąt przesunięcia fazowego pomiędzy napięciem a prądem.

Współczynniki tego równania są związane z poszukiwanymi parametrami sygnałów opisanych modelem (1) i w konsekwencji mogą być wykorzystane do obliczenia wartości składowych impedancji.

W prezentowanej pracy przedstawiono analizę wpływu niekoherentnego próbkowania na niepewność wyniku pomiaru składowych impedancji dla dwóch algorytmów: dopasowania do elipsy oraz algorytmu DFT z oknem Hanninga. Do oceny niepewności wykorzystano prawo propagacji niepewności, a wyniki tej analizy zweryfikowano metodą Monte Carlo.

2. Algorytm DFT

Wszystkie elementy toru przetwarzania sygnałów, począwszy od układów wstępnego przetwarzania napięcia i prądu, poprzez układy próbkująco-pamiętające i przetworniki analogowo-cyfrowe wprowadzają błędy, które należy uwzględnić podczas szacowania niepewności końcowego wyniku pomiaru. Również algorytmy przetwarzania, ze względu na przybliżoną postać zależności opisujących sposób przetworzenia ciągów skwantowanych próbek, wprowadzają dodatkowy błąd pomiaru. Obliczony zgodnie

z przyjętym algorytmem przetwarzania wektor wielkości wyjściowych (składowe mierzonej impedancji) zawiera więc błędy będące wynikiem złożenia błędów przetwornika próbkującego propagowanych przez kolejne elementy toru przetwarzania oraz błędów własnych algorytmu.

Każdy z dwóch kanałów przetwornika próbkującego przetwarza wartości chwilowe napięcia $u(t)$ lub prądu $i(t)$ związane z mierzoną impedancją na ciągi wartości sygnałów wyjściowych przetworników $a/c \{u(n)\}$ i $\{i(n)\}$, wyznaczone w chwilach próbkowania $n=0, 1, \dots, N-1$. Podstawowe składniki błędów występujące w takim przetworniku, związane są z jego właściwościami dynamicznymi oraz z procesem kwantowania [2-5]. Jeżeli próbki napięcia i prądu są pobierane w czasie odpowiadającym całkowitej wielokrotności okresu napięcia generatora zasilającego T , to zespolona transformata Fouriera dla harmonicznej ω odpowiada wartościom składowych napięcia lub prądu:

$$\underline{x}_u^* = \frac{2}{N} \text{DFT}[1, \mathbf{u}], \quad \underline{x}_i^* = \frac{2}{N} \text{DFT}[1, \mathbf{i}], \quad (3)$$

gdzie: $\text{DFT}[k, \mathbf{u}] = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} u(n)$, $\text{DFT}[k, \mathbf{i}] = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} i(n)$.

Na podstawie (3) wartości poszukiwanych składowych impedancji (w układzie współrzędnych biegunowych) można obliczyć z zależności

$$Z = \frac{|\underline{x}_u|}{|\underline{x}_i|}, \quad \varphi = \arg \underline{x}_u - \arg \underline{x}_i. \quad (4)$$

W warunkach próbkowania asynchronicznego, wartość pulsacji generatora ω występującej w równaniach (1a,b) jest nieznaną. Do obliczeń nie można więc wprost użyć algorytmu DFT. Zależność pomiędzy okresem próbkowania T_s , a nieznanym okresem sygnału opisuje wtedy wzór:

$$NT_s = (M + \alpha)T, \quad (5)$$

gdzie: N , M są liczbami naturalnymi oznaczającymi odpowiednio liczbę próbek sygnału wykorzystywanych podczas analizy oraz całkowitą liczbę okresów sygnału zawartych wewnątrz okna czasowego, a α jest współczynnikiem desynchronizacji okna, którego wartość może się zmieniać losowo w zakresie $\alpha \in (-0,5, 0,5)$.

Występujące dla $\alpha \neq 0$ zjawisko przeciekania widma można zmniejszyć w wyniku zastosowania okna czasowego (np. okna Hanninga [11]). Zastosowanie okna w dziedzinie czasu można opisać jako operację mnożenia nieskończonego ciągu danych wejściowych $\{x(n)\}_{n=-\infty}^{\infty} = \{\dots, x(0), x(1), \dots, x(N-1), \dots\}$ przez wartości wyznaczone za pomocą funkcji opisującej dane okno $w(n)$:

$$y(n) = w(n)x(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1. \quad (6)$$

Na podstawie ciągu próbek sygnału wynikowego $\{y(n)\}_N$, po zastosowaniu N -punktowego algorytmu DFT, można wyznaczyć wartości zespolonych składowych widma dla harmonicznej ω :

$$\text{DFT}[1, \mathbf{y}] = p \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}n} w(n)x(n). \quad (7)$$

gdzie: współczynnik skalujący $p = \left(\sum_{n=0}^{N-1} w(n) \right)^{-1}$.

Wartość składowych mierzonej impedancji wyznacza się po podstawieniu do wzoru (4) wartości zespolonych składowych widma wyznaczonych ze wzoru (7).

3. Algorytm dopasowania do elipsy

Równanie (2) można zapisać w ogólnej postaci funkcji uwikłanej dwóch zmiennych

$$F(u, i) = au^2 + bui + ci^2 + du + ei + g = 0. \quad (8a)$$

Dla

$$b^2 - 4ac < 0 \quad (8b)$$

opisuje ono elipsę.

Dla każdej z N par próbkowanych wartości napięcia i prądu $(u(n), i(n))$, równanie (8) można zapisać w postaci wektorowej

$$F(\mathbf{x}) = \mathbf{x}\mathbf{a} = 0, \quad (9)$$

gdzie: $\mathbf{x} = [u^2, ui, i^2, u, i, 1]$, $\mathbf{a} = [a, b, c, d, e, g]^T$.

Do obliczenia wartości elementów wektora \mathbf{a} stosuje się metodę najmniejszych kwadratów, minimalizując sumę kwadratów równania (9) dla wszystkich N chwil próbkowania. Aby ograniczyć zbiór rozwiązań jedynie do elipsy wykorzystuje się warunek (8b) przeskalowany do postaci równania [9-10,12]

$$4ac - b^2 = 1 \quad (10)$$

lub w równoważnej postaci macierzowej

$$\mathbf{a}^T \mathbf{C} \mathbf{a} = 1, \quad (11)$$

$$\text{gdzie } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ostatecznie rozwiązanie otrzymuje się w wyniku zastosowania mnożników Lagrange'a i wyznaczenia sześciu wartości własnych λ_i . Poszukiwanym rozwiązaniem jest wektor własny $\mathbf{a}(\min_i \lambda_i > 0)$, odpowiadający najmniejszej dodatniej wartości własnej. Na podstawie znanych wartości elementów wektora współczynników \mathbf{a} , wartości składowych impedancji wyznacza się z zależności

$$Z = \sqrt{\frac{a}{c}}, \quad \varphi = k \arccos \frac{-\text{sign}(a)b}{2\sqrt{ac}}, \quad (12)$$

gdzie znak współczynnika $k=\pm 1$ (w zależności od kierunku rotacji elipsy) określa się na podstawie pomocniczej procedury [9-10].

Ponieważ do wyznaczenia składowych (12) wymagana jest znajomość jedynie elementów a , b i c macierzy współczynników \mathbf{a} , w celu obliczenia wektora własnego można posłużyć się algorytmem zaproponowanym w [12], wykorzystującym dekompozycję wektora \mathbf{x} na część liniową i nieliniową oraz blokową strukturę macierzy \mathbf{C} . Umożliwia to zmniejszenie wymiaru poszukiwanego wektora własnego do postaci $\mathbf{a}_1 = [a, b, c]^T$.

4. Ocena niepewności przetwarzania

Proces próbkowania sygnałów napięcia i prądu związany jest z występowaniem nieznanego przesunięcia fazowego pomiędzy chwilą rozpoczęcia próbkowania, a fazą analizowanego sygnału. Wartości tego przesunięcia odpowiada losowa zmiana chwili rozpoczęcia pobierania próbek sygnałów w zakresie $t_0 \in (0, 1)T$.

Uwzględniając występowanie losowych zmian wartości współczynnika desynchronizacji okna α oraz chwili rozpoczęcia próbkowania t_0 , wartości estymat kolejnych chwil próbkowania można przedstawić w postaci wektorowej jako [11]

$$\tilde{\mathbf{t}} = \mathbf{1}_{N \times 1} t_0 + [0, 1, \dots, n, \dots, N-1]^T \frac{M + \alpha}{N} T, \quad (13)$$

gdzie $\mathbf{1}_{N \times 1}$ jest N -wierszowym wektorem jedyńkowym.

Ponieważ $\mathbf{t} = f(t_0, \alpha)$, do oceny niepewności związanej z niekoherentnym próbkowaniem oraz nieznaną wartością chwili rozpoczęcia próbkowania można wykorzystać prawo propagacji nie-

pewności [11,15], które dla wektorowej postaci funkcji (13) przyjmuje postać

$$\mathbf{C}(\mathbf{t}) = \frac{T^2}{12} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{12} \left(\frac{T}{N} \right)^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & N-1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & N-1 & \dots & (N-1)^2 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

gdzie $\mathbf{C}(\mathbf{t})$ jest $N \times N$ wymiarową macierzą kowariancji wektora losowego \mathbf{t} .

Pierwszy składnik macierzy kowariancji $\mathbf{C}(\mathbf{t})$ związany jest z niepewnością chwili rozpoczęcia próbkowania sygnału, a drugi z niepewnością wynikającą z niekoherentnego próbkowania. Pozadiagonalne elementy macierzy kowariancji (14) są różne od zera, co wskazuje na występowanie korelacji pomiędzy kolejnymi chwilami próbkowania. W takiej sytuacji podczas wyznaczania standardowej niepewności pojedynczego wyniku przetwarzania należy uwzględnić również składniki niepewności związane z kowariancjami pomiędzy wszystkimi chwilami próbkowania. Elementy leżące na głównej przekątnej tej macierzy są miarą niepewności określenia kolejnych chwil próbkowania.

Ponieważ $\mathbf{t} = f(t_0, \alpha)$, błąd określenia wartości kolejnych chwil próbkowania $\Delta t_n = t_n - \tilde{t}_n$ jest zmienną losową o rozkładzie trapezowym, będącą wynikiem kompozycji dwóch niezależnych zmiennych losowych o rozkładach jednostajnych [13], której funkcję gęstości prawdopodobieństwa $g(\Delta t_n)$, dla n -tej próbki, można opisać wzorem:

$$g(\Delta t_n) = \begin{cases} \frac{\Delta t_n + \frac{T}{2} \left(1 + \frac{2n\alpha}{N}\right)}{T^2 \frac{n\alpha}{N}} & \text{dla } -\frac{T}{2} \left(1 + \frac{2n\alpha}{N}\right) \leq \Delta t_n < -\frac{T}{2} \left(1 - \frac{2n\alpha}{N}\right) \\ \frac{1}{T} & \text{dla } -\frac{T}{2} \left(1 - \frac{2n\alpha}{N}\right) \leq \Delta t_n \leq \frac{T}{2} \left(1 - \frac{2n\alpha}{N}\right) \\ \frac{\frac{T}{2} \left(1 + \frac{2n\alpha}{N}\right) - \Delta t_n}{T^2 \frac{n\alpha}{N}} & \text{dla } \frac{T}{2} \left(1 - \frac{2n\alpha}{N}\right) < \Delta t_n \leq \frac{T}{2} \left(1 + \frac{2n\alpha}{N}\right) \end{cases} \quad (15)$$

Parametry otrzymanej zmiennej losowej zmieniają się wraz z numerem próbki, a ponadto są zależne od zakresu zmienności współczynnika desynchronizacji okna α .

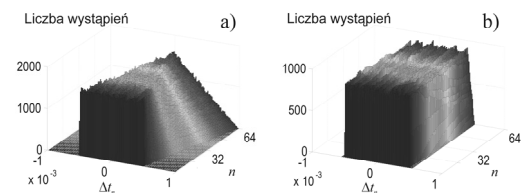
W algorytmie dopasowania do elipsy chwile próbkowania nie występują w sposób jawny. Należy jedynie założyć, że próbkowanie zachodzi jednocześnie w obu kanałach przetwornika próbkującego. W takim przypadku algorytm dopasowania do elipsy powinien charakteryzować się małą wrażliwością na niekoherentne próbkowanie.

W przypadku pomiaru dwuwymiarowego, gdy w wyniku zastosowania odpowiedniego algorytmu przetwarzania, na podstawie tych samych danych pomiarowych otrzymuje się dwie składowe impedancje, do oceny niepewności należy zastosować macierz kowariancji [14-15]. W celu podania końcowej oceny niepewności związanej z określeniem przedziału ufności należy wyznaczyć typ rozkładu dwuwymiarowej zmiennej losowej [5, 15].

Jedną z metod umożliwiających ocenę niepewności pomiaru w układzie złożonym z przetwornika próbkującego oraz algorytmu przetwarzania jest wykorzystanie zasady propagacji rozkładów prawdopodobieństwa jako podstawy wyznaczenia niepewności. Stosuje się do tego celu metodę Monte Carlo, wykorzystując matematyczny model pomiaru [3-5, 13].

W celu porównania wpływu niekoherentnego próbkowania na niepewność pomiaru składowych impedancji dla algorytmu DFT z oknem Hanninga oraz algorytmu dopasowania do elipsy, przeprowadzono eksperyment symulacyjny. Zbadano dwie impedancje o różnych wartościach kąta fazowego: $Z_1 = 1000e^{-j\pi/4} \Omega$ oraz $Z_2 = 1000e^{-j0,01} \Omega$. Założono, że impedancje zasilono ze źródła napięcia sinusoidalnego o amplitudzie $U_{Gm} = 1V$ i częstotliwości $f = 1000Hz$. Ponadto przyjęto, że zakresy przetwarzania dwóch

12-bitowych przetworników a/c odpowiadają wartościom amplitud kwantowanych przebiegów napięcia i prądu. Symulacje powtarzano 100 000 razy, losując chwilę rozpoczęcia próbkowania przebiegów wejściowych (jednocześnie w obu kanałach przetwornika) z populacji o rozkładzie jednostajnym, wartości oczekiwanej $E[t_0] = 0,5T$, w przedziale od 0 do T ($T = 1/f$). Obliczenia przeprowadzono dla $N = 64$ próbek oraz $M = 1$. Ponieważ w praktyce najczęściej dostępna jest informacja o przybliżonej wartości okresu T analizowanych sygnałów, obliczenia powtórzono dla współczynnika desynchronizacji ograniczonego do zakresu $\alpha \in (-0,05, 0,05)$. Na rys.1 przedstawiono histogramy bezwzględnej błędności określenia wartości kolejnych chwil próbkowania Δt_n w zależności od numeru próbki n dla obu analizowanych zakresów zmienności współczynnika desynchronizacji α .

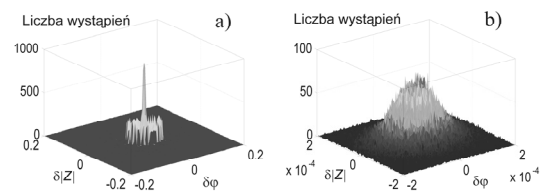


Rys. 1. Histogramy bezwzględnej błędności określenia wartości kolejnych chwil próbkowania Δt_n w zależności od numeru próbki n dla współczynnika desynchronizacji okna $\alpha \in (-0,5, 0,5)$ (a) oraz $\alpha \in (-0,05, 0,05)$ (b)

Fig. 1. Histograms of the absolute error of determining the value of successive sampling instant Δt_n vs. the sample number n for desynchronisation factor $\alpha \in (-0,5, 0,5)$ (a), and $\alpha \in (-0,05, 0,05)$ (b)

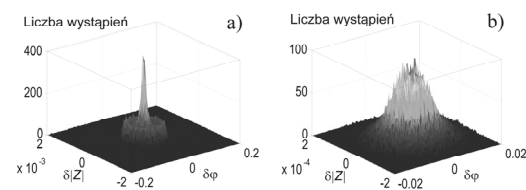
Przedstawione histogramy pokazują dużą zmienność postaci rozkładu w zależności od numeru próbki dla współczynnika $\alpha \in (-0,5, 0,5)$ (rys. 1a). Dziesięciokrotne ograniczenie zakresu zmienności tego współczynnika zapewnia uzyskanie zbliżonego do prostokątnego rozkładu gęstości prawdopodobieństwa błędności określenia kolejnych chwil próbkowania, praktycznie niezależnego od numeru próbki (rys. 1b).

Wyniki symulacji w postaci dwuwymiarowych histogramów wypadkowego względnego błędności pomiaru składowych impedancji, w układzie współrzędnych biegunowych, przedstawiono na rys. 2 i 3, odpowiednio dla impedancji Z_1 i Z_2 oraz $\alpha \in (-0,5, 0,5)$.



Rys. 2. Dwuwymiarowe histogramy wypadkowego względnego błędności pomiaru składowych impedancji Z_1 dla współczynnika asynchronizmu $\alpha \in (-0,5, 0,5)$: a) algorytm DFT z oknem Hanninga, b) algorytm dopasowania do elipsy

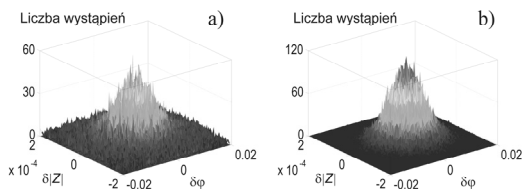
Fig. 2. Bivariate histograms of the resultant relative measurement error of impedance Z_1 components for desynchronisation factor $\alpha \in (-0,5, 0,5)$: a) DFT algorithm with Hanning's window, b) ellipse-fitting algorithm



Rys. 3. Dwuwymiarowe histogramy wypadkowego względnego błędności pomiaru składowych impedancji Z_2 dla współczynnika asynchronizmu $\alpha \in (-0,5, 0,5)$: a) algorytm DFT z oknem Hanninga, b) algorytm dopasowania do elipsy

Fig. 3. Bivariate histograms of the resultant relative measurement error of impedance Z_2 components for desynchronisation factor $\alpha \in (-0,5, 0,5)$: a) DFT algorithm with Hanning's window, b) ellipse-fitting algorithm

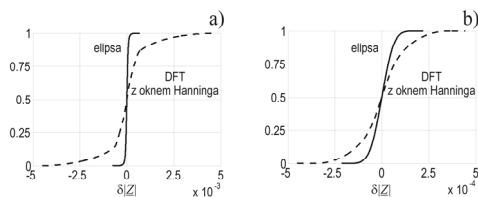
Dodatkowo na rys.4 pokazano dwuwymiarowe histogramy względnych błędów dla impedancji Z_2 i $\alpha \in (-0,05, 0,05)$.



Rys. 4. Dwuwymiarowe histogramy wypadkowego względnego błędzi pomiaru składowych impedancji Z_2 dla współczynnika asynchronizmu $\alpha \in (-0,05, 0,05)$: a) algorytm DFT z oknem Hanninga, b) algorytm dopasowania do elipsy

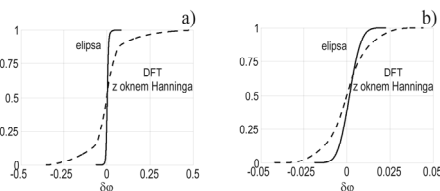
Fig. 4. Bivariate histograms of the resultant relative measurement error of impedance Z_2 components for desynchronisation factor $\alpha \in (-0,05, 0,05)$: a) DFT algorithm with Hanning's window, b) ellipse-fitting algorithm

Na rys. 5-6 dla obu analizowanych algorytmów porównano empiryczne dystrybuanty odpowiednio względnego błędzi określenia modułu $\delta|Z|$ i kąta fazowego $\delta\phi$ impedancji Z_2 w zależności od zakresu zmienności współczynnika desynchronizacji α .



Rys. 5. Empiryczne dystrybuanty względnego błędzi określenia modułu impedancji Z_2 obliczone za pomocą algorytmu DFT z oknem Hanninga oraz algorytmu dopasowania do elipsy dla współczynnika asynchronizmu: a) $\alpha \in (-0,5, 0,5)$, b) $\alpha \in (-0,05, 0,05)$

Fig. 5. Empirical cumulative distribution curves of the relative error of impedance Z_2 absolute value calculated by DFT algorithm with Hanning's window, and ellipse-fitting algorithm for desynchronisation factor: a) $\alpha \in (-0,5, 0,5)$, b) $\alpha \in (-0,05, 0,05)$



Rys. 6. Empiryczne dystrybuanty względnego błędzi określenia kąta fazowego $\delta\phi$ impedancji Z_2 wyznaczone za pomocą algorytmu DFT z oknem Hanninga oraz algorytmu dopasowania do elipsy dla współczynnika asynchronizmu: a) $\alpha \in (-0,5, 0,5)$, b) $\alpha \in (-0,05, 0,05)$.

Fig. 6. Empirical cumulative distribution curves of the relative error of impedance Z_2 phase angle $\delta\phi$ calculated by DFT algorithm with Hanning's window, and ellipse-fitting algorithm for desynchronisation factor: a) $\alpha \in (-0,5, 0,5)$, b) $\alpha \in (-0,05, 0,05)$.

5. Wnioski

W przedstawionej pracy zaprezentowano porównawczą analizę wpływu niekoherentnego próbkowania na niepewność pomiaru składowych impedancji dla dwóch algorytmów, wykorzystujących spróbkowane ciągi wartości chwilowych dwóch sygnałów związanych z mierzoną impedancją. W algorytmie DFT z oknem Hanninga kolejne chwile próbkowania występują w modelu matematycznym pomiaru, natomiast w algorytmie dopasowania do elipsy wykorzystuje się równanie krzywej stożkowej, w którym nie występuje czas pobierania kolejnych próbek. W wyniku zastosowania metody Monte Carlo uzyskano dwuwymiarowe histogramy względnych błędzi wyznaczenia modułu i kąta fazowego

impedancji dla obu porównywanych algorytmów. Dla pełnego zakresu zmienności współczynnika desynchronizacji α , rozkłady względnych błędzi pomiaru tych składowych, jak to przedstawiono na rys. 2 i 3, znacznie różnią się typem rozkładu. Dla algorytmu dopasowania do elipsy rozkład jest zbliżony do normalnego. Po 10-krotnym ograniczeniu zakres zmienności współczynnika α również rozkład błędzi dla algorytmu DFT z oknem Hanninga jest zbliżony do normalnego (rys. 4). Z wykresów empirycznych dystrybuant względnych błędzi pomiaru modułu i kąta fazowego impedancji (rys. 5-6) wynika, że algorytm dopasowania do elipsy charakteryzuje się znacznie mniejszym przedziałem ufnosci od algorytmu DFT z oknem Hanninga dla tej samej liczby próbek. Ponadto z wykresów przedstawionych na rys. 6b wynika, że w przypadku pomiaru składowych impedancji o znacznie różniących się wartościach składowych oba analizowane algorytmy wykazują błąd systematyczny w określeniu wartości kąta fazowego impedancji, przy czym mniejszą wartość błędzi uzyskuje się dla algorytmu dopasowania do elipsy.

6. Literatura

- [1] Augustyn J.: Some LMS-based algorithms for impedance measurements, *Measurement*, vol. 41, no. 2, 2008, pp. 178-185.
- [2] Augustyn J.: Pomiary impedancji metodami algorytmicznymi, *Pomiary Automatyka Kontrola*, 4 (2006), s. 14-16.
- [3] Augustyn J.: Algorytmiczne metody pomiaru impedancji, *Monografie, Studia, Rozprawy Nr 53*, Wyd. Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce, 2006.
- [4] Augustyn J.: Niepewność pomiaru impedancji metodami algorytmicznymi, *Pomiary Automatyka Kontrola*, nr 10, 2007, s. 3-6.
- [5] Augustyn J.: Influence of the structure of signal conditioning circuits on the uncertainty of impedance measurement with algorithmic methods, *Metrology and Measurement Systems*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2008, vol. XIV, no. 4/2007, pp. 529-541.
- [6] Augustyn J.: Algorytmy przetwarzania sygnałów pomiarowych w układach do pomiarów składowych immitancji, *Metrology and Measurement Systems*, 4 (1999), s. 223-230.
- [7] Angrasani L., Ferrigno L.: Reducing the uncertainty in real-time impedance measurements, *Measurement*, 30 (2001), pp. 307-315.
- [8] Ramos P. M., Fonseca da Silva M., Cruz Serra A.: Low frequency impedance measurement using sine-fitting, *Measurement*, 29 (2004), pp. 89-96.
- [9] Ramos P.M., Janeiro F.M., Radil T.: Comparison of impedance measurement in DSP using ellipse-fit and seven-parameter sine-fit algorithms, *Measurement*, 42 (2009), pp. 1370-1379.
- [10] Ramos P.M., Janeiro F.M., Tlemaçani M., Cruz Sierra A.: Recent Developments on Impedance Measurements with DSP-Based Ellipse-Fit Algorithms, *IEEE Trans. on Instr. Meas.*, Vol. 58, No. 5, 2009, pp. 1680-1687.
- [11] Augustyn J.: Wpływ typu okna czasowego na niepewność wyznaczenia widma amplitudowego sygnału okresowego, *Przegląd Elektrotechniczny*, R. 86, 1/2010 s. 246-248.
- [12] Haliř R., Flusser J.: Numerically stable direct least squares fitting of ellipses, *Proceedings WSCG'98*, University of West Bohemia, Czech Republic, Feb. 1998, pp. 125-132.
- [13] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Supplement 1. Numerical Methods for the propagation of Distributions, BIPM.
- [14] Michniewicz E., Gniotek K., Jaworski J.M., Stępniewski G.: Niedokładność pomiarów wielowymiarowych, *Materiały Konferencji „Podstawowe Problemy Metrologii”*, Ustroń, 12-14 maja 2003, Prace Komisji Metrologii Oddziału PAN w Katowicach, Seria: Konferencje Nr 5, s. 357-368.
- [15] Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik, Główny Urząd Miar, Warszawa, 1999.